

## 光泵远红外激光器的饱和效应

王长辛\* 傅恩生 王润文

(中国科学院上海光机所)

**提要:** 运用缀饰原子方法研究光泵三能级系统的饱和效应。求出了包含着两个不同的饱和因子的小信号增益, 它可以方便地用来描述光泵远红外激光器中喇曼跃迁和线中心跃迁的不同饱和行为。

## Saturation effect in optically pumped far-infrared lasers

Wang Changxin, Fu Ensheng, Wang Runwen

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

**Abstract:** Dressed-atom approach is used to study the saturation effect of an optically pumped three-level system. The small signal gain containing two different saturation factors has been obtained, which may be conveniently applied to analyze different saturation behavior of the Raman and line-center transitions in optically pumped far-infrared lasers.

线中心增益不同的饱和特性, 较好地解释了光泵远红外激光器实验中所得的结果。

## 一、引言

光泵远红外激光器的大量实验结果表明, 在失谐泵浦情形下, 喇曼过程比线中心过程占优势, 远红外激光器的输出主要取决于系统中的喇曼增益<sup>[2, 5]</sup>。人们用喇曼增益和线中心增益具有不同的饱和行为对此进行解释。但是, 半经典理论预言喇曼过程和线中心过程具有相等的小信号增益<sup>[1, 2]</sup>, 因此先前的小信号增益理论无法描述上述的实验结果。

本文运用缀饰原子方法研究光泵远红外激光器的小信号( $\beta_s \tau \ll 1$ )增益的饱和特性, 得到了一些新结果, 适合于描述喇曼增益和

## 二、物理系统

考虑图1所示的三能级系统与两个激光场的相互作用。强泵浦场( $E_p, \omega_p$ )与能级1、2发生近共振作用, 其失谐量为

$$\delta_p = \omega_p - \omega_{21};$$

而弱远红外场( $E_s, \omega_s$ )与能级2、3发生近共振作用, 相应的失谐量为

$$\delta_s = \omega_s - \omega_{23}.$$

在这里  $\omega_p$  和  $\omega_s$  分别表示泵浦激光场和远红外信号场的角频率。令:

收稿日期: 1987年1月9日。

\* 现在华东工学院物理系工作。

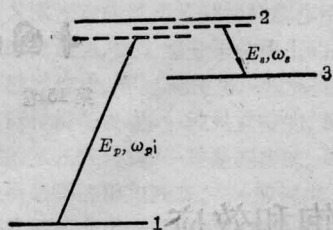


图1 三能级系统与两个激光场相互作用

$$\begin{aligned}
 E(t) &= \frac{1}{2} E_p \exp(i\omega_p t) \\
 &+ \frac{1}{2} E_s \exp(i\omega_s t) + \text{c.c.}, \\
 \rho_{12} &= \tilde{\rho}_{12} \exp(i\omega_p t), \\
 \rho_{23} &= \tilde{\rho}_{23} \exp(-i\omega_s t), \\
 \rho_{13} &= \tilde{\rho}_{13} \exp[i(\omega_p - \omega_s)t].
 \end{aligned} \quad (1)$$

处理光泵远红外激光器动力学问题通常是利用旋波近似和稳态近似,把密度矩阵元的微分方程化为一组代数方程来求解<sup>[1,2]</sup>。

现在,我们根据缀饰原子方法,把强泵浦场当作原子(或分子)的缀饰场,引进半经典缀饰态<sup>[6,7]</sup>:

$$\begin{aligned}
 |A\rangle &= \cos\theta|1\rangle - \sin\theta|2\rangle, \\
 |B\rangle &= \sin\theta|1\rangle + \cos\theta|2\rangle, \\
 |C\rangle &= |3\rangle;
 \end{aligned} \quad (2)$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \sin\theta &= \left\{ \frac{1}{2} [1 - \delta_p (\delta_p^2 + 4\beta_p^2)^{-\frac{1}{2}}] \right\}^{\frac{1}{2}}, \\
 \cos\theta &= \left\{ \frac{1}{2} [1 + \delta_p (\delta_p^2 + 4\beta_p^2)^{-\frac{1}{2}}] \right\}^{\frac{1}{2}};
 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{而 } \beta_p = \frac{\mu_{21} E_p}{2\hbar} \quad \text{和} \quad \beta_s = \frac{\mu_{23} E_s}{2\hbar}$$

