中国激光

第15卷 第4期

成对相关散斑与散斑-莫尔

贺铎民 刘智深

(南京航空学院电子工程系) (青岛海洋大学物理系)

提要：根据散斑图成对相关的概念，从理论和实验两个方面阐明莫尔-散斑图的机理，进一步研究了散斑-莫尔现象。

Paired correlation spekles and speckle-moires

He Duomin

(Department of Electronic Engineering, Nanjing Aeronautic Institute, Nanjing)

Liu Zhishen

(Department of Physice, Qingdao Oceanography University, Qingdao)

Abstract: Based on the concept of paired correlation speckle patterns, the mechanism of moire-specklegram is explained both theoretically and experimentally, and speckle-moire phenomenon are furthrer investigated.

一、引 言

在计量检测与实验应力分析中，有三种主要的近代光学技术：莫尔技术、全息技术和散斑技术。关于它们之间的结合，继全息-莫尔和全息-散斑这两种概念与方法的提出和应用之后，最近，散斑-莫尔的概念也提了出来，并给出相应的实验结果[1]；即用适当的方法在同一张底片上作四次曝光，获得一张多曝光散斑图，称莫尔-散斑图(基板)，这四个子散斑图处于成对相关的状态，当用单束激光照射莫尔-散斑图基板时，便可以在单一的衍射光晕内获得散斑-莫尔条纹。

二、理 论 分 析

图1为用以阐述莫尔-散斑的机制与散斑-莫尔条纹形成的原理图。假设不透明屏π上有许许多多四个一组的小孔($S_{1,1}$, $S_{1,2}$; $S'_{1,1}$, $S'_{1,2}$), ……($S_{i,1}$, $S_{i,2}$; $S'_{i,1}$, $S'_{i,2}$)……，它们满足以下条件：

(i) 标同种颜色("白"色或"黑"色)的小孔都一样，标不同颜色的小孔代表不同类型的小孔；当准直相干光照亮屏时，同类小孔所出射的光波是相干的，而不同类小孔所出射的光波不相干。在以下的讨论中，我们将会

收稿日期：1986年11月3日。

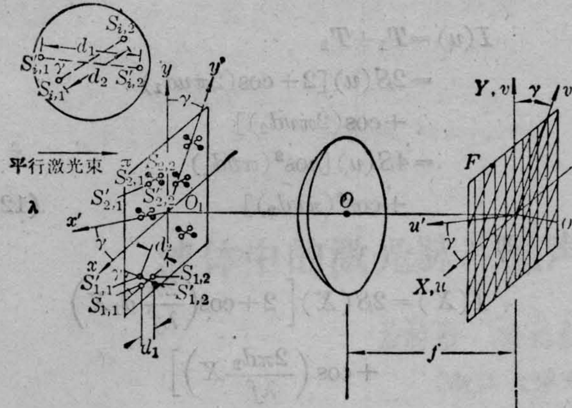

图 1

看到，此条件表征了成对相关散斑(图1)的特性。

(ii) 对于所有各组小孔，两"白"孔之间的间距及其指向均相同，设为 $\boldsymbol{d}_1$，两"黑"孔之间的间距及其指向亦相同，设为 $\boldsymbol{d}_2$，令 $\boldsymbol{d}_1$ 和 $\boldsymbol{d}_2$ 的夹角为 γ。

(iii) 全部小孔以四个一组(两"白"孔和两"黑"孔)为单元在 π 屏上呈随机分布。图中，$u=\dfrac{X}{\lambda f}$，$v=\dfrac{Y}{\lambda f}$，坐标 x'-y' 和 u'-v' 与坐标 x-y 和 u-v 之间的夹角为 γ。

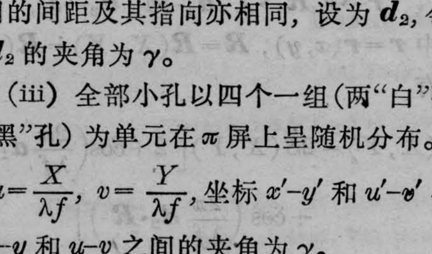

图 2

为方便起见，先讨论一维情况。简化屏如图2所示，当相干光照射 π 屏时，屏之后(紧靠)的光场分布为 $\Phi(x)$。根据上述的三个假设条件，可以写出

$$\Phi(x)=\left\{\sum_{l=1}^{M}\delta(x-x_l)\cdot e^{i2\pi N'_l}\right\}\otimes[\delta(x)+\delta(x-d_1)]+\left\{\sum_{m=1}^{M}\delta(x-x_m)\cdot e^{i2\pi N''_m}\right\}\otimes[\delta(x)+\delta(x-d_2)] \tag{1}$$

