中国激光
第15卷 第7期

# 根据Ne原子的拉卡模型分析He-Ne纵向塞曼激光器

李利聪 李恭亮
(清华大学物理系)

**提要**：本文提出了多谱线单纵模塞曼激光器理论，并根据氖原子的拉卡矢量模型计算了632.8 nm He-Ne纵向塞曼激光器的振荡频率和光强，最后对所得到的结果进行了讨论。

## Analysis of He-Ne longitudinal Zeeman laser on basis of Racah model of Ne atom

*Li Licong, Li Gongliang*

(Physics Department, Qinghua University, Beijing)

**Abstract:** In this paper, we put forward a theory of multispectral line, singles longitudinal mode of a Zeeman laser. Using the Racah model of Ne atom, we calculated the oscillation frequency and light intensity of a 632.8 nm He-Ne longitudinal Zeeman laser and made a discussion about the results obtained.

## 一、引 言

纵向塞曼激光器是通过在激光器的轴向加磁场而得到的一种稳频激光器。它的原理基于塞曼效应，其输出光的频率和强度特性受塞曼效应影响。

文献[1～3]对塞曼激光器（包括纵向塞曼激光器）做了细致的理论研究。对于纵向塞曼激光器，理论给出了输出左右旋圆偏振光的频率和强度的计算公式，但是理论中假定输出的左右旋圆偏振光各由一条谱线组成。对于氖原子来说拉卡矢量模型是最好的近似，它已为实验很好地证实。文献[4]利用拉卡矢量模型计算了氖原子 $3S_2 \rightarrow 2P_4$ (632.8nm)跃迁的塞曼分裂，得到了朗德因子分别为 4/3($3S_2$) 和 7/6($2P_4$)的结果。

如果考虑上下能级朗德因子的不等，则塞曼分裂产生的左右旋圆偏振光应各由三条谱线组成。我们通过理论推导给出了在存在多个原子谱线中心的情况下单纵模输出多个左右旋圆偏振光的频率和强度计算公式，并对所得结果进行了分析和讨论。尽管讨论是针对氖原子 $3S_2 \rightarrow 2P_4$ 跃迁的，但容易推广到一般情形。

收稿日期：1987年2月2日。

## 二、$3S_2 \to 2P_4$ 跃迁的塞曼分裂

氖原子 $3S_2 \to 2P_4$跃迁的 塞曼分裂可用图1 表示。

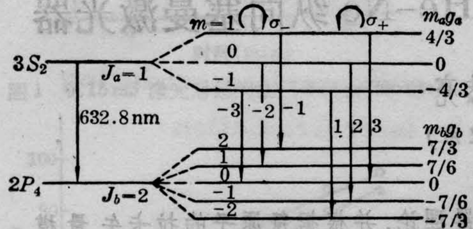


图1 $\lambda=632.8\,\text{nm}$ 的塞曼分裂($\sigma$ 成分)

(观察者面对磁场方向)

本文用 $\omega_{a'b'}$ 表示原子谱线中心圆频率，见表1。

**表1 原子谱线中心圆频率**

| 原子谱线中心圆频率 | $m_a g_a \to m_b g_b$ |
|---|---|
| $\omega_{-1-2}=\omega_0+\mu_B B/\hbar$ | $-4/3\to-7/3$ |
| $\omega_{0-1}=\omega_0+7/6\mu_B B/\hbar$ | $0\to-7/6$ |
| $\omega_{10}=\omega_0+4/3\mu_B B/\hbar$ | $4/3\to0$ |
| $\omega_{12}=\omega_0-\mu_B B/\hbar$ | $4/3\to7/3$ |
| $\omega_{01}=\omega_0-7/6\mu_B B/\hbar$ | $0\to7/6$ |
| $\omega_{-10}=\omega_0-4/3\mu_B B/\hbar$ | $-4/3\to0$ |

