

Möllenstedt 电子双棱镜稳定性分析

傅淑芬

(中国科学院上海光机所)

摘要: 本文利用量子力学中对电子波的描述方法, 导出了 Möllenstedt 电子双棱镜引入的相位变化, 在此基础上分析了双棱镜机械稳定性对干涉场的影响。给出了一个性能稳定的电子双棱镜设计方案和以此双棱镜为分束器获得的电子干涉和全息结果。

Analysis on stability of Möllenstedt biprism

Fu Shufen

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

Abstract: Regarding electrons as waves, we obtained an expression of phase changes produced by a Möllenstedt biprism. The effect of mechanical stability of the biprism on interference field were analyzed based on the expression. A scheme of a stable biprism was given and the results of electron interference and electron holography were presented with this biprism as electron beam splitter.

一、引言

Möllenstedt 电子双棱镜是目前电子干涉和电子全息中广泛使用的一种电子分束器。其主要部分是一根直径约 $1\mu\text{m}$ 的导电细丝和位于该细丝两侧的一对接地平板电极^[1]。当细丝上接一电池组, 其电位对地为正(或负)时, 经过细丝附近的电子束便发生偏折而分成两束(波前分割), 并在细丝之后重叠形成干涉条纹。与光学中的情形一样, 电子干涉和全息要求整个系统非常稳定, 在摄取干涉花样的过程中, 不稳定性引起的程差变化要小于波长, 否则将完全观察不到干

涉花样。由于电子显微镜中电子的波长通常要比光波波长短 10^{-5} 倍。因此对稳定性的要求也特别苛刻。除了必须小心地消除各种杂散电磁场外, 还必须保持系统高度的电学和机械稳定性。特别是对使用热发射枪电子显微镜的情况, 为弥补电子束亮度的不足, 要适当地拉长曝光时间, 对系统稳定性的要求也更高。

本文针对电子干涉实验中 Möllenstedt 双棱镜的场分布, 导出电子波经棱镜产生的相位变化, 分析双棱镜稳定性对干涉条纹的影响。最后给出一个性能稳定的双棱镜结构和以此双棱镜获得的电子干涉和全息照片。

收稿日期: 1987年2月12日。

二、Möllenstedt 双棱镜 导入的相位变化

根据 de Broglie 假设, 电子波的波长和频率与电子的动量和能量满足如下关系:

$$E = mc^2 - eU = h\nu, \quad (1)$$

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} - e\mathbf{A} = \hbar\mathbf{k}, \quad (2)$$

式中 E 、 \mathbf{p} 分别为电子能量和动量, ν 、 \mathbf{k} 分别为对应的 de Broglie 波的频率和波矢, \mathbf{A} 和 U 分别为电磁场矢势和标势。电子波的波长 λ 为

$$\lambda = 2\pi/|\mathbf{k}|. \quad (3)$$

一个具有确定能量和动量的电子可以用一个平面波表示

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - 2\pi\nu t)]. \quad (4)$$

当有电磁场存在时, 电子波的波阵面由 S_1 传播到 S_2 其位相变化为(见图 1)

$$\begin{aligned} \phi(S_1, S_2) &= \int (\mathbf{k} \cdot d\mathbf{l} - 2\pi \frac{dU}{dt} dt) \\ &= \frac{2\pi}{h} \int_1 \mathbf{p} \cdot d\mathbf{l} - \int_1 2\pi e \frac{dU}{dt} dt \\ &= \frac{2\pi}{h} \int_1 (m\mathbf{v} - e\mathbf{A}) \cdot d\mathbf{l} \\ &\quad - 2\pi e \int_1 \frac{dU}{dt} dt, \end{aligned} \quad (5)$$

式中, 积分沿波矢传播方向, 电子速度

$$|\mathbf{v}| = (2eU/m)^{1/2} \quad (6)$$

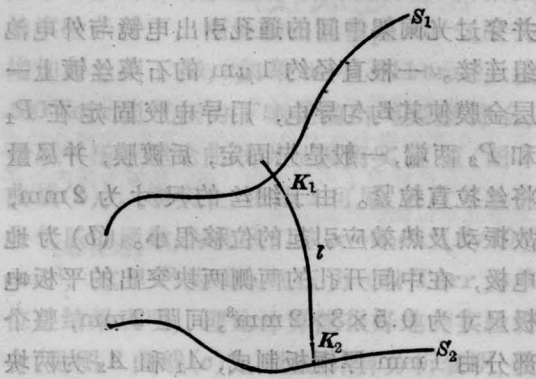


图 1 电子波的传播

S_1 和 S_2 为两个波阵面位置; l 为波矢传播的曲线方向

取同轴圆柱电容器的电位分布来近似表示双棱镜细丝附近的电位分布。对实际感兴趣的区域, 这是一个相当好的近似^[2]