其中，符号 $\otimes$ 表示卷积运算，$\delta(x)$ 为 δ-函数，M 为大数，$(x_l-x_m)=a$(常数)，而 N'_l 表征第 l 个"白"孔处光波的相位成分；N''_m 表征第 m 个"黑"孔处光波的相位成分，由所设条件知，N' 和 N'' 应为不同的随机量，即 $N'\neq N''$。

在 X-Y 平面(u-v 平面)上，Φ 的 Fourier 变换为

$$\tilde{\Phi}(u)=\mathscr{F}[\Phi(x)]=\left\{\sum_{l=1}^{M}e^{i2\pi N'_l}\cdot e^{i2\pi ux_l}\right\}\times[1+\exp(i2\pi ud_1)]+\left\{\sum_{m=1}^{M}e^{i2\pi N''_m}\cdot e^{i2\pi ux_m}\right\}\times[1+\exp(i2\pi ud_2)] \tag{2}$$

相应的光强分布

$$I(u)=|\tilde{\Phi}|^2=\tilde{\Phi}\cdot\tilde{\Phi}^*=T_1+T_2+T_3+T_4 \tag{3}$$

$$T_1\equiv\left|\sum_{l=1}^{M}e^{i2\pi(N'_l+ux_l)}\right|^2\cdot|[1+\exp(i2\pi ud_1)]|^2=4S_1(X)[\cos^2\pi d/\lambda fX] \tag{4}$$

这里，令 $S_1(u)\equiv\left|\sum_{l=1}^{M}e^{i2\pi(N'_l+ux_l)}\right|^2$

$$\begin{aligned}=M&+2\cos[(N'_2+ux_2)-(N'_1+ux_1)]\\&+2\cos[(N'_3+ux_3)-(N'_1+ux_1)]\\&+2\cos[(N'_3+ux_3)-(N'_2+ux_2)]\\&+\cdots\cdots\\&+2\cos[(N'_M+ux_M)-(N'_1+ux_1)]\\&+2\cos[(N'_M+ux_M)-(N'_2+ux_2)]\\&+\cdots\cdots\\&+2\cos[N'_M+ux_M)-(N'_{M-1}+ux_{M-1})]\end{aligned} \tag{5}$$

(5)式的物理意义是：第一项 M 代表中央亮峰，其后的 $\dfrac{M(M-1)}{2}$ 项之和代表空间频率各不相同的(随机的)许多余弦条纹相叠加，效果是沿 u 方向(除 $u=0$ 处而外)光强呈随机起伏，其绝对值远远小于中央亮峰。对于二维情况，矢量 $\boldsymbol{d}_1$ 和 $\boldsymbol{d}_2$ 一般是不同方向的，类似的余弦条纹在取向上也是随机的。由于大量空间频率随机、取向随机的条纹相互叠加将形成散斑图，因此，二维情况下的 S_1

(u, v)代表一张散斑图和一个中央亮峰。此外，如对 $S_1(u)$ 作 Fourier 变换并稍加分析，亦可以理解其物理意义。

同理，

$$T_2 \equiv \left| \sum_{m=1}^{M} e^{i2\pi(N''_m + ux_m)} \right|^2 \times \left| [1 + \exp(i2\pi u d_2)] \right|^2 = 4S_2(X) \left[\cos^2\left(\frac{\pi d_2}{\lambda f} X\right) \right] \tag{6}$$

式中，$S_2(u) = \left| \sum_{m=1}^{M} e^{i2\pi(N''_m + ux_m)} \right|^2$ (7)