## 三、$P_{+k}$、$P_{-k}$ 的计算

通过分析氖原子 $3S_2\to2P_4$ 跃迁的塞曼分裂，我们认为腔内存在六个激光振荡频率，分别用 $\nu_{\pm k}(k=1, 2, 3)$表示。假定沿轴向 $\hat{z}$ 的磁场是均匀的，根据场的迭加原理，电场强度和极化强度分别为：

$$E(z, t)=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\{\hat{\varepsilon}_+E_{+k}(t)\exp[-i(\nu_{+k}t+\phi_{+k})]+\hat{\varepsilon}_-E_{-k}(t)\exp[-i(\nu_{-k}t+\phi_{-k})]\}u(z)+C.C. \tag{1}$$

$$P(z, t)=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\{\hat{\varepsilon}_+P_{+k}(t)\exp[-i(v_{+k}t+\phi_{+k})]+\hat{\varepsilon}_-P_{-k}(t)\exp[-i(v_{-k}t+\phi_{-k})]\}u(z)+C.C. \tag{2}$$

$$\hat{\varepsilon}_\pm=2^{-1/2}(\hat{x}\mp i\hat{y})$$

$$u(z)=\sin K_A,\ K_A=\frac{\Omega}{c}。$$

$\Omega$ 是无源腔的圆频率。

不考虑腔的各向异性，假设损耗在圆偏振表示中是对角的，波动方程为：

$$-\frac{\partial^2E(z, t)}{\partial z^2}+\mu_0\vec{\sigma}\cdot\frac{\partial E(z, t)}{\partial t}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2E(z, t)}{\partial t^2}=-\mu_0\frac{\partial^2P(z, t)}{\partial t^2} \tag{3}$$

(1)、(2)代入波动方程(3)可以得到：

$$\dot{E}_{\pm k}+\frac{1}{2}\frac{\nu}{Q_{\pm k}}E_{\pm k}=-\frac{\nu}{2\varepsilon_0}\mathrm{Im}(P_{\pm k}) \tag{4}$$

$$\nu_{\pm k}+\dot{\phi}_{\pm k}=\Omega-\frac{\nu}{2\varepsilon_0}E_{\pm k}^{-1}\mathrm{Re}(P_{\pm k}) \tag{5}$$

$$\nu\simeq\nu_{+k}\simeq\nu_{-k},\ k=1, 2, 3。$$

(4)、(5)两式中的 $P_{\pm k}(t)$可由下式求出：

$$P_{\pm k}(t)=2\sqrt{2}\exp[i(\nu_{\pm k}t+\varphi_{\pm k})]\times\frac{1}{N}\int_0^L dz\,u^*(z)\times\int_{-\infty}^{\infty}dv\sum_{a'}\sum_{b'}\rho_{a'b'}p_{b',v'}\delta_{a',b'\pm1} \tag{6}$$

其中 $N$ 是归一化因子，$N=\int_0^L dz|u(z)|^2$，$L$ 是腔长，$p_{a'b'}$ 是电偶矩矩阵元。

在 $J_a=J_b-1$, $a'=b'\pm1$ 时，

$$p_{a'b'}=\mp\frac{1}{2}p[(J_b\pm a')\times(J_b\pm a'+1)]^{1/2}, \tag{7}$$

$p=\langle n_aJ_a|er|n_bJ_b\rangle$ 是约化矩阵元。$\rho_{a'b'}$ 是单位体积内原子速度在 $v$ 附近单位速度间隔由原子组成的系综的集居数矩阵元。

利用集居数矩阵方程可求 $\rho^{(1)}_{a'b'}$ 和 $\rho^{(3)}_{a'b'}$。然后将 $\rho^{(1)}_{a'b'}$ 和 $\rho^{(3)}_{a'b'}$ 代入方程 (8) 可以得到 $P^{(1)}_{\pm k}(t)$ 和 $P^{(3)}_{\pm k}(t)$[3]:

$$P^{(1)}_{\pm k}(t) = -2\overline{N}(\hbar K_A u)^{-1}\sum_{a'}\sum_{b'}\delta_{a',b'\pm 1} \times |p_{a'b'}|^2 E_{\pm k} z[\gamma + i(\omega_{a'b'} - \nu_{\pm k})] \tag{8}$$

