

动态热稳定望远镜腔的充分必要条件

吕百达

魏光辉

(四川大学物理系) (北京工业学院光学系)

提要: 本文利用 g' -、 g^* -参数等价腔并将输出镜上光斑半径表为归一化光焦度 D_n 和 A 参数的形式, 首次推出了基模动态热稳定望远镜腔的充分必要条件, 同时还分别得出了动态热稳定望远镜腔的归一化光焦度 D_n 、热焦距 f 和 g_1^* 、 g_2^* 参数的解析表示式。本工作所得结果易于推广用于含有多个透镜(其中有一个是热透镜)的多元件腔的一般情况。

Sufficient and necessary conditions for dynamic stable telescopic-resonators

Lü Baida

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu)

Wei Guanghui

(Department of Optics, Beijing Institute of Technology, Beijing)

Abstract: Using g' -and g^* -parameter equivalent resonators and expressing the beam radius on output mirror by normalized refractive power D_n and parameter A , the sufficient and necessary conditions for dynamic stable telescopic-resonators in TEM₀₀-mode operation is derived for the first time. Analytical expressions of normalized refractive power D_n , thermal focal length f , and g_1^* , g_2^* parameters of dynamic stable telescopic-resonators are deduced respectively. Results obtained in this work can be easily generalized to multi-element resonators with many internal lenses (one of which is a thermal lens).

一、引言

高功率固体激光器在实际应用中需解决的一个重要问题是激光介质的热透镜效应。基模动态热稳定腔为解决这类问题提供了一

个可能途径。目前使用的分析方法是从小Steffen提出的基模热稳条件

$$\frac{dW_1}{df} = 0 \quad (1-1)$$

式中 W_1 为输出镜处基模高斯光束光斑半

收稿日期: 1987年1月12日。

径, f 为激光棒热焦距, 且镜 S_1 内、外曲率半径 ρ_1, ρ_3 满足“匹配”条件

$$\rho_3 = \left(1 - \frac{1}{\eta_s}\right) \rho_1 \quad (1-2)$$

(η_s 为 S_1 镜介质折射率) 出发, 进行推导和设计的^[1, 2]。例如, 对腔内仅含有一个热薄透镜情况, 可得到热稳条件为

$$\frac{1}{g_1^*} = 2g_2^* + 2\left(\frac{d_1}{d_2}\right) + \frac{1}{g_2^*} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \quad (1-3)$$

式中 g_i^* 为腔的 g^* 参数 ($i=1, 2$), d_1, d_2 分别为腔反射镜 S_1, S_2 至热透镜的距离。[3] 的分析表明, (1-3) 式是一个较为普遍的公式, 可以推广用于望远镜腔和腔内含有多个透镜 (其中有一个是热透镜) 的一般情况, 仅仪式中的 d_i 应以镜 S_i 至热透镜间的“有效长度”代替。对光腔设计者感兴趣的另一个重要问题是: 满足 (1-3) 式的光学谐振腔是否都是热稳定的? 据我们所知, 迄今文献中尚未对此进行讨论。本文认为 (1-3) 式仅是光腔热稳的必要条件, 它并不是充分的。虽然这点在数学上的理由是显然的, 但仍有必要从物理上进行分析。

此外, (1-2) 式仅给出了热稳腔 g^* 参数间应当满足的关系式。然而, 要从 (1-3) 式求出热焦距 f (或其倒数光焦度 D) 的显式常常是很困难的, 也不易推出 g_1^*, g_2^* 分别应满足的关系式, 这给实际工作者带来不便, 设计中常常不得不借助于计算机求出大量数值解, 再从中进行检查和选择。因此, 有必要发展一种方法, 对热稳腔的 g^* 参数、热焦距 f 等给出便于分析计算的解析表示式。

本文以在实际工作中已获得广泛应用的望远镜腔^[4]为典型例, 使用 g' 参数、 g^* 参数等价腔分析法, 将光腔的模参数 (例如输出耦合镜面 S_1 处的基模高斯光束光斑半径 W_1) 表示为归一化光焦度 D_n 和 A 参数的形式, 首次推导出了望远镜腔热稳的充分必要条件和热稳定望远镜腔的 g^* 参数、热焦距 f 等分别应满足的关系式, 并将所得结果与文献 [1, 2]

