

# 多元件光学谐振腔的公式化分析方法

吕百达 陈文娱

(四川大学物理系)

## Formulated method for multi-element optical resonators

Lü Baida, Chen Wenyu

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu)

**Abstract:** Using "hybrid" equivalent optical resonator the beam parameters of telescopic resonator with an internal thermal lens such as spot sizes at mirrors  $S_1$ ,  $S_2$ , waist radii and their locations are derived analytically. The expressions are exact for Gaussian beams and can be extended easily to general multi-element resonators. Numerical calculations by means of computer confirm our theoretical considerations.

本文使用“混合”等价腔的变换技巧，将含热透镜的望远镜腔最后化为[1]、[2]中的两种基本类型，从而可对光腔的模参数，包括两腔镜处的光斑半径、各腰斑的大小和位置给出公式化的解析结果。解决了一般多元件腔模参数的公式化表述问题。数值计算不仅证实了解析结果的正确性，而且给出了整个腔内的光束分布图，光斑尺寸随热焦距的变化关系等数据。

### 一、化为无热透镜望远镜腔的计算公式

假设分析对象为图1所示的含热透镜(焦距  $f'$ )和望远镜(相距  $l$ 、焦距分别为  $f_1$ 、 $f_2$  的两个薄透镜组)的多元件腔，二腔反射镜曲率半径分别为  $\rho_1$ 、 $\rho_2$ ，其余参数标记于图1。

将镜  $S_1$  通过热透镜成像构成  $g''$ -参数等价腔(见图2)。这是一个不含热透镜的望远镜腔，利用

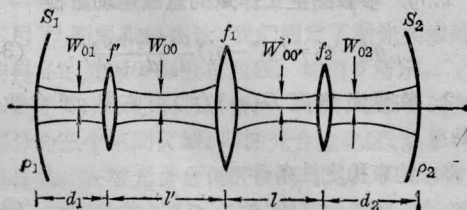


图1 含热透镜的望远镜腔

[2]可推出:

镜  $S_2$  处光斑半径

$$W_2^2 = \frac{\lambda L''}{\sigma} \left[ \frac{g_1''}{g_2''(1-g_1''g_2'')} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1-1)$$

腰斑大小

$$W_{02}^2 = \lambda \frac{L''}{\sigma M''} \cdot \frac{[g_1''g_2''(1-g_1''g_2'')]^{\frac{1}{2}}}{M''g_1'' + g_2''/M'' - 2g_1''g_2''} \quad (1-2)$$

$$W_{00}^2 = \frac{\lambda L''}{\sigma M'} \cdot \frac{[g_1''g_2''(1-g_1''g_2'')]^{\frac{1}{2}}}{g_1''/M' + M'g_2'' - 2g_1''g_2''} \quad (1-3)$$

腰斑位置

$$L_{02} = \frac{L''g_1''/M''\rho_2}{M''g_1'' + g_2''/M'' - 2g_1''g_2''} \quad (\text{以 } S_2 \text{ 为参考}) \quad (1-4)$$

$$L_{00} = \frac{d_1^2}{d_1 - f'} + \frac{L''g_2''/M'\rho_1}{g_1''/M' + M'g_2'' - 2g_1''g_2''} \quad (\text{以 } S_1 \text{ 为参考}) \quad (1-5)$$

式中

$$L'' = d_1'' + d_2 + l - \frac{d_1 d_2 \Delta}{f_1 f_2} - l \left( \frac{d_1''}{f_1} + \frac{d_2}{f_2} \right) \quad (1-6)$$

$$g_1'' = 1 - \frac{d_1'' + d_2 + l}{\rho_1} - \frac{l}{f_1} - \frac{d_2 \Delta}{f_1 f_2} \left( 1 - \frac{d_1''}{\rho_1} \right)$$

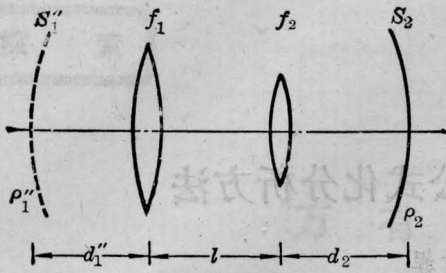


图2  $g''$ -参数等价腔

$$+ \frac{l}{\rho_1} \left( \frac{d_1''}{f_1} + \frac{d_2}{f_2} \right) \quad (1-7)$$

$$g_2'' = 1 - \frac{d_1'' + d_2 + l}{\rho_2} - \frac{l}{f_2} - \frac{d_1'' \Delta}{f_1 f_2} \left( 1 - \frac{d_2}{\rho_2} \right)$$

$$+ \frac{l}{\rho_2} \left( \frac{d_1''}{f_1} + \frac{d_2}{f_2} \right) \quad (1-8)$$

$$M' = \frac{f_1 f_2 - \Delta d_2 - f_2 l}{f_1 f_2} \quad (1-9)$$

$$M'' = \frac{f_1 f_2 - \Delta d_1'' - f_1 l}{f_1 f_2} \quad (1-10)$$

$$\Delta = f_1 + f_2 - l \quad (\text{望远镜系统失调量})$$

$$(1-11)$$

$$d_1'' = \frac{l'(d_1 - f') - f'd_1}{d_1 - f'} \quad (1-12)$$

$$\rho_1'' = \frac{\rho_1}{\left( \frac{d_1}{f'} - 1 \right) \left( \frac{d_1 - \rho_1}{f'} - 1 \right)} \quad (1-13)$$

