1981; B23: 155

4 Nitzan A etal. The Journal of Chemical Physics, 1974; 61(3): 1056

(收稿日期: 1987年2月2日)

多元件腔模式计算的变量方法

卢 亚 雄

(成都电讯工程学院光电子技术系)

Variable method for mode calculations of multi-element cavity

Lu Yaxiong

(Department of Opto-Electronic Techniques, Chengdu Institute of Radio Engineering, Chengdu)

Abstract: The dependence of the round-trip matrice elements on the position of reference plane is given, The variable method for mode calculations of multi-element cavity has been demonstrated. Some cavity modes are calculated by this method as examples.

一、前　　言

激光谐振腔的模式特性计算是激光工程中的重要问题。对于工程中使用的多元件腔，往往从实用目的出发，利用几何光学理论及高斯光束变换规律讨论这些腔的稳定性条件和模式特性。根据不同的腔型，选择传播矩阵法、等效像镜法、厚透镜法以及腰斑展开法[1]进行讨论。若选择得当，可以减少计算矩阵乘积的次数。但是，根据矩阵元素所进行的计算仍是繁琐的。

本文讨论了往返矩阵元素 A、B、C、D 与参考面位置变量之间的函数关系。根据这些关系，推导出模式计算的简化公式。最后的验证，证明了该种方法的正确性。

二、模式计算的变量方法

在讨论中不考虑像散的影响。设某谐振腔的一个腔臂长为L，两端的球面镜 M_1、M_2 的曲率半径分别为 R_1 和 R_2，该臂中待求光腰半径为 ω_0，其与 M_1 镜的距离用 z_1 表示。在该腔的等效透镜波导中，选择距 M_1 镜的 z 处作为计算腔的往返矩阵 M 的参考平面 RP(图1)，则:

$$M=\begin{pmatrix} A(z) & B(z) \\ C & D(z) \end{pmatrix} \tag{1}$$

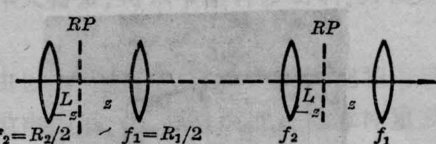

图 1

其中 C 为常数。若 $A(0)$、$D(0)$是 $z=0$ 时的矩阵元素，根据往返矩阵迹的不变性，有:

$$A(z)+D(z)=A(0)+D(0)=\text{常数} \tag{2}$$

该参考面上高斯本征模的等相位面曲率半径 $R(z)$ 以及光斑半径 $\omega(z)$分别为[2]:

$$R(z)=2B(z)/[A(z)-D)z)] \tag{3}$$

$$\omega^2(z)=\frac{\lambda}{\pi}\cdot\frac{B(z)}{\sqrt{1-[A(z)+D(z)]^2/4}}。 \tag{4}$$

当 $z=z_1$ 时，参考面位于光腰处，根据光腰性质有:

$$A(z_i)-D(z_i)=0, \tag{5}$$

$$\left.\frac{dB(z)}{dz}\right|_{z=z_1}=0。 \tag{6}$$

由于 $AD-BC=1$, 还可得到该臂的共焦参数 z_0:

$$z_0=\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}=\sqrt{\frac{B(z_1)}{-C}}. \tag{7}$$

根据(5)与(6)式，假设:

$$B(z)=mz^2+nz+B(0), \tag{8}$$

$$A(z)-D(z)=2mz+n. \tag{9}$$

它们具有相同的 z_1 解:

$$z_1=-n/2m. \tag{10}$$

容易证明，往返矩阵 M 具有以下形式:

$$M=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}[A(0)+D(0)]+mz+n/2 & mz^2+nz+B(0)\\ -m & \frac{1}{2}[A(0)+D(0)]-mz-n/2\end{pmatrix}\tag{11}$$