作了比较和讨论。本文使用方法和有关结果对基模动态热稳定望远镜腔的设计和判定有实际意义。

二、望远镜腔模参数的归一化表示

对内含一个热透镜的望远镜腔使用 g', g^* 参数分析法 (见图 1)^[5], 即先将镜 S_2 通过望远镜系统 (f_1, f_2, l) 成像构成 g' 参数等价腔, 这时腔内仅含一个热透镜, 然后再用 g^* 参数空腔等价代替原来的望远镜腔, 易求得镜 S_1 处光斑半径 W_1 为

$$\left(\frac{\pi W_1^2}{\lambda}\right)^2 = \frac{L^{*2} g_2^*}{g_1^* (1 - g_1^* g_2^*)} \quad (2-1)$$

式中

$$g_1^* = 1 - \frac{L^*}{\rho_1} - \frac{d_2'}{f} \quad (2-2)$$

$$g_2^* = 1 - \frac{L^*}{\rho_2} - \frac{d_1}{f} \quad (2-3)$$

$$L^* = d_1 + d_2' - \frac{d_1 d_2'}{f} \quad (2-4)$$

$$d_2' = l' + \frac{\left(\frac{1}{M} + \frac{\Delta}{f_2}\right) d_2 + l}{\left(M + \frac{\Delta}{f_1}\right) - \frac{\Delta d_2}{f_1 f_2}} \quad (2-5)$$

ρ_2'

$$= \frac{\rho_2}{\left(M + \frac{\Delta}{f_1} - \frac{\Delta d_2}{f_1 f_2}\right)^2 + \frac{\rho_2 \Delta}{f_1 f_2} \left(M + \frac{\Delta}{f_1} - \frac{\Delta d_2}{f_1 f_2}\right)} \quad (2-6)$$

$$M = -\frac{f_2}{f_1} \quad \text{望远镜系统角放大率} \quad (2-7)$$

$$\Delta = f_1 + f_2 - l \quad \text{望远镜系统失调量} \quad (2-8)$$



图 1 具有一个内热透镜的望远镜谐振腔

ρ_1, ρ_2 ——镜 S_1, S_2 曲率半径, f ——热透镜焦距, f_1, f_2 ——望远镜系统二透镜焦距, l ——望远镜系统二透镜间距离, d_1 ——镜 S_1 至热透镜距离, d_2 ——镜 S_2 至透镜 f_2 距离, l' ——透镜 f_1 与热透镜 f 间距离。

W_1 亦可用腔参数表示为:

$$\left(\frac{\pi W_1^2}{\lambda}\right)^2 = -\frac{\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2 - \rho_2} - \frac{1}{f}\right)\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f}\right)}{\left\{\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{d_1}\right)^2 \left(\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_1 - \rho_1} - \frac{1}{f}\right)\right\} \times \left(\frac{1}{d_1 - \rho_1} + \frac{1}{d_2 - \rho_2} - \frac{1}{f}\right)} \quad (2-9)$$

若形式上引入归一化光焦度 D_n 和 A 参数:

$$D_n = \frac{d_2'(d_2' - \rho_2')}{\rho_2'} \times \left(\frac{1}{d_1 - \rho_1} + \frac{1}{d_2' - \rho_2'} - \frac{1}{f}\right) \quad (2-10)$$

$$A = \frac{d_2'\rho_1(d_2' - \rho_2')}{d_1\rho_2'(d_1 - \rho_1)} \quad (2-11)$$

则可将(2-9)式简化为:

$$\left(\frac{\pi W_1^2}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{d_1}\right)^2 = -\frac{(D_n - A)(D_n - 1 - A)}{D_n(D_n - 1)} \quad (2-12)$$

特例:

1. 平行平面望远镜腔 ($\rho_1 \rightarrow \infty, \rho_2 \rightarrow \infty$)

由(2-2)、(2-6)式中令 $\rho_1 \rightarrow \infty, \rho_2 \rightarrow \infty$ 得

$$g_1^* = 1 - \frac{d_2'}{f} \quad (2-13)$$

$$\rho_2' = \frac{f_1^2 f_2^2}{\Delta(f_1 f_2 - \Delta d_2 - f_2 l)} \quad (2-14)$$