分别是泵浦场和远红外场的拉比频率。运用缀饰变换(2)式,很容易得到缀饰态的密度矩阵方程为<sup>[6,7]</sup>:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{\rho}}_{AA} &= \Lambda_A - \tau^{-1} \tilde{\rho}_{AA} + 2\alpha_A \text{Im}(\tilde{\rho}_{CA}) \\
 \dot{\tilde{\rho}}_{BB} &= \Lambda_B - \tau^{-1} \tilde{\rho}_{BB} + 2\alpha_B \text{Im}(\tilde{\rho}_{CB}) \\
 \dot{\tilde{\rho}}_{CC} &= \Lambda_C - \tau^{-1} \tilde{\rho}_{CC} - 2\alpha_A \text{Im}(\tilde{\rho}_{CA}) \\
 &\quad - 2\alpha_B \text{Im}(\tilde{\rho}_{CB}) \\
 \dot{\tilde{\rho}}_{BA} &= \Lambda_{BA} - (\tau^{-1} + i\omega_{BA}) \tilde{\rho}_{BA} + i\alpha_A \tilde{\rho}_{BC} \\
 &\quad - i\alpha_B \tilde{\rho}_{CA} \\
 \dot{\tilde{\rho}}_{CA} &= -(\tau^{-1} + i\omega_{CA}) \tilde{\rho}_{CA} + i\alpha_A (\tilde{\rho}_{CC} - \tilde{\rho}_{AA}) \\
 &\quad - i\alpha_B \tilde{\rho}_{BA}
 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{\rho}}_{CB} &= -(\tau^{-1} + i\omega_{CB}) \tilde{\rho}_{CB} + i\alpha_B (\tilde{\rho}_{CC} - \tilde{\rho}_{BB}) \\
 &\quad - i\alpha_A \tilde{\rho}_{AB} \\
 \tilde{\rho}_{\alpha\beta} &= \tilde{\rho}_{\beta\alpha}^*
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 \Lambda_A &= \tau^{-1} (\rho_{11}^0 \cos^2\theta + \rho_{22}^0 \sin^2\theta), \\
 \Lambda_B &= \tau^{-1} (\rho_{11}^0 \sin^2\theta + \rho_{22}^0 \cos^2\theta), \\
 \Lambda_C &= \tau^{-1} \rho_{33}^0, \\
 \Lambda_{BA} &= \Lambda_{AB} = \frac{1}{2} \tau^{-1} (\rho_{11}^0 - \rho_{22}^0) \sin 2\theta, \\
 \alpha_A &= \beta_s \sin\theta, \\
 \alpha_B &= -\beta_s \cos\theta, \\
 \omega_{BA} &= (\delta_p^2 + 4\beta_p^2)^{\frac{1}{2}}, \\
 \omega_{CA} &= \frac{1}{2} \delta_p - \delta_s - \frac{1}{2} (\delta_p^2 + 4\beta_p^2)^{\frac{1}{2}}, \\
 \omega_{CB} &= \frac{1}{2} \delta_p - \delta_s + \frac{1}{2} (\delta_p^2 + 4\beta_p^2)^{\frac{1}{2}}.
 \end{aligned} \quad (5)$$

在推导方程(4)过程中,假设脉冲光泵远红外激光器中的各弛豫速率相等,即  $\tau_{mn}^{-1} = \tau_{mm}^{-1} = \tau^{-1}$ <sup>[1,2]</sup>。 $\rho_{ii}^0$  ( $i=1\sim 3$ )表示热平衡时密度矩阵对角元  $\rho_{ii}$  的值。

根据变换(2),非对角元  $\tilde{\rho}_{32}$  可表示为<sup>[6]</sup>:

$$\tilde{\rho}_{32} = \cos\theta \tilde{\rho}_{CB} - \sin\theta \tilde{\rho}_{CA} \quad (6)$$

在这里  $\tilde{\rho}_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 3$ )表示裸原子的密度算符矩阵元;而  $\tilde{\rho}_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta=A, B, C$ )表示缀饰原子密度矩阵元。光泵远红外激光器的增益为

$$\alpha(\omega_s) = \frac{4\pi\omega_s}{c} \chi''(\omega_s),$$

其中  $\chi''(\omega_s)$ 表示系统极化率的虚部<sup>[1,2]</sup>,在这里可表示为:

$$\begin{aligned}
 \chi''(\omega_s) &= \frac{2}{E_s} \text{Im}(\mu_{23} \tilde{\rho}_{32}) \\
 &= \frac{2}{E_s} \text{Im}[\mu_{23} (\cos\theta \tilde{\rho}_{CB} - \sin\theta \tilde{\rho}_{CA})]
 \end{aligned} \quad (7)$$