$$U_f(r) = V_0 \frac{\ln(r/R)}{\ln(r_0/R)}, \quad (7)$$

其中, V_0 为加在双棱镜细丝上的电压, R 为细丝到地电极的距离, r_0 为细丝半径, 如图 2。

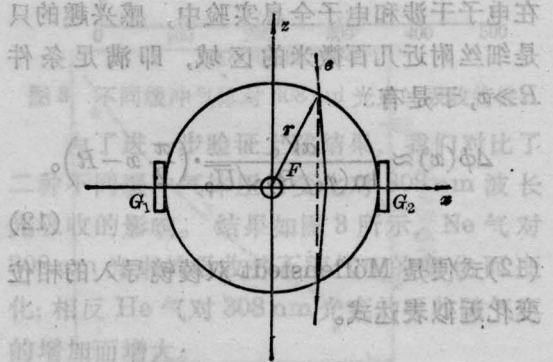


图 2 Möllenstedt 电子双棱镜电位分布和相位变化计算略图

F 为细丝, 电极 G_1, G_2 为地电极。实线表示电子轨迹(或波矢方向), 虚线为近似轨迹

以 U_0 表示电子枪对电子的加速电压, 则

$$U = \begin{cases} U_0, & r \geq R. \\ U_0 + U_f, & r < R. \end{cases} \quad (8)$$

注意到 $U_0 \gg V_0$ (一般 $U_0/V_0 \sim 10^3$), 可以认为电子波的波矢在细丝附近基本沿 z 方向, 这样对相位的计算可简化为下面积分

$$\begin{aligned} \phi(x) &\approx \frac{2\pi}{h} \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \{2em[U_0 + U(r)]\}^{1/2} dz \\ &\approx \frac{2\pi}{h} \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} (2emU_0)^{1/2} \left[1 + \frac{U(r)}{2U_0}\right] dz \\ &= \phi_0 + \frac{\alpha V_0}{\sqrt{U_0} \ln(r_0/R)} \\ &\quad \times \left\{ x \operatorname{arctg} \frac{(R^2-x^2)^{1/2}}{x} - (R^2-x^2)^{1/2} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

式中

$$\begin{cases} \phi_0 = 4\pi [(2emU_0)(R^2-x^2)]^{1/2}/h, \\ \alpha = \frac{2\pi}{h} (2em)^{1/2}, \end{cases} \quad (10)$$

ϕ_0 为无双棱镜时的相位变化。由(9)求出双棱镜导入的相位变化为

$$\Delta\phi(x) \approx \frac{\alpha V_0}{\ln(r_0/R)\sqrt{U_0}} \times \left\{ \pi \arctg \frac{(R^2-x^2)^{1/2}}{x} - (R^2-x^2)^{1/2} \right\}. \quad (11)$$

在电子干涉和电子全息实验中,感兴趣的只是细丝附近几百微米的区域,即满足条件 $R \gg x$, 于是有

$$\Delta\phi(x) \approx \frac{\alpha V_0}{\ln(r_0/R)\sqrt{U_0}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} x - R \right). \quad (12)$$

(12)式便是 Möllenstedt 双棱镜导入的相位变化近似表达式。

三、双棱镜的不稳定 对干涉场的影响

假定在拍摄电子干涉花样的过程中,双棱镜的细丝在 x 方向发生了 Δx 的位移,如果这一位移引起电子波的相位发生 π 的变化,则底片将是一片均匀照明,条纹完全消失。由式(12)可以求出这一最大允许位移量

$$\begin{aligned} (\Delta x)_{\max} &\approx 2 \cdot \sqrt{U_0} \ln(r_0/R) / \alpha V_0 \\ &= \frac{4\pi \sqrt{U_0} \ln(r_0/R)}{\left(\frac{em}{2}\right)^{1/2} V_0 \cdot \frac{1}{h}} \\ &= \frac{8\pi \ln(r_0/R)}{(2emU_0)^{1/2} \cdot \frac{1}{h}} \cdot \frac{U_0}{V_0} \\ &= 8\pi \ln(r_0/R) \cdot \frac{U_0}{V_0} \cdot \lambda, \end{aligned} \quad (13)$$

式中, λ 为电子波波长。我们来估计一下 $(\Delta x)_{\max}$ 的值。取 $U_0 = 10^5 \text{V}$, $V_0 = 10^2 \text{V}$, $r_0/R = 10^{-3}$, 此时 $\lambda \approx 0.004 \text{nm}$, 求得 $(\Delta x)_{\max} \sim 0.1 \mu\text{m}$ 。显然这是一个相当小的值。