于是有

$$\left(\frac{\pi W_1^2}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{d_1}\right)^2 = -\frac{(D_{0n} - A_0)(D_{0n} - 1 - A_0)}{D_{0n}(D_{0n} - 1)} \quad (2-15)$$

$$D_{0n} = \frac{d_2'(d_2' - \rho_2')}{\rho_2'} \left(\frac{1}{d_2' - \rho_2'} - \frac{1}{f}\right) \quad (2-16)$$

$$A_0 = -\frac{d_2'(d_2' - \rho_2')}{d_1 \rho_2'} \quad (2-17)$$

2. 调焦望远镜腔 ($\Delta = 0$)

由(2-5)、(2-6)式得

$$d_2' = l' + \frac{1}{M} \left(\frac{d_2}{M} + l\right) \quad (2-18)$$

$$\rho_2' = \rho_2 / M^2 \quad (2-19)$$

W_1, D_n, A 等形式上仍为(2-9)、(2-10)、(2-11)式。

三、望远镜腔热稳定的充分必要条件

当输出镜 S_1 “匹配”时, 按[1]可将热稳条件表示为

$$\frac{d}{dD_n} \left[\left(\frac{\pi W_1^2}{\lambda}\right)^2 \right] = 0 \quad (3-1)$$

将(2-12)式代入, 对 D_n 求导, 得到望远镜热稳腔归一化光焦度 D_n 应满足条件

$$D_n = \frac{1}{2} (A+1) \pm \frac{1}{2} \sqrt{A^2 - 1} \quad (3-2)$$

或用腔参数表示为

$$D_n = \frac{1}{2} \left[\frac{d_2'\rho_1(d_2' - \rho_2')}{d_1\rho_2'(d_1 - \rho_1)} + 1 \right] \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d_2'^2 \rho_1^2 (d_2' - \rho_2')^2}{d_1^2 \rho_2'^2 (d_1 - \rho_1)^2} - 1} \quad (3-3)$$

由(2-10)式可求得望远镜热稳腔热焦距 f 为

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{\rho_2'}{2d_2'(d_2' - \rho_2')} (A+1 \mp \sqrt{A^2 - 1}) \\ &+ \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2'} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1 - \rho_1} + \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2' - \rho_2'} \right. \\ &\left. \mp \sqrt{\frac{\rho_1^2}{d_1^2 (d_1 - \rho_1)^2} - \frac{\rho_2'^2}{d_2'^2 (d_2' - \rho_2')^2}} \right\} \quad (3-4) \end{aligned}$$

利用(2-2)~(2-4)式求出望远镜热稳腔 g^* 参数

$$g_1^* = -\frac{d_2'}{2Ad_1}(A-1 \pm \sqrt{A^2-1})$$

$$= \frac{d_2'(\rho_1-d_1)}{2\rho_1} \left[\frac{\rho_1}{d_1(d_1-\rho_1)} - \frac{\rho_2'}{d_2'(d_2'-\rho_2')} \right]$$

$$\pm \sqrt{\frac{\rho_1^2}{d_1^2(d_1-\rho_1)^2} - \frac{\rho_2'^2}{d_2'^2(d_2'-\rho_2')^2}} \quad (3-5)$$

$$g_2^* = \frac{d_1}{2d_2'}(A-1 \mp \sqrt{A^2-1})$$

$$= \frac{d_1(d_2'-\rho_2')}{2\rho_2'} \left[\frac{\rho_1}{d_1(d_1-\rho_1)} - \frac{\rho_2'}{d_2'(d_2'-\rho_2')} \right]$$

$$\mp \sqrt{\frac{\rho_1^2}{d_1^2(d_1-\rho_1)^2} - \frac{\rho_2'^2}{d_2'^2(d_2'-\rho_2')^2}} \quad (3-6)$$

$$g_1^* \cdot g_2^* = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{A}\right) \quad (3-7)$$

由(3-2)式知, 仅当

$$|A| > 1 \quad (3-8)$$

即

$$\left| \frac{d_2'\rho_1(d_2'-\rho_2')}{d_1\rho_2'(d_1-\rho_1)} \right| > 1 \quad (3-9)$$