### 三、系统的小信号增益及其饱和特性

在一般情况下,光泵激光器泵浦脉冲的

持续时间限大于系统中的弛豫时间  $\tau$ 。因此可以近似地认为系统处于稳定状态,即

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_{\alpha\beta}}{\partial t} = 0 \quad (\alpha, \beta = A, B \text{ 或 } C)^{[1,2]}.$$

在稳态近似下,很容易求得方程(4)的零阶微扰为:

$$\tilde{\rho}_{\alpha\alpha}^{(0)} = \tau A_{\alpha} \quad (\alpha = A, B \text{ 或 } C)$$

$$\tilde{\rho}_{BA}^{(0)} = \frac{A_{BA}}{\tau^{-1} + i\omega_{BA}} \{ \tilde{\rho}_{BA}^{(0)} = [\tilde{\rho}_{AB}^{(0)}]^* \} \quad (8)$$

其它零阶微扰项 = 0

和一阶微扰:

$$\tilde{\rho}_{CA}^{(1)} = \frac{i\alpha_A(\tilde{\rho}_{CC}^{(0)} - \tilde{\rho}_{AA}^{(0)}) - i\alpha_B\tilde{\rho}_{BA}^{(0)}}{\tau^{-1} + i\omega_{CA}} \quad (9)$$

$$\tilde{\rho}_{CB}^{(1)} = \frac{i\alpha_B(\tilde{\rho}_{CC}^{(0)} - \tilde{\rho}_{BB}^{(0)}) - i\alpha_A\tilde{\rho}_{AB}^{(0)}}{\tau^{-1} + i\omega_{CB}}$$

把(9)式代入(7)式,利用(5)式和(8)式,如果根据文献[1]中的讨论,假设  $\rho_{22}^0 = \rho_{33}^0$ , 很容易得到:

$$\chi''(\omega_s) = \frac{|\mu_{23}|^2}{4\hbar} \tau r_{12}^0 \frac{\beta_p^2}{\gamma^2} \times \left\{ \frac{1}{1 + (\gamma - \Omega)^2 \tau^2} + \frac{1}{1 + (\gamma + \Omega)^2 \tau^2} + \frac{2(\gamma^2 - \Omega^2)\tau^2(1 + 2\gamma^2\tau^2) - 2}{\left( \frac{(1 + 4\gamma^2\tau^2)[1 + (\gamma - \Omega)^2\tau^2]}{[1 + (\gamma + \Omega)^2\tau^2]} \right)} \right\} \quad (10)$$

其中:

$$r_{12}^0 = \rho_{11}^0 - \rho_{22}^0,$$

$$\gamma = \frac{1}{2}(\delta_p^2 + 4\beta_p^2),$$

$$\Omega = \frac{1}{2}\delta_p - \delta_s.$$

通过求解缀饰态密度矩阵方程(4)的一阶稳态微扰解,成功地得到了远红外小信号增益(10)式,其结果与文献[1]中报道的完全一样。(10)式只适用于  $\beta_s\tau \ll 1$  情形,其结果如图 2(a)所示,即使在失谐泵浦下,两个增益峰仍具有相等的高度,无法描述光泵远红外激光器中喇曼跃迁和线中心跃迁具有不同的饱和行为。因此我们还必须求解方程(4)

的高阶微扰解。

我们注意到,(10)式给出远红外增益的两个峰处在

$$\delta_s^{\pm} = \frac{1}{2}\delta_p \pm \frac{1}{2}(\delta_p^2 + 4\beta_p^2)^{\frac{1}{2}},$$