$z(v)$是等离子体色散函数。

$$v = \gamma + i(\omega_{a'b'} - \nu_{\pm k})。$$

$u=\sqrt{\dfrac{2K_B T}{m}}$ 是最可几速率。

$$\overline{N} = \frac{1}{L}\int_0^L N(z, t)dz \tag{9}$$

$P^{(3)}_{\pm k}$ 没有一个一般的表达式，其具体形式与 $k$ 有关。在多普勒极限条件($K_A u \gg \gamma$)下有:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\nu}{2\varepsilon_0}P^{(3)}_{+1} &= A_{+1}E^3_{+1} + B_{+1}E_{+1}E^2_{-3}\\
\frac{\nu}{2\varepsilon_0}P^{(3)}_{+2} &= A_{+2}E^3_{+2} + B_{+2}E_{+2}E^2_{-2}\\
\frac{\nu}{2\varepsilon_0}P^{(3)}_{+3} &= A_{+3}E^3_{+3} + B_{+3}E_{+3}E^2_{-1}\\
&\quad + CE_{+3}E^2_{-3}
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\nu}{2\varepsilon_0}P^{(3)}_{-1} &= A_{-1}E^3_{-1} + B_{-1}E_{-1}E^2_{+3}\\
\frac{\nu}{2\varepsilon_0}P^{(3)}_{-2} &= A_{-2}E^3_{-2} + B_{-2}E_{-2}E^2_{+2}\\
\frac{\nu}{2\varepsilon_0}P^{(3)}_{-3} &= A_{-3}E^3_{-3} + B_{-3}E_{-3}E^2_{+1}\\
&\quad + DE_{-3}E^2_{+3}
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

$$A_{\pm k} = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\, iF_1 p^2 \hbar^{-2}\sum_{a'}\sum_{b'}\left|\frac{p_{a'b'}}{p}\right|^4 \times \gamma_{ab}(\gamma\gamma_a\gamma_b)^{-1}[\gamma\mathscr{D}(\omega_{a'b'} - \nu_{\pm k}) + 1] \tag{12}$$

$$B_{+k} = \frac{\sqrt{\pi}}{8}\, iF_1(p\hbar)^{-2}\sum_{a'}\sum_{b'}\delta_{a',b'+1} \times |p_{a'b'}|^2 |p_{a'b'+2}|^2 \times \{\gamma_a^{-1}[\mathscr{D}(\omega_{a'b'} - \delta_b - \nu_{+k}) + \mathscr{D}(\delta_b)] + \mathscr{D}_b(2\delta_b) \times [\mathscr{D}(\omega_{a'b'} - \nu_{+k}) + \mathscr{D}(\delta_b)]\} \tag{13}$$

$$C = \frac{\sqrt{\pi}}{8}\, iF_1(p\hbar)^{-2}\sum_{a'}\sum_{b'}\delta_{a',b'+1}|p_{a'b'}|^2 \times |p_{a'-2,b'}|^2 \times \{\mathscr{D}_a(2\delta_a) \times [\mathscr{D}(\omega_{a'b'} - \nu_{+3}) + \mathscr{D}(\delta_b)] + \gamma_b^{-1}[\mathscr{D}(\omega_{a'b'} - \delta_a - \nu_{+3}) + \mathscr{D}(\delta_a)]\} \tag{14}$$

其中
$$F_1 = \nu\overline{N}(\varepsilon_0\hbar K_A u)^{-1}p^2$$

$$\mathscr{D}_a(\omega - \nu) = \frac{1}{\gamma_a + i(\omega - \nu)}$$

$$\delta_a \simeq \frac{\mu_B g_a B}{\hbar},\quad \delta_b \approx \frac{\mu_B g_b B}{\hbar}$$

$\gamma_a$、$\gamma_b$ 分别是 $3S_2$ 与 $2P_4$ 能级的衰减速率，$\gamma_{ab} = \frac{1}{2}(\gamma_a + \gamma_b)$，$\gamma = \gamma_{ab} + \gamma'$，$\gamma'$ 是碰撞引起的附加衰减速率。

对 $B_{+k}$, $C$ 做如下变换可得到 $B_{-k}$, $D$:

$$\delta_{a',b'+1} \to \delta_{a',b'-1},\ \nu_{+k} \to \nu_{-k},$$
$$\delta_a \to -\delta_a,\ \delta_b \to -\delta_b$$
$$|p_{a'-2,b'}|^2 \to |p_{a'+2,b'}|^2,$$
$$|p_{a',b'+2}|^2 \to |p_{a',b'-2}|^2。$$