成立时, D_n 才为实数, 即(3-2)式有意义。为了进一步明确(3-8)式的物理意义, 将 $|A| > 1$ 时的归一化光斑半径 W_1 、 W_2' (W_2' 为在虚镜 S_2' 上的光斑半径) 与 D_n (或 $\frac{1}{f}$) 的关系示于图 2。此图说明, 这时 W_1 在各稳定区内都有一个极值点, 对应的 D_n (或 $\frac{1}{f}$) 值满足(3-3) (或(3-4))式。因此, 望远镜腔热稳的充分必要条件为

$$\frac{d}{dD_n} \left[\left(\frac{\pi W_1^2}{\lambda} \right)^2 \right] = 0 \quad (3-10)(a)$$

$$|A| > 1 \quad (3-10)(b)$$

(3-10)(a)式可用(3-2)、(3-3)或(3-4)之一来等价代替。

在 g^* 参数图上, 满足(3-10)式的热不灵敏腔为双曲线(3-7)式与 g^* 参数图上工作点

的直线运动方程

$$g_2^* = A \left(\frac{d_1}{d_2'} \right)^2 g_1^* + \frac{d_1}{d_2'} (A-1) \quad (3-11)$$

的交点, 因此, 热不灵敏的充要条件又可表示为

$$g_1^* \cdot g_2^* = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{A}\right) \quad (3-12)(a)$$

$$g_2^* = A \left(\frac{d_1}{d_2'} \right)^2 g_1^* + \frac{d_1}{d_2'} (A-1) \quad (3-12)(b)$$

$$|A| > 1 \quad (3-12)(c)$$

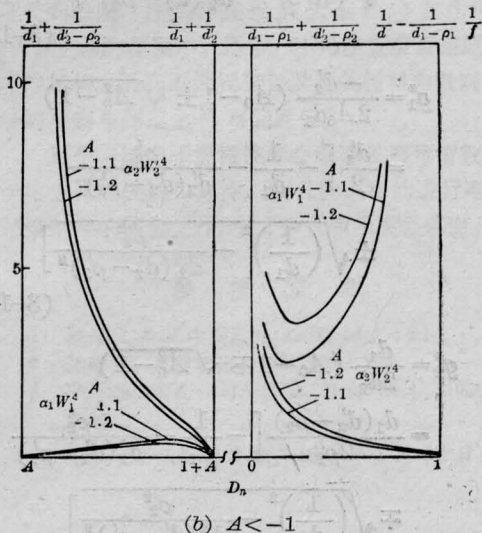
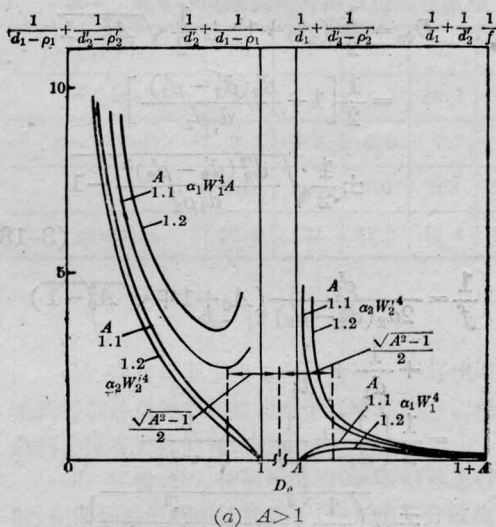


图 2 反射镜上归一化光斑大小 $\alpha_1 W_1^4$ 、 $\alpha_2 W_2'^4$ 与归一化光焦距 D_n 的关系

$$\alpha_1 = \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{-1} \right) \right]^2; \quad \alpha_2 = \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_2'} - \frac{1}{\frac{1}{2}} \right) \right]^2$$

$|A| < 1$ 时, W_1 无极值存在。当激光由镜 S_1 端输出时, 光腔不可能作成是动态热稳定的。

$|A| = 1$ 的情况比较复杂。例如取 $A = 1$, 则 $g_1^* g_2^* = 0$, g^* 参数图上(3-11)式过原点, 文献[5]研究了这一情况, 认为这样的光腔对外界扰动很敏感, 通常在光腔设计中不加考虑。