对应于缀饰原子图像中的两个共振条件为

$$\omega_{CA} = 0 \quad \text{和} \quad \omega_{CB} = 0.$$

光泵远红外激光器一般要求尽可能地满足这两个共振条件之一(即满足  $\omega_{CA} = 0$  或  $\omega_{CB} = 0$ )。如果在高阶微扰解中,略去贡献较小的交叉项,由方程(4)得到如下递推公式:

$$\text{Im}(\tilde{\rho}_{CA}^{(2n+1)}) = -\frac{4\alpha_A^2\tau^2}{1 + \omega_{CA}^2\tau^2} \text{Im}(\tilde{\rho}_{CA}^{(2n-1)}) \quad (11)$$

$$\text{Im}(\tilde{\rho}_{CB}^{(2n+1)}) = -\frac{4\alpha_B^2\tau^2}{1 + \omega_{CB}^2\tau^2} \text{Im}(\tilde{\rho}_{CB}^{(2n-1)})$$

利用(11)式很容易得到:

$$\text{Im}(\tilde{\rho}_{CA}) = \frac{1}{1 + \frac{4\alpha_A^2\tau^2}{1 + \omega_{CA}^2\tau^2}} \text{Im}(\tilde{\rho}_{CA}^{(1)}) \quad (12)$$

$$\text{Im}(\tilde{\rho}_{CB}) = \frac{1}{1 + \frac{4\alpha_B^2\tau^2}{1 + \omega_{CB}^2\tau^2}} \text{Im}(\tilde{\rho}_{CB}^{(1)})$$

把(12)式代入(7)式,并利用(5)式和(9)式,经过代数化简后得到:

$$\chi''(\omega_s) = \frac{|\mu_{23}|^2}{4\hbar} \tau r_{12}^0 \frac{\beta_p^2}{\gamma^2} \times \left\{ \frac{1}{1 + 4\beta_s^2\tau^2 \cos^2\theta + (\gamma - \Omega)^2\tau^2} + \frac{1}{1 + 4\beta_s^2\tau^2 \sin^2\theta + (\gamma + \Omega)^2\tau^2} + \frac{2(\gamma^2 - \Omega^2)\tau^2(1 + 2\gamma^2\tau^2) - 2}{\left( \frac{(1 + 4\gamma^2\tau^2)[1 + 4\beta_s^2\tau^2(1 + 2\gamma^2\tau^2 - 2\Omega\gamma\tau^2 \cos 2\theta)]}{\left( \frac{(1 + 4\gamma^2\tau^2)}{\times [1 + 4\beta_s^2\tau^2 \cos^2\theta + (\gamma - \Omega)^2\tau^2]} \right)} \right)} \right\} \quad (13)$$

(13)式前两项表明,由于饱和因子  $4\beta_s^2\tau^2 \cos^2\theta$  和  $4\beta_s^2\tau^2 \sin^2\theta$  的作用,远红外增益的两个峰值比一阶结果(10)式小。由此而带来的结果是,在失谐泵浦(即  $\delta_p \neq 0$ )情形下,由于  $\sin^2\theta$  和  $\cos^2\theta$  不相等,导致两个增

益峰具有不同的高度，因而表现出不同的饱和行为。两个增益峰的宽度分别表现为由原来的  $\tau^{-1}$  变成了  $\tau^{-1}(1+4\beta_s^2\tau^2\cos^2\theta)$  和  $\tau^{-1}(1+4\beta_s^2\tau^2\sin^2\theta)$  的功率加宽。(13)式的最后一项表示两个峰重迭而引起的相干。下面将用(13)式讨论喇曼增益和线中心增益的饱和特性。

#### 四、结果与讨论

由(3)式可知， $\sin^2\theta$  和  $\cos^2\theta$  的值与泵浦场的拉比频率  $\beta_p$  和失谐量  $\delta_p$  有关。因此，远红外增益的饱和行为也依赖于  $\beta_p$  和  $\delta_p$ 。图2(b)和图3表明， $|\delta_p|$  的值越大(或  $\beta_p$  的值越小)，两个增益峰的高度相差也越大，说明两个增益峰的饱和特性相差也越大。愈靠近中心频率  $\delta_s=0$  的增益峰越容易饱和。比较图3和文献[1]中的图4(a)，不难发现两者是完全一样的，这也说明了在  $\beta_s\tau \ll 1$  时，本文中的(13)式与文献[1]中复杂的(9)式给出相同的结果。