## 四、场方程

从图1可见振荡频率为 $\nu_{+2}$ 与 $\nu_{-2}$ 的跃迁，除为共上能级外，它们与其它跃迁无关，因此只有在 $\nu_{+2}$ 与 $\nu_{-2}$ 间的耦合。但振荡频率为 $\nu_{+1}$、$\nu_{-1}$、$\nu_{+3}$ 和 $\nu_{-3}$ 的几个跃迁，要么它们为共上能级，要么为共下能级，因而它们是相互耦合的。

将 $P^{(1)}_{\pm k}$、$P^{(3)}_{\pm k}$ 代入方程(4)、(5)可以得到场方程:

$$\begin{pmatrix}\nu_{+2} + \dot{\varphi}_{+2} - \Omega - \sigma_{+2}\\ \nu_{-2} + \dot{\varphi}_{-2} - \Omega - \sigma_{-2}\end{pmatrix} = -\begin{pmatrix}\rho_{+2} & \tau_{2-2}\\ \tau_{-22} & \rho_{-2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}I_{+2}\\ I_{-2}\end{pmatrix} \tag{15}$$

$$\begin{pmatrix}\dot{E}_{+2}/E_{+2} - \alpha_{+2}\\ \dot{E}_{-2}/E_{-2} - \alpha_{-2}\end{pmatrix} = -\begin{pmatrix}\beta_{+2} & \theta_{2-2}\\ \theta_{-22} & \beta_{-2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}I_{+2}\\ I_{-2}\end{pmatrix} \tag{16}$$

$$\begin{pmatrix} \nu_{+1}+\dot{\varphi}_{+1}-\Omega-\sigma_{+1} \\ \nu_{+3}+\dot{\varphi}_{+3}-\Omega-\sigma_{+3} \\ \nu_{-1}+\dot{\varphi}_{-1}-\Omega-\sigma_{-1} \\ \nu_{-3}+\dot{\varphi}_{-3}-\Omega-\sigma_{-3} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \rho_{+1} & 0 & 0 & \tau_{1-3} \\ 0 & \rho_{+3} & \tau_{3-1} & \tau_{3-3} \\ 0 & \tau_{-13} & \rho_{-1} & 0 \\ \tau_{-31} & \tau_{-33} & 0 & \rho_{-3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{+1} \\ I_{+3} \\ I_{-1} \\ I_{-3} \end{pmatrix} \tag{17}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{E}_{+1}/E_{+1}-\alpha_{+1} \\ \dot{E}_{+3}/E_{+3}-\alpha_{+3} \\ \dot{E}_{-1}/E_{-1}-\alpha_{-1} \\ \dot{E}_{-3}/E_{-3}-\alpha_{-3} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \beta_{+1} & 0 & 0 & \theta_{1-3} \\ 0 & \beta_{+3} & \theta_{3-1} & \theta_{3-3} \\ 0 & \theta_{-13} & \beta_{-1} & 0 \\ \theta_{-31} & \theta_{-33} & 0 & \beta_{-3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{+1} \\ I_{+3} \\ I_{-1} \\ I_{-3} \end{pmatrix} \tag{18}$$

$I_{\pm k}=\dfrac{p^2}{2\hbar^2\gamma_a\gamma_b}E^2_{\pm k}$ 是无量纲光强。$\alpha$、$\beta$、$\theta$、$\sigma$、$\rho$ 和 $\tau$ 分别是线性净增益、自饱和、交叉饱和、线性牵引、自推移和交叉推移。

$$\alpha_{\pm k}=F_1\sum_{a'}\sum_{b'}\delta_{a',b'\pm1}\left(\frac{p^2_{a'b'}}{p^2}\right)\times z_i[\gamma+i(\omega_{a'b'}-\nu_{\pm k})]-\frac{\nu}{2Q_{\pm k}} \tag{19}$$

$$\sigma_{\pm k}=F_1\sum_{a'}\sum_{b'}\delta_{a',b'\pm1}\left(\frac{p_{a'b'}}{p}\right)^2\times z_r[\gamma+i(\omega_{a'b'}-\nu_{\pm k})] \tag{20}$$

$$\beta_{\pm k}=F_3\sum_{a'}\sum_{b'}\delta_{a',b'\pm1}\left(\frac{p_{a',b'}}{p}\right)^4\times[1+\mathscr{L}(\omega_{a'b'}-\nu_{\pm k})] \tag{21}$$