与光学中的 Fresnel 双棱镜对照,其引入的位相变化为

$$\Delta\phi_0 \approx \frac{2\pi}{\lambda} (n-n_0)(L-x)\theta \quad (14)$$

式中 L 为双棱镜底边长, θ 为底角, n 和 n_0 分别为棱镜材料和周围介质的折射率。允许的棱镜最大位移

$$(\Delta x_0)_{\max} \approx \frac{\lambda}{2(n-n_0)\theta} \quad (15)$$

取 $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$, $n = 1.5$, $n_0 = 1$, $\theta = 10^{-3} \text{rad}$, 我们有 $(\Delta x_0)_{\max} = 0.5 \text{mm}$, 这个值在光学干涉实验中很容易满足,它比对电子双棱镜的要求值大 4 个量级,且 θ 越小,这一要求越低。由(13)式可见,高的加速电压、小的偏转电压(即小的束偏转角),对双棱镜的稳定性要求较低。

四、一种稳定紧凑的 双棱镜结构

图 3 是为电子干涉和全息实验设计的 Möllenstedt 型电子双棱镜照片,与实物尺寸相同。双棱镜由两部分组成,各部分的结构和详细尺寸见图 4。(a) 为细丝电极架,由厚 0.3mm 的黄铜板制成,中间方孔尺寸为 $5 \times 5 \text{mm}^2$,两边有两个突出头为固定细丝用,这不仅可以使细丝电极尺寸尽量缩短以增加稳定性,而且可使地电极很好地包住整个细丝,从而保证电场分布的均匀性。 P_1P_2 之间相距 2mm 。一根漆包线焊在电极架上并穿过光阑架中间的通孔引出电极与外电池组连接。一根直径约 $1 \mu\text{m}$ 的石英丝镀上一层金膜使其均匀导电,用导电胶固定在 P_1 和 P_2 两端,一般是先固定,后镀膜,并尽量将丝拉直拉紧。由于细丝的尺寸为 2mm ,故振动及热效应引起的位移很小。(b) 为地电极,在中间开孔的两侧两块突出的平板电极尺寸为 $0.5 \times 3 \times 2 \text{mm}^3$,间距 2mm ,整个部分由 1mm 厚铜板制成, A_1 和 A_2 为两块绝缘块,由厚 0.2mm 的有机玻璃板制成,尺寸为 $0.2 \times 2 \times 2 \text{mm}^3$,用 502 胶固定在地电

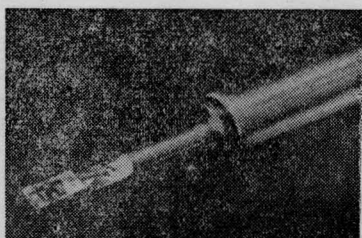
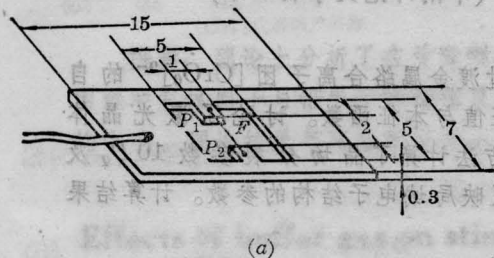
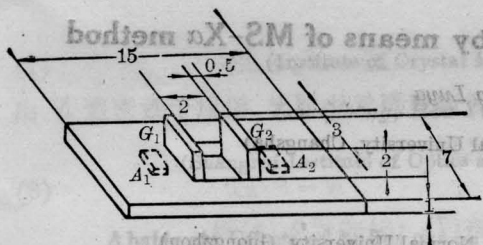


图3 电子双棱镜照片,与实物尺寸相同,方框内部分为双棱镜,后部为中间镜光阑架



(a)



(b)

图4 电子双棱镜结构分解图。放大3倍

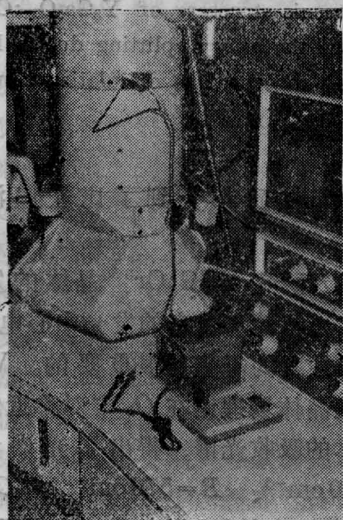


图5 置入双棱镜后的 JEM-200 CX 电镜

极板上,然后将(a)用502胶固定在此绝缘块上,并保持(a)和(b)之间良好的绝缘。 A_1 和 A_2 要用(a)完全遮住,以免静电积累影响场分布。整个双棱镜的尺寸为 $3 \times 15 \times 7 \text{ mm}^3$,将它安置于第一中间镜的光阑架上后,即可插入电子显微镜而构成一台电子干涉仪,不改动电镜的其它部分。