对于 T_3 项和 T_4 项，采用 Fourier 变换的分析方法较为简易明了。

$$T_3 = \left\{ \sum_{l=1}^{M} e^{i2\pi(N'_l + ux'_l)} \right\} \cdot \left\{ \sum_{m=1}^{M} e^{i2\pi(N''_m + ux_m)} \right\}^* \times [1 + e^{i2\pi u d_1}] \cdot [1 + e^{i2\pi u d_2}]^* \equiv T_{31} \cdot [1 + e^{i2\pi u d_1}] \cdot [1 + e^{i2\pi d_2}]^* \tag{8}$$

$$T_{31}(u) \equiv \left\{ \sum_{l=1}^{M} e^{i2\pi(N'_l + ux_l)} \right\} \times \left\{ \sum_{m=1}^{M} e^{i2\pi(N''_m + ux_m)} \right\}^* \equiv g_{N'_l}(u) \cdot g^*_{N''_m}(u) \tag{9}$$

对(9)式两边作 Fourier 变换，

$$\mathscr{F}[T_{31}] = G_{N'_l}(x) \otimes G^*_{N''_m}(-x) \tag{10}$$

而

$$\begin{aligned} G_{N'_l}(x) &= \mathscr{F}\{g_{N'_l}(x)\} \\ G_{N''_m}(x) &= \mathscr{F}\{g_{N''_m}(x)\} \end{aligned} \tag{11}$$

考查(9)、(11)式，以及(1)、(2)式中的求和因子，不难发现 $G_{N'_l}(x)$ 和 $G_{N''_m}(x)$ 分别对应于(1)式中的 $\sum_{l=1}^{M}(\cdots)$ 因子和 $\sum_{m=1}^{M}(\cdots)$ 因子，因此，根据假设条件，$G_{N'_l}(x)$ 和 $G_{N''_m}(x)$ [以及 $G_{N'_l}(x)$ 和 $G_{N''_m}(-x)$] 为互相独立的函数，它们分别表征两种互不相关散斑图，故互相关 $G_{N'_l}(x) \otimes G^*_{N''_m}(-x)$ 应等于零。

所以，$\mathscr{F}[T_{31}] = 0$

于是，$T_{31} = 0$，$T_3 = 0$

同理，$T_4 = 0$

由于我们感兴趣的是 $S_1(u)$ 和 $S_2(u)$ 受调制的情况，而不是其精细结构，因此不妨令 $S_1(u) = S_2(u) = S(u)$，于是。

$$\begin{aligned} I(u) &= T_1 + T_2 \\ &= 2S(u)[2 + \cos(2\pi u d_1) + \cos(2\pi u d_2)] \\ &= 4S(u)[\cos^2(\pi u d_1) + \cos^2(\pi u d_2)] \end{aligned} \tag{12}$$

即

$$\begin{aligned} I(X) &= 2S(X)\left[2 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda f} d_1 X\right) + \cos\left(\frac{2\pi d_2}{\lambda f} X\right)\right] \\ &= 4S(X)\left[\cos^2\left(\frac{\pi d_1}{\lambda f} X\right) + \cos^2\left(\frac{\pi d_2}{\lambda f} X\right)\right] \end{aligned} \tag{13}$$

上述结论经下列符号代换，可以直接推广到二维情况，即

$$\boldsymbol{r} \to x;\ \boldsymbol{R} \to X;\ \boldsymbol{d}_1 \to d_1;\ \boldsymbol{d}_2 \to d_2,$$

其中 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(x, y)$，$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}(X, Y) = \boldsymbol{R}(u, v)$。则有

$$\begin{aligned} I(X, Y) &= 2S(X, Y)\left[2 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda f} \boldsymbol{d}_1 \cdot \boldsymbol{R}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda f} \boldsymbol{d}_2 \cdot \boldsymbol{R}\right)\right] \\ &= 4S(X, Y)\left[\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda f} \boldsymbol{d}_1 \cdot \boldsymbol{R}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda f} \boldsymbol{d}_2 \cdot \boldsymbol{R}\right)\right] \end{aligned} \tag{14}$$

显然，(14)式中的两项余弦平方都符合典型的杨氏干涉光强分布公式，因此它表示：散斑图 $S(X, Y)$ 受两组杨氏干涉条纹的共同调制。我们知道，两组干涉条纹相加叠合，可形成光学莫尔条纹[2,3]。因此，上述两组（散斑）杨氏条纹亦将产生莫尔条纹，我们称之为散斑-莫尔条纹，而把 π 屏称之为莫尔-散斑图基板。