特例。

1. 平行平面热稳定望远镜腔

于(3-2)~(3-7)式中令 $\rho_1 \rightarrow \infty, \rho_2 \rightarrow \infty$ 得到

$$\begin{aligned} D_{0n} &= \frac{1}{2} (A_0 + 1) \pm \frac{1}{2} \sqrt{A_0^2 - 1} \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{d'_2(d'_2 - \rho'_2)}{d_1 \rho'_2} \right] \\ &\quad \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d_1'^2 (d'_2 - \rho'_2)^2}{d_1^2 \rho_2'^2} - 1} \end{aligned} \quad (3-13)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{\rho'_2}{2d_2'(d'_2 - \rho'_2)} (A_0 + 1 \mp \sqrt{A_0^2 - 1}) \\ &\quad + \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_2} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d'_2 - \rho'_2} \right. \\ &\quad \left. \mp \sqrt{\left(\frac{1}{d_1}\right)^2 - \frac{\rho_2'^2}{d_2'^2 (d'_2 - \rho'_2)^2}} \right\} \end{aligned} \quad (3-14)$$

$$\begin{aligned} g_1^* &= \frac{-d'_2}{2A_0 d_1} (A_0 - 1 \pm \sqrt{A_0^2 - 1}) \\ &= \frac{d'_2}{2} \left[-\frac{1}{d_1} - \frac{\rho'_2}{d_2'(d'_2 - \rho'_2)} \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{\left(\frac{1}{d_1}\right)^2 - \frac{\rho_2'^2}{d_2'^2 (d'_2 - \rho'_2)^2}} \right] \end{aligned} \quad (3-15)$$

$$\begin{aligned} g_2^* &= \frac{d_1}{2d_2'} (A_0 - 1 \mp \sqrt{A_0^2 - 1}) \\ &= \frac{d_1(d'_2 - \rho'_2)}{2\rho_2'} \left[-\frac{1}{d_1} - \frac{\rho'_2}{d_2'(d'_2 - \rho'_2)} \right. \\ &\quad \left. \mp \sqrt{\left(\frac{1}{d_1}\right)^2 - \frac{\rho_2'^2}{d_2'^2 (d'_2 - \rho'_2)^2}} \right] \end{aligned} \quad (3-16)$$

$$g_1^* \cdot g_2^* = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{A_0} \right) \quad (3-17)$$

热稳的充要条件形式上仍为(3-10)或(3-12)式, 其中 $D_n \rightarrow D_{0n}, A \rightarrow A_0$, (3-10)(a)式可用(3-13)或(3-14)式来等价代替。

2. 调焦热稳定望远镜腔

(3-2)~(3-7)式和热稳的充要条件式(3-10)、(3-12)式形式上保持不变, 仅需将 ρ'_2, d'_2 用(2-18)、(2-19)式代替。

四、结果的讨论和比较

1. 由(3-7)、(3-11)式中消去 A 参数得到

$$\frac{1}{g_1^*} = 2g_2^* + 2\left(\frac{d_1}{d'_2}\right) + \frac{1}{g_2^*} \left(\frac{d_1}{d'_2}\right)^2 \quad (4-1)$$

这即(1-3)式的推广形式, 它是 g^* 参数图上通过 $\left(-\frac{d'_2}{d_1}, -\frac{d_1}{d'_2}\right)$ 点, 斜率为 $A\left(\frac{d_1}{d'_2}\right)^2$ 的直线与双曲线(3-7)式交点的轨迹, 参数为 A 。或者说, 它是在 $\frac{d_1}{d'_2}$ 值恒定情况下, A 取不同值时腔的 g^* 参数的轨迹。由节三的分析知道, (4-1)式(因而(1-2)式)仅是光腔热稳的必要条件, 它并不是充分的。