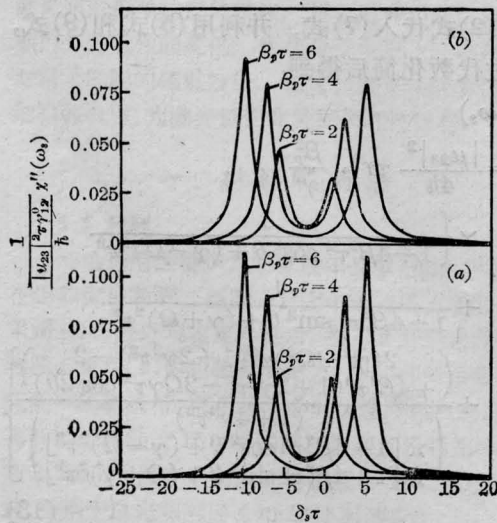


图2 当  $\delta_p\tau = -5$  以及(a)  $\beta_s\tau \ll 1$  和 (b)  $\beta_s\tau = 0.4$  时，归一化的  $\chi''(\omega_s)$  随  $\delta_s\tau$  的变化关系

由(13)式可知，在强泵浦场( $\beta_s\tau > 1$ )时，两个增益峰出现在<sup>[1, 2]</sup>：

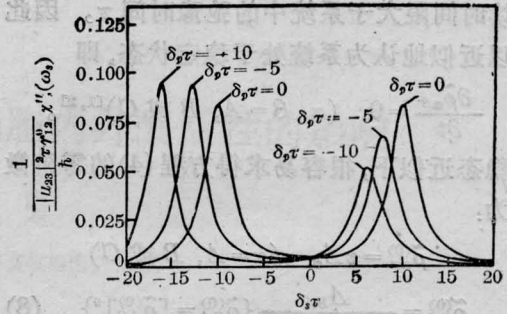


图3 当  $\beta_p\tau = 10$ 、 $\beta_s\tau = 1.0$  以及  $\delta_p\tau$  取不同的值时，归一化的  $\chi''(\omega_s)$  随  $\delta_s\tau$  的变化关系

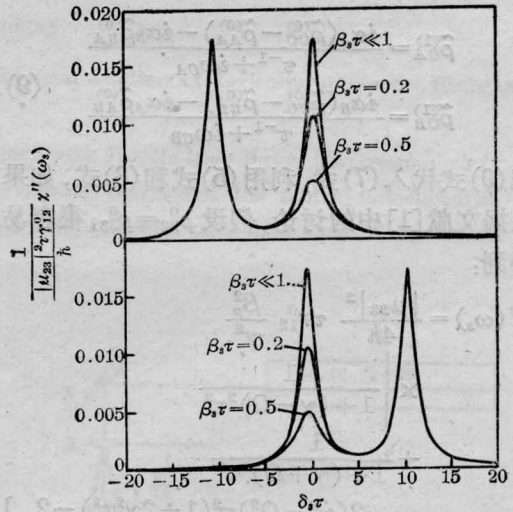


图4 当  $\beta_p\tau = 2$  和  $\beta_s\tau$  取不同的值以及 (a)  $\delta_p\tau = 10$  和 (b)  $\delta_p\tau = -10$  时，归一化的  $\chi''(\omega_s)$  随  $\delta_s\tau$  的变化关系

$$\delta_s^{\pm} = \frac{1}{2} \delta_p \pm \frac{1}{2} (\delta_p^2 + 4\beta_p^2)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

相应的两个饱和参量  $\beta_{sR}^{sat(\pm)}$  定义为：当两个增益峰的高度各自降为原来高度的一半时，对应的远红外场的拉比频率的两个值为  $\beta_{sR}^{sat(\pm)}$ 。因此由(13)式可以得到：

$$\begin{aligned} 2\beta_{sR}^{sat(+)}\tau \sin\theta &= 1 \\ 2\beta_{sL}^{sat(-)}\tau \cos\theta &= 1 \end{aligned} \quad (15)$$

此外，用  $\beta_{sR}^{sat}$  和  $\beta_{sL}^{sat}$  分别表示喇曼增益饱和参量和线中心增益饱和参量。如果  $\delta_p > 0$ ， $\delta_s^+$  对应于喇曼增益峰的位置，即  $\beta_{sR}^{sat} = \beta_{sR}^{sat(+)}$ ； $\delta_s^-$  则表示线中心增益峰的位置，因此  $\beta_{sL}^{sat} = \beta_{sL}^{sat(-)}$ 。由于  $\sin\theta < \cos\theta$ ，因此有  $\beta_{sR}^{sat} > \beta_{sL}^{sat}$ 。