最后还需指出的是，在照相底片上记录的实际散斑图基板通常是负片，即透明背景上有许许多多不透明小点。但根据 Babinet 原理，负片的衍射效果与相应正片的衍射效果等价，因此上述分析对负片散斑图基板也完全适用。

三、实验研究

从上面的分析过程可知，条件(i)中所规定的小孔成对相干的特点，即子散斑图成对相关是整个问题之关键，现对此进行实验研究。

图3为通过底片平移与旋转来制作四次曝光散斑图的示意图。以一组小孔为例，小孔的移动路线是：

第一次曝光得 a_1 孔 $\xrightarrow{平移} a_1' \xrightarrow{转动} a_1'' \xrightarrow{平移} a_1'''$

第二次曝光得 a_2 孔 $\xrightarrow{转动} a_2' \xrightarrow{平移} a_2''$

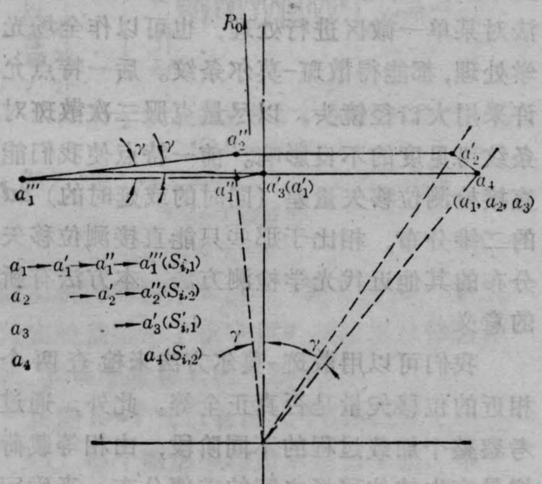

图 3

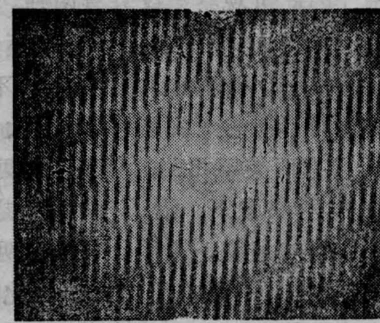

图 4

第三次曝光得 a_3 孔 $\xrightarrow{平移} a_3'$

第四次曝光得 a_4 孔 （没有移动）a_4

如果对第 I 类散斑场作第一、二次曝光，对第 II 类散斑场（与第 I 类完全不相关）作第三、四次曝光，则 $(a_1''', a_2''; a_3', a_4)=(s_{i,1}, s_{i,2}; s_{i,1}', s_{i,2}')$，可得成对相关散斑图基板即莫尔-散斑图基板。图4照片为莫尔-散斑图基板经全场光学处理而得到的散斑-莫尔条纹。在参考文献[1,4]中可以看到，两类完全不相关的散斑场可取自完全退偏激光散斑场的两个正交偏振成分——它们是完全不相关的。

图5为按照图3移动路线所作的另外三种四次曝光散斑图的示意效果（非莫尔-散斑图）。图5(a)包括四个同类散斑点，经处理应有六种条纹，但由于我们使 $\overline{a_1'''a_3'}=\overline{a_4a_2''}\simeq\overline{a_1'''a_2''}=\overline{a_3'a_4}=\Delta L$，而 $\overline{a_1'''a_4}$ ($>2\Delta L$) 引起的