这时，(7)式简化为:

$$z_0^2=-z_1^2+B(0)/m。\tag{12}$$

因此，计算模式特性时，只需计算出元素 $B(z)$ 并整理为(8)式的形式，该臂中光腰半径 ω_0 及其位置 z_1 可分别由(12)式及(10)式计算。谐振腔的稳定性条件就是光腰存在条件，表示为:

$$4mB(0)-n^2>0。\tag{13}$$

三、例　证

3.1　四镜环形腔(图 2)

该腔总腔长 $d=d_1+d_2$，其往返矩阵为:

$$\begin{pmatrix}A(z) & B(z)\\ C & D(z)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & d_1-z\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1/f_1 & 1\end{pmatrix}$$

$$\times\begin{pmatrix}1 & d_2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1/f_2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & z\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

在(8)式规定的形式下:

$$\begin{cases}m=(f_1+f_2-d_2)/f_1f_2,\\ n=[d_1d_2-df_1+(d_2-d_1)f_2]f_1f_2,\\ B(0)=(df_1-d_1d_2)/f_1\end{cases}$$

因此，由(10)式及(12)式得到，M_1M_2 腔臂中的光腰距 M_2 的距离 z_2 及共焦参数 z_0 分别为:

$$\begin{cases}z_2=\dfrac{f_1d+(d_1-d_2)f_2-d_1d_2}{2(f_1+f_2-d_2)},\\ z_0=\dfrac{\left\{\begin{matrix}[d(f_1+f_2)-d_1d_2][4f_1f_2\\ -d(f_1+f_2)+d_1d_2]\end{matrix}\right\}}{4(f_1+f_2-d_2)^2}。\end{cases}$$

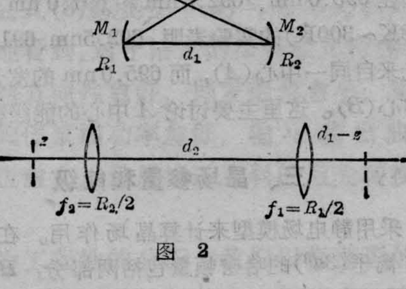

图　2

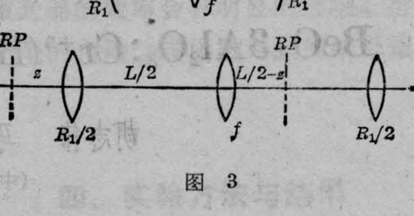

图　3

若假设 $d_1=f_1+f_2+\delta$，稳定性条件最终简化为:

$$\frac{(f_1-f_2)^2}{d_2-f_1-f_2}<\delta<\frac{(f_1+f_2)^2}{d_2-f_1-f_2}。$$

3.2　带透镜的对称两镜腔(图 3)

该对称腔中一个周期的变换矩阵为:

$$\begin{pmatrix}A(z) & B(z)\\ C & D(z)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & L/2-z\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1/f & 1\end{pmatrix}$$

$$\times\begin{pmatrix}1 & L/2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2/R_1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & z\\ 0 & 1\end{pmatrix}。$$

$B(z)$的相应系数为:

$$\begin{cases}m=[R_1+2f-L]/R_1f,\\ n=L[L-4f]/2R_1f,\\ B(0)=L[4f-L]/4f。\end{cases}$$

根据这种方法得到:

$$\begin{cases}z_1=L[L-4f]/4[L-R_1-2f],\\ z_0^2=\dfrac{L(L-4f)(L-2R_1)(4f+2R_1-L)}{16(2f+R_1-L)^2}。\end{cases}$$

这些结果都与已知结果完全一致。

四、结　论

使用模式计算的变量方法，虽然在计算往返矩阵时要增加一个矩阵的乘积，但是，在乘积的最后一步运算(也最为繁琐)中，仅需计算四个矩阵元素中的一个，而且计算公式是简单的，所以简化了腔模式的计算。另外，给出的往返矩阵元素与参考面位置的关系，将加深对几何光学以及谐振腔几何光学理论的理解。

参　考　文　献

1　吕百达。中国激光，1986;**13**(10):623

2　Yariv A. Quantum Electronics, 2 Edition. John Wiley & Sons Inc., 1975

(收稿日期：1986 年 12 月 12 日)