$$\rho_{\pm k}=F_3\sum_{a'}\sum_{b'}\delta_{a',b'\pm1}\left(\frac{p_{a'b'}}{p}\right)^4\gamma^{-1}\times(\omega_{a'b'}-\nu_{\pm k})\mathscr{L}(\omega_{a'b'}-\nu_{\pm k}) \tag{22}$$

$$\begin{aligned}\tau_{2-2}+i\theta_{2-2} &=\frac{\sqrt{\pi}}{4}F_1\frac{i}{p^4}\gamma_a\gamma_b \\ &\times\sum_{a'}\sum_{b'}\delta_{a',b'+1}|p_{a'b'}|^2|p_{a'b'+2}|^2 \\ &\times\{\gamma_a^{-1}[\mathscr{D}(\omega_{a'b'}-\delta_b-\nu_{+2})+\mathscr{D}(\delta_b)] \\ &+\mathscr{D}_b(2\delta_b)[\mathscr{D}(\omega_{a'b'}-\nu_{+2})+\mathscr{D}(\delta_b)]\}\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}\tau_{-22}+i\theta_{-22} &=\frac{\sqrt{\pi}}{4}F_1\frac{i}{p^4}\gamma_a\gamma_b\sum_{a'}\sum_{b'}\delta_{a',b'-1} \\ &\times|p_{a'b'}|^2|p_{a'b'-2}|^2 \\ &\times\{\gamma_a^{-1}[\mathscr{D}(\omega_{a'b'}+\delta_b-\nu_{-2})+\mathscr{D}(-\delta_b)] \\ &+\mathscr{D}_b(-2\delta_b)[\mathscr{D}(\omega_{a'b'}-\nu_{-2})+\mathscr{D}(-\delta_b)]\}\end{aligned} \tag{24}$$

$z_r$、$z_i$ 分别是等离子体色散函数的实虚部。

$$F_3=\frac{\sqrt{\pi}}{2}F_1\gamma_{ab}\gamma^{-1}$$

$$\mathscr{L}_a(\Delta\omega)=\frac{\gamma_a^2}{\gamma_a^2+\Delta\omega^2}$$

这里只给出了后面计算中要用到的系数，方程(15)～(18)中的其它系数本文没有给出。

## 五、稳态方程及其解

令 $\dot{E}_{\pm k}=0$, $\dot{\varphi}_{\pm k}=0$ 可以得到稳态方程：

$$\begin{cases}\nu_{+2}=\Omega+\sigma_{+2}-\rho_{+2}I_{+2}-\tau_{2-2}I_{-2} \\ \nu_{-2}=\Omega+\sigma_{-2}-\rho_{-2}I_{-2}-\tau_{-22}I_{+2}\end{cases} \tag{25}$$

$$\begin{cases}I_{+2}(\alpha_{+2}-\beta_{+2}I_{+2}-\theta_{2-2}I_{-2})=0 \\ I_{-2}(\alpha_{-2}-\beta_{-2}I_{-2}-\theta_{-22}I_{+2})=0\end{cases} \tag{26}$$

$$\begin{cases}\nu_{+1}=\Omega+\sigma_{+1}-\rho_{+1}I_{+1}-\tau_{1-3}I_{-3} \\ \nu_{+3}=\Omega+\sigma_{+3}-\rho_{+3}I_{+3}-\tau_{3-1}I_{-1}-\tau_{3-3}I_{-3} \\ \nu_{-1}=\Omega+\sigma_{-1}-\rho_{-1}I_{-1}-\tau_{-13}I_{+3} \\ \nu_{-3}=\Omega+\sigma_{-3}-\rho_{-3}I_{-3}-\tau_{-31}I_{+1}-\tau_{-33}I_{+3}\end{cases} \tag{27}$$

$$\begin{cases}I_{+1}(\alpha_{+1}-\beta_{+1}I_{+1}-\theta_{1-3}I_{-3})=0 \\ I_{+3}(\alpha_{+3}-\beta_{+3}I_{+3}-\theta_{3-1}I_{-1}-\theta_{3-3}I_{-3})=0 \\ I_{-1}(\alpha_{-1}-\beta_{-1}I_{-1}-\theta_{-13}I_{+3})=0 \\ I_{-3}(\alpha_{-3}-\beta_{-3}I_{-3}-\theta_{-31}I_{+1}-\theta_{-33}I_{+3})=0\end{cases} \tag{28}$$