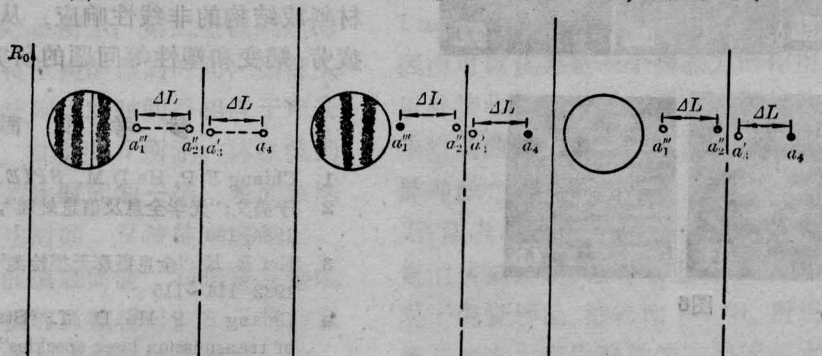

图 5

条纹太密，因此可观察条纹只有两种。当用点测法（pointwise）沿径向轴 R_0 的不同位置提取时，由 ΔL 引起的条纹簇基本不变，而因转角 γ 而引起的条纹簇随 R_0 增大而变密。图 5(b) 有两类不相关的散斑，即两“黑”两“白”，在这种布置下，沿 R_0 轴只能提取出一组由 γ 引起的条纹。图 5(c) 中也有两“黑”两“白”，但却是另一种布置方式，因此沿 R_0 轴处处没有条纹。以上实验结果的照片列于图 6 之中，图 6(a)～(d) 对应于图 5(a) 的情况，图 6(e)～(h) 对应于图 5(b) 的情况，而对应于图 5(c) 的各结果照片都与图 6(e) 照片一样，故不重复。

可见，通过适当的操作，子散斑图处于成对相关状态的四次曝光散斑图基板是可以实现的，理论分析中的所设条件(i)是有实验依据的。

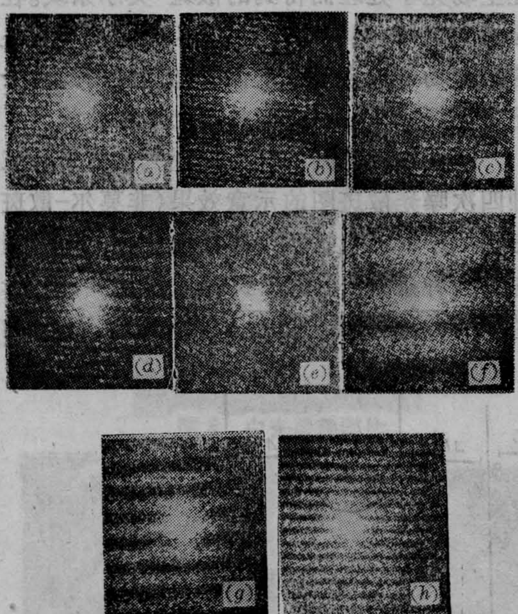

图6

四、讨　　论

Boone 曾经涉及到类似的考虑[5]，本方法与 Boone 投影重叠方法的主要区别在于以下两点：

(i) 概念不同。Boone 方法的实质是光晕投影重叠，其基板只是通常的两次曝光散斑图。而本文论述的散斑-莫尔条纹是从一张莫尔-散斑图基板经一次光学处理而提取出来的，即在单一光晕内就存在散斑-莫尔条纹，有关（散斑）杨氏条纹与散斑-莫尔条纹的信息在未作光学处理之前就都已经孕含在基板之内，光学处理的内容只是 Fourier 变换，而没有相加过程，这是莫尔与散斑的结合。

(ii) 效能不同。Boone 方法需两细束激光，才能测出两个不同地点（微区）位移之间的差值。但是莫尔-散斑图基板既可用点测法对某单一微区进行处理，也可以作全场光学处理，都能得散斑-莫尔条纹。后一特点允许采用大口径镜头，以尽量克服二次散斑对条纹可见度的不良影响。前一特点使我们能直接检测位移矢量差（同时的或延时的）$\Delta\boldsymbol{d}$ 的二维分布，相比于那些只能直接测位移矢分布的其他近代光学检测方法，本方法有新的意义。

我们可以用散斑-莫尔方法来检查两个相近的位移矢量是否真正全等。此外，通过考察整个加载过程的不同阶段，由相等载荷增量产生的位移场之间的差值分布，来确定材料或结构的非线性响应，从而可能在有关疲劳、蠕变和塑性等问题的研究中发挥作用。

参　考　文　献

1　Chiang F P, He D M. *SPIE*, **673**, (1987)

2　于美文；“光学全息及信息处理”，国防工业出版社；1984；193

3　Erf R. K.；“全息摄影无损检测”，机械工业出版社 1982　114～115

4　Chiang F, P　He　D　M.; “State of polarization of transmission laser speckles”, State University of New York, College of Engineering and Applied Science Technical Report No. 434, November 1983. And Applied Optics (in press)

5　Boone　P M.; in book “The Engineering Uses of Coherent Optics”, E. R. Richardson (Ed.), Cambridge Unibersity Press, Cambridge, 1976