将此双棱镜置入 JEM-200 CX 电镜中,我们得到了很好的衍射、干涉和电子全息照片^[3,4]。实验表明,当曝光时间长达8分钟时,仍能得到清晰的干涉花样。也就是说,在这样长时间的电子照射下,细丝电极的不稳定性影响仍可忽略。由于细丝很短,增加了使用寿命。图5是置入双棱镜后的 JEM-200 CX 电镜照片。W 为电池组引线, B 为电池组。图6是用此双棱镜作分束器获得的电子干涉花样放大部分,最大条纹数目达1600条以上,为迄今热发射电镜的最好结果。并首次实现了二次曝光电子全息,得到了 MgO 粒子的等高线图^[5,6]。



图6 放大的电子干涉花样 (曝光时间1分钟)

五、结 论

本文首次讨论了 Möllenstedt 型电子双棱镜稳定性对干涉场的影响,指出为在热发射电镜上获得更多的干涉条纹,必须适当地拉长曝光时间,这对整个系统的电、机械稳定性提出了更高的要求。同时双棱镜本身在较长时间的电子照射下的位置变化也必须加以考虑。尽可能将双棱镜作得紧凑、牢固,细丝 (下转第430页)

图5还说明,若单纯横向位移小于可测下限而同时有一定纵向位移时,用此法还是可测的。同样,单纯纵向位移小于可测下限而同时有一定横向位移时,用此法也还是可测的。

例如图6(a)是 $\Delta r = (0, 0, 50) \mu\text{m}$ 的照片,这时由于全息底片尺寸的限制,记录到的最高频率所对应的宽度 $\nu_{\max} \lambda f$ 即为全息底片的半宽度,它已容纳不下一个条纹,故无法判读。但当 $\Delta r = (10, 0, 50) \mu\text{m}$ 时,全息片上就有几个条纹出现,可以判读,见图6(b)。这说明用三维测定法代替单纯的横向或纵向测量法还能扩大量程范围。

如在我们所采用的实验系统中, $f = 300 \text{ mm}$, $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, 要记录 $\nu_{\max} = \frac{100}{\lambda f} 1/\mu$ 作为最高频率是极容易做到的。代入(14)式计算,得单纯横向位移最小可测量为 $1.9 \mu\text{m}$, 单纯轴向位移最小可测量为 $11.4 \mu\text{m}$ 。若以目视读出,设目视条纹分辨率 $t = 1 \text{ 条/mm}$, 则单纯横向位移最大可测量由(13)式计算得 $379.7 \mu\text{m}$ 。单纯轴向位移最大可测量由(12)式计算得为 11.39 mm (这里取 $R = 10 \text{ mm}$ 计算)。

五、讨 论

通过上面的分析并代以一定的数字计算

(上接第411页)

的悬空部分尽可能短,可以增加双棱镜的稳定性。文中给出的一种双棱镜设计充分考虑了以上因素,是获得干涉和全息实验成功的重要条件之一。

参 考 文 献

1 Tonomora Akira *et al.* *J. Electron Microsc.*, 1979;

和实验表明,用此种方法测量物体三维位移时,由坐标原点偏离光轴引起的三维位移矢量测量误差在千分之几的量级,条纹的读数误差也比一般的全息法小,因为条纹凝固在全息片上,读出及度量容易。

若要提高系统的横向及纵向测量灵敏度及缩小最小可测量,一种方法是想法记录物体的高频谱及采用短焦距广角镜头,这从灵敏度的表达式稍加分析即可明白。这对轴向灵敏度的提高尤其显著。但是,尽管如此,轴向灵敏度一般说来还是难以达到横向灵敏度的数值。若要大大提高轴向灵敏度,在许可的情况下使用另一种方法,即反射型实时法。物照明光方向矢 m 取为 $(0, 0, -1)$ 。这时,可从条纹明暗交替计数纵向连续位移量,其灵敏度为物体移动四分之一波长,条纹明暗交替一次,这样,纵向灵敏度提高一、二个数量级。相应的纵向最小可测量以目视判别可达 $1/4$ 波长,最大可测量从理论上讲应为激光的相干长度。同时,由整个条纹簇的移动判别横向位移量,其灵敏度及可测范围不变。

参 考 文 献

- 1 陈明仪, 华建文. 中国激光, 1987; 14(9): 540
- 2 Vest C. M. *Holographic Interferometry* (中译本), 机械工业出版社, 86~88
- 3 陈建文 *et al.* 光学学报, 1986; 6(1): 23
- 4 傅淑芬 *et al.* 光学学报, 1986; 6(3): 257
- 5 Fu Shufen *et al.* Abstracts of International Symposium on Electron Optics, Sept. 9~13, 1986, Beijing, China, p. 33
- 6 Fu Shufen *et al.* *Optik*, 1987, to be published soon