(25)～(28)共有12个方程，这12个方程决定了 $\nu_{\pm k}$、$I_{\pm k}$ 这12个未知量。事实上，

在自发辐射中，$\sigma_+$ 与 $\sigma_-$ 各自的三条谱线强度并不相等。谱线强度与耦合方式无关，只决定于量子数 $J$、$m$。每条谱线的强度由公式(29)给出[5]：

$$I=B(J\pm m+1)(J\pm m+2) \tag{29}$$

其中 $B$ 为比例常数。将每条谱线所对应的 $J$ 和 $m$ 代入(29)式，可以求得谱线的相对强度。谱线 $\omega_{-1-2}$ 与 $\omega_{-10}$，$\omega_{12}$ 与 $\omega_{10}$ 的相对强度比均为 6:1。同样的道理，在受激辐射中，我们可以认为 $\nu_1$、$\nu_{-1}$、$\nu_3$、$\nu_{-3}$ 相互耦合的结果使得 $I_{+3}$、$I_{-3}$ 很小。为了分析简单起见，可以将 $I_{+3}$ 和 $I_{-3}$ 忽略。简化的稳态方程为：

$$\begin{cases}\nu_{+1}=\Omega+\sigma_{+1}-\rho_{+1}I_{+1}\\ \nu_{-1}=\Omega+\sigma_{-1}-\rho_{-1}I_{-1}\end{cases} \tag{30}$$

$$\begin{cases}\alpha_{+1}-\beta_{+1}I_{+1}=0\\ \alpha_{-1}-\beta_{-1}I_{-1}=0\end{cases} \tag{31}$$

$$\begin{cases}\nu_{+2}=\Omega+\sigma_{+2}-\rho_{+2}I_{+2}-\tau_{2-2}I_{-2}\\ \nu_{-2}=\Omega+\sigma_{-2}-\rho_{-2}I_{-2}-\tau_{-22}I_{+2}\end{cases} \tag{32}$$

$$\begin{cases}\alpha_{+2}-\beta_{+2}I_{+2}-\theta_{2-2}I_{-2}=0\\ \alpha_{-2}-\beta_{-2}I_{-2}-\theta_{-22}I_{+2}=0\end{cases} \tag{33}$$

由于系数 $\alpha$、$\beta$、$\rho$、$\sigma$、$\tau$ 和 $\theta$ 中都含有 $\nu_{\pm k}$，因此严格求解方程(30)～(33)是困难的。作为一级近似，可以先在 $\nu_{+k}\simeq\nu_{-k}\simeq\Omega$ 下求出 $\alpha$、$\beta$、$\rho$、$\sigma$ 和 $\tau$、$\theta$。然后利用方程(31)、(33)求出光强 $I_{+1}$、$I_{-1}$、$I_{+2}$ 和 $I_{-2}$。

$$I_{+1}=\alpha_{+1}/\beta_{+1} \tag{34}$$

$$I_{-1}=\alpha_{-1}/\beta_{-1} \tag{35}$$

$$I_{+2}=\frac{\alpha_{+2}-\theta_{2-2}\cdot\alpha_{-2}/\beta_{-2}}{(1-C)\beta_2} \tag{36}$$

$$I_{-2}=\frac{\alpha_{-2}-\theta_{-22}\cdot\alpha_{+2}/\beta_{+2}}{(1-C)\beta_{-2}} \tag{37}$$

其中：
$$C=\frac{\theta_{2-2}\theta_{-22}}{\beta_2\beta_{-2}}$$

$I_{+2}$ 和 $I_{-2}$ 在形式上与双模激光器双模同时振荡的情况相同；$I_{+1}$ 和 $I_{-1}$ 在形式上与双模激光器双模独立振荡的情况相同。将求得的光强 $I_{+1}$、$I_{-1}$、$I_{+2}$ 和 $I_{-2}$ 代入方程(30)、(33)可以确定频率 $\nu_{+1}$、$\nu_{-1}$、$\nu_{+2}$ 和 $\nu_{-2}$。