如果  $\delta_p < 0$ ,  $\delta_s^+$  对应于线中心增益峰, 而  $\delta_s^-$  则对应于喇曼增益峰, 即有  $\beta_{sL}^{sat} = \beta_{sL}^{sat(+)}$  和  $\beta_{sR}^{sat} = \beta_{sR}^{sat(-)}$ , 此时  $\sin \theta > \cos \theta$ , 因此可以得到  $\beta_{sR}^{sat} > \beta_{sL}^{sat}$ 。以上讨论结果表明, 无论是  $\delta_p > 0$  还是  $\delta_p < 0$ , 喇曼增益的饱和参量  $\beta_{sR}^{sat}$  总是大于线中心增益的饱和参量  $\beta_{sL}^{sat}$ , 也就是说线中心增益比喇曼增益容易达到饱和, 大量的光泵远红外激光系统的实验结果也证实了这一点。对于处在失谐泵浦下的远红外激光器, 在泵浦激光脉冲激励的初始, 系统中既存在喇曼跃迁也存在线中心跃迁, 但是随着远红外场(即  $\beta_s$ )的不断增强, 线中心增益很快就出现饱和而急剧下降, 此时喇曼增益并未表现出明显的饱和迹象, 使得系统中的喇曼增益远大于线中心增益, 其结果与我们通过(13)式计算所得到的图4相吻合。在以  $\text{CH}_3\text{F}$ 、 $\text{D}_2\text{O}$  和  $\text{NH}_3$  等气体分子为工作物质的光泵远红外激光器实验中已经观察到了喇曼增益和线中心增益具有不同的饱和行为<sup>[2~5]</sup>。

考虑  $\delta_p^2 \gg 4\beta_p^2$  情形<sup>[2,5]</sup>, 此时对于  $\delta_p > 0$ , 有  $\sin \theta \simeq \frac{\beta_p}{\delta_p}$  和  $\cos \theta \simeq 1$ ;

对于  $\delta_p < 0$ , 则有  $\sin \theta \simeq 1$  和

$$\cos \theta \simeq -\frac{\beta_p}{\delta_p}。$$

根据(15)式和前面讨论的结果, 很容易得到:

$$\begin{aligned} \beta_{sR}^{sat} \tau &= \frac{1}{2} \frac{|\delta_p|}{\beta_p}, \\ \beta_{sL}^{sat} \tau &= \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (16)$$

上式表明线中心增益的饱和参量大约为  $\frac{1}{2}$ , 该结果与文献[5]所得的结果一致; 然而喇曼增益的饱和参量则远大于线中心增益的饱和参量, 且与泵浦的失谐量  $|\delta_p|$  成正比, 与泵浦场的拉比频率  $\beta_p$  成反比。

总而言之, 本文的结果与实验吻合得较好, 可以方便地用来描述光泵远红外激光器增益的饱和特性。

### 参 考 文 献

- 1 Petuchowski J, Rosenberger A T et al. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1977; **QE-13**(3):425
- 2 Dantly B J, Evangelides S G et al. in "Infrared and Millimeter Waves", New York: Academic Press, Vol.12: 198~208
- 3 Fetterman H R et al. *Appl. Phys. Lett.*, 1979; **34**(2): 123
- 4 Wiggin J D et al. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1978; **QE-14**(1): 23
- 5 Drozdowicz Z et al. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1979; **QE-15**(3):170; **QE-15**(6): 865
- 6 Berman P R, Saloma R. *Phys. Rev.*, 1982; **A25**: 2667
- 7 Lu N, Berman P R et al., *Phys. Rev.*, 1986; **A23**: 3956

## 激光治疗梨状肌综合症近期疗效观察

山东滨州医学院附属医院对常规疗法效果不佳的31例梨状肌综合症患者采用He-Ne激光治疗。激光功率25mW, 光斑直径2cm。先垂直照射患侧压痛点, 照射距离100cm, 时间20min; 后照射环跳、委中、承山和足三里等穴位各5min, 距离30cm。每日1次, 10次一疗程。平均需治两个疗程。半年、一年后随访观察, 结果是47%痊愈, 40%好转,

且病程短者疗效显著。其机理可能是(1)激光照射引起血液粘度下降, 改善局部血液循环及营养供应; (2)激光穴位照射可通过经络或神经系统的刺激调节人体机能, 增强免疫; (3)神经系统受激光照射产生镇痛作用。

(山东滨州医学院附属医院)

梁 勛 韩学德)