若满足条件

$$\frac{d_1}{d'_2} \rightarrow 0 \quad (4-2)$$

物理上意味着激光棒尽可能靠近输出镜 S_1 , 则由(4-1)式得到

$$g_1^* \cdot g_2^* = \frac{1}{2} \quad (4-3)$$

这是目前在设计热稳腔时广为使用的简化近似公式, 但应用(4-3)式时必须谨慎, 即使在(4-2)式成立前提下, 对某一确定腔型, 并非双曲线(4-3)上的所有点都对应于热稳腔的 g^* 参数。例如, 对于调焦平行平面热稳望远镜腔, g^* 参数图上工作点的直线方程(3-11)式这时成为

$$g_2^* = 1 \quad (4-4)$$

它与(4-3)式只有一个交点, 其坐标为

$$g_1^* = \frac{1}{2}, \quad g_2^* = 1 \quad (4-5)$$

对应热焦距满足

$$f = 2d_2 \quad (4-6)$$

2. 从基本公式(3-1)出发, 并对腔参数和归一化模参数作具体物理分析, 就可推导出望远镜腔热稳定的充分必要条件。事实上(3-12)(a)、(b)为 W_1 有极值的必要条件, 而(3-12)(c)则保证了 W_1 有极值点存在。同时, 使用本文方法, 还同时求出了满足热稳条件的 D_n, f, g_1^*, g_2^* 的解析表示式, 使用这些公式, 不仅可直接对热稳望远镜腔的性质, 例如 g^* 参数图上的分布、腔的失调特性等从物理上进行分析, 而且也给热稳腔的设计带来了方便。

3. 本文使用 g', g^* 参数等价腔可正确求出输出镜 S_1 处基模光斑半径 W_1 , 但不能直接求得全反射镜 S_2 处的基模光斑半径 W_2 , 即等价腔的使用是有条件的。通常使用的单端输出腔的热稳性实质上是指输出激光束对光腔热扰动的稳定性。可以证明, 对两端输出、二反射镜皆“匹配”的光腔, 仅可能由一端

获得热稳的激光束。因此, 所有腔参数相同, 但输出端不同的两个多元件腔, 就输出特性而言, 一般并不相同。不注意到这点就会得出错误的结论。

4. 由于使用等价腔的分析方法和变换技巧, 原则上总可以把含有多个透镜(其中有一个是热透镜)的多元件腔化为只含有一个热透镜的腔, 因此, 本文的分析方法和所得结果不仅对望远镜腔适用, 而且可直接推广用于分析一般多元件腔的热稳问题, 即光腔热稳定的充分必要条件(3-10)式或(3-12)式具有普遍性意义, 在分析具体腔型时, 仅需将相应的 g_i^*, A, d_i 等的表示式代入而已。

参 考 文 献

- 1 Staffen J et al. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1972; **QE-18**(2): 239
- 2 Lortscher J P et al. *Opt. and Quant. Electr.*, 1975; **7**(6): 505
- 3 吕百达. 光学学报, 1987; **7**(2): 105
- 4 Hanna D C et al. *Opt. Commun.*, 1981; **37**(5): 359
- 5 Weber H. 激光谐振腔, 华中工学院出版社, 1983: 111

(上接第 335 页)

而击穿电压可近似表示为

$$U_b \approx \frac{V_0}{1 + \frac{C_d}{C_s}} (1 + e^{-\gamma_s \pi / \omega}) \quad (4)$$

(3)、(4)式确实反映了前述的电流幅值和脉宽随 C_s, C_d 的变化规律。

六、结 论

对激光器电参量的研究表明: 放电泵浦的 XeCl 准分子激光器中, 各电参量控制着初始储存的能量向激光气体内沉积的过程, 从而影响到激光器的输出能量和效率。为得到高能高效激光输出, 要求回路电感尽可

能小以增大电压上升速率, 从而获得较高的注入功率; 提高充电电压只有在设法增大激光气体击穿相角的基础上才能收到良好效果; 而储能电容 C_s 一旦选定, 对于特定器件, C_d 有一特定最佳值。理论上应使 $\eta_C = 1$ 。实际上, 兼顾到电压转移比, 应取 η_C 为小于 1 的某最佳值。

参 考 文 献

- 1 王绍英 et al. 光学学报, 1988; **8**(2): 125
- 2 Mel'chenko S V et al. *Sov. J. Quant. Electr.*, 1984; **4**(17): 1009
- 3 Bychkov Yu I et al. *Sov. J. Quant. Electr.*, 1982; **12**(12): 1581
- 4 Miyozaki Kenzo et al. *Rev. Sci. Instrum.*, 1985; **56**(2): 201