## 六、计算与讨论

我们在参数 $\gamma_a=2\pi\times10\,\text{MHz}$，$\gamma_b=2\pi\times40\,\text{MHz}$，$\gamma=2\pi\times29\,\text{MHz}$，$K_Au=2\pi\times127\,\text{MHz}$ 下计算了 $I_{+1}$、$I_{-1}$、$I_{+2}$ 和 $I_{-2}$，以及 $\nu_{+2}-\nu_{+1}$ 和 $\nu_{-1}-\nu_{-2}$。计算结果表示在图 2～图 8。

图 2～图 7 中纵坐标的原点没有取在光强的零点，横坐标上"△"表示 $\Omega-\omega_0=\mu_B B/\hbar$。迭加 $\sigma_+$ 和迭加 $\sigma_-$ 分别表示 $I_{+1}+I_{+2}$ 和 $I_{-1}+I_{-2}$。

图 2 是 $B=0$ 情况下计算出来的 $I_{\pm1}$、$I_{\pm2}$ 随失调 $\Omega-\omega_0$ 的变化。计算结果表明，在能级简并、谱线中心频率重合的情况下，$I_{+1}$ 与 $I_{-1}$ 重合；$I_{+2}$ 与 $I_{-2}$ 重合。在 $\Omega-\omega_0=0$ 处都出现兰姆凹陷，但 $I_{\pm1}$ 和 $I_{\pm2}$ 强度不等。图 3 和图 4 是在 $B=5\text{G}$ 和 $B=20\text{G}$ 下的计算结果。由于上下能级朗德因子 $g$ 不等，$I_{+1}$ 和 $I_{+2}$ 的谱线中心 $\omega_{-1-2}$ 与 $\omega_{0-1}$ 不重合。$I_{+1}$ 与 $I_{+2}$ 不仅强度不等，而且兰姆

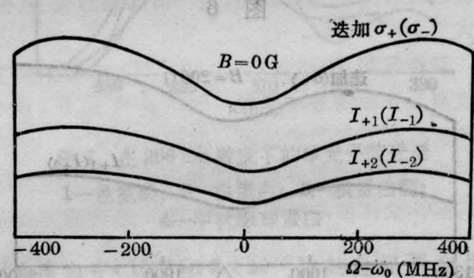


图 2

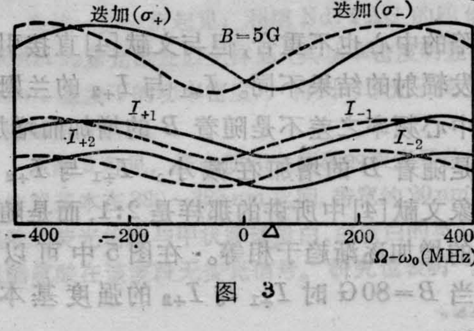


图 3

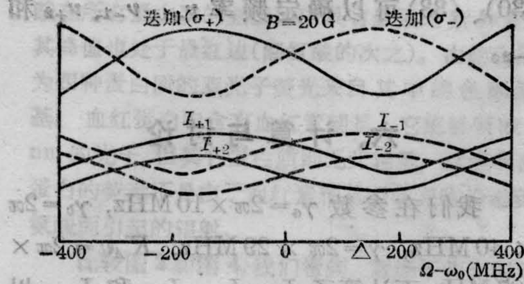


图 4

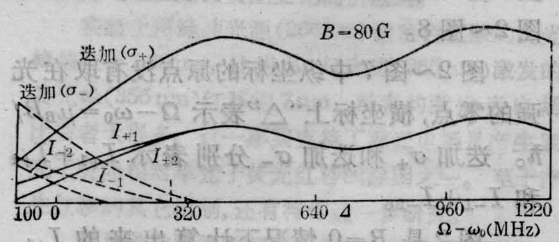


图 5

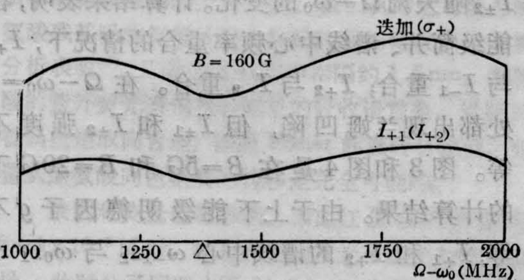


图 6

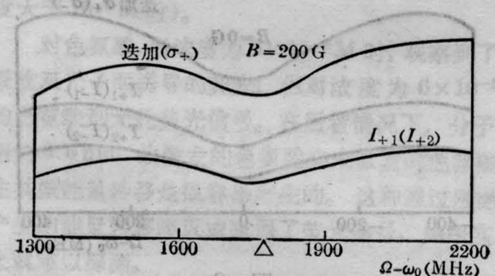


图 7

凹陷的中心也不重合，但与文献[4]直接引用自发辐射的结果不同。$I_{+1}$ 与 $I_{+2}$ 的兰姆凹陷中心频率之差不是随着 $B$ 的增加而增加，而是随着 $B$ 的增加在减小。$I_{+1}$ 与 $I_{+2}$ 不是象文献[4]中所讲的那样是 2:1，而是随着 $B$ 的增加逐渐趋于相等。在图5中可以看到当 $B=80$ G 时 $I_{+1}$ 与 $I_{+2}$ 的强度基本相等，同时兰姆凹陷也基本重合。$I_{+1}$ 和 $I_{+2}$ 之和($\sigma_+$)的曲线上呈现清楚的兰姆凹陷，其位置按 $\Omega_{凹}-\omega_0\simeq\mu_B B/\hbar$ 变化。在图6、图7中只画出了 $I_{+1}$ 和 $I_{+2}$，未标出 $I_{-1}$、$I_{-2}$ 计算结果表明 $I_{-1}$ 和 $I_{+1}$，$I_{+2}$ 与 $I_{-2}$ 相对于 $\Omega-\omega_0=0$ 点来讲是偶对称的。

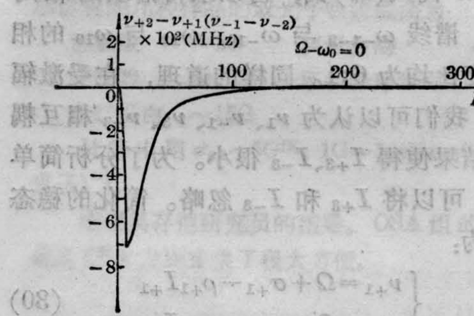


图 8

图8表示的是在 $\Omega-\omega_0=0$ 的情况下计算出来的 $\nu_{+2}-\nu_{+1}$，$\nu_{-1}-\nu_{-2}$ 随磁场 $B$ 变化的曲线，这两条曲线是重合的。在 $B=10$G 时出现了 $\nu_{+2}-\nu_{+1}$(也是 $\nu_{-1}-\nu_{-2}$) 的极小值，约为 $-0.07$ MHz。在 $B=150$ G 附近，$\nu_{+2}-\nu_{+1}=0$，并随着 $B$ 的增加而变为正值，但在 130～300 G 范围内 $|\nu_{+2}-\nu_{+1}|$ 近似为 0.0006 MHz，远小于原子谱线中心频率 $\omega_{0-1}$ 与 $\omega_{-1-2}$（或 $\omega_{12}$ 与 $\omega_{01}$）之差 $\left(\frac{1}{6}\mu_B B/\hbar\right)$。这样小的频率间隔（$|\nu_{+2}-\nu_{+1}|/\nu_0\sim10^{-12}\sim10^{-10}$）是难以分辨的，说明了为什么在纵向塞曼激光器实验中通常只观察到左右旋圆偏振光各有一条谱线。

## 参 考 文 献

1 Sargent M III, Lamb W E Jr., Fork R L. *Phys Rev.*, 1967; **164**: 436～439
2 Sargent M III, Lamb W E Jr., Fork R L. *Phys Rev.*, 1967; **164**: 450～465
3 Sargent M III, Ocully M O, Lamb W E Jr., Laser. Physics, Addison-Wesley, Reading, Mass. 1974: 12.
4 巴恩旭，刘玉照。激光，1980: **7**(2): 24
5 White H E. Introduction to atomic spectrum, New York: McGraw-Hill, 1934
6 张培林 *et al.* 清华大学学报，1978; (3): 20～31