$\lambda$  为激光波长。

注意,利用  $g''+g^*$ -参数等价腔,直接求不出  $W_1$ 、 $W_{01}$ 、 $W_{00}$ 、及位置 ( $L_{01}$ 、 $L_{00}$ )。为此可将镜  $S_2$  通过透镜  $f_2$  成像,构成  $g'$ -参数等价腔,仿照上面方法,便能得出这些模参数的公式。

## 二、化为透镜腔的计算公式

也可采用将反射镜通过透镜组(望远镜)成像化为透镜腔的方法来求出光腔的模参数。例如把镜  $S_2$  通过望远镜 ( $f_1$ ,  $f_2$ ,  $l$ ) 成像构成  $g'$ -参数等价腔,即为热透镜腔(见图3),仿照[1]可得出:镜  $S_1$  处光斑半径

$$W_1^2 = \frac{\lambda L'^*}{\pi} \left[ \frac{g_2^*}{g_1^* (1 - g_1^* g_2^*)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2-1)$$

腰斑大小

$$W_{01}^2 = \frac{\lambda L'^*}{\pi} \cdot \frac{[g_1^* g_2^* (1 - g_1^* g_2^*)]^{\frac{1}{2}}}{g_2^* (L'^*/\rho_1)^2 + g_1^* (1 - g_1^* g_2^*)} \quad (2-2)$$

$$W_{00}^2 = \frac{\lambda L'^*}{\pi} \cdot \frac{[g_1^* g_2^* (1 - g_1^* g_2^*)]^{\frac{1}{2}}}{g_1^* (L'^*/\rho_2)^2 + g_2^* (1 - g_1^* g_2^*)} \quad (2-3)$$

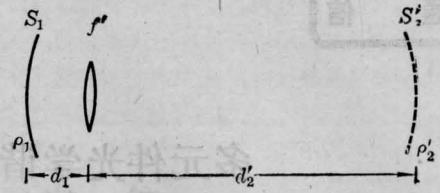


图3  $g'$ -参数等价腔

腰斑位置

$$L_{01} = \frac{g_2^* L'^* \rho_1}{g_2^* (L'^*/\rho_1)^2 + g_1^* (1 - g_1^* g_2^*)} \quad (\text{以 } S_1 \text{ 为参考}) \quad (2-4)$$

$$L_{00} = d_1 + d_2' - \frac{g_1^* L'^* \rho_2}{g_1^* (L'^*/\rho_2)^2 + g_2^* (1 - g_1^* g_2^*)} \quad (\text{以 } S_1 \text{ 为参考}) \quad (2-5)$$

式中

$$L'^* = d_1 + d_2' - \frac{d_1 d_2'}{f'} \quad (2-6)$$

$$g_1^* = 1 - \frac{d_1 + d_2'}{\rho_1} - \frac{d_2'}{f'} \left( 1 - \frac{d_1}{\rho_1} \right) \quad (2-7)$$

$$g_2^* = 1 - \frac{d_1 + d_2'}{\rho_2} - \frac{d_1}{f'} \left( 1 - \frac{d_2'}{\rho_2} \right) \quad (2-8)$$

$$d_2' = \frac{f_1 f_2 (d_2 + l' + l) - \Delta d_2 l' - l (f_1 d_2 + f_2 l')}{f_1 f_2 - f_2 l' - \Delta d_2} \quad (2-9)$$

$$\rho_2' = \frac{f_1^2 f_2^2 \rho_2}{(\Delta d_2 + f_2 l' - f_1 f_2) (\Delta d_2 + f_2 l' - f_1 f_2 - \Delta \rho_2)} \quad (2-10)$$

同样,用  $S_1$  通过透镜组 ( $f'$ ,  $f_1$ ,  $l'$ ) 成像方法,可求出  $W_2$ 、 $W_{02}$ 、 $W_{00}$ 、 $L_{02}$ 、 $L_{00}$ 。于是,使用上述二法之一都可完整地给出光腔最重要的模参数。再利用熟知的高斯光束在自由空间的传输公式,便可求出整个腔内的光束分布。在高斯光束意义下,我们所得到的公式是精确的解析结果。

## 三、含热透镜望远镜腔的约束稳定性

在含热透镜望远镜腔的设计中,光腔的稳定性条件和稳定工作范围等是必须考虑的。对这类问题,使用上述的  $g'+g^*$ -参数等价腔可简便地得到:

1.  $g'^*$  参数图上工作点的直线运动方程

$$g_2^* - g_2' = (g_1^* - g_1') \frac{d_1/d_2 + g_2'}{d_2/d_1 + g_1'} \quad (3-1)$$

2. 临界光焦度  $D (=1/f')$  和临界  $g'^*$  参数(见表1)

3. 约束稳定性条件

$$0 < g_1^* g_2^* < 1 \quad (3-2)$$

式中

表1 临界光焦度  $D$  和 临界  $g^{**}$  参数

$g_1^* g_2^*$	临界光焦度	临界 $g^{**}$ 参数
1	$L_{I} = \frac{1}{d_1 - \rho_1} + \frac{1}{d_2' - \rho_2}$	$g_{1,I}^* = \frac{1 - d_1/\rho_1}{1 - d_2'/\rho_2}, g_{2,I}^* = \frac{1 - d_2'/\rho_2}{1 - d_1/\rho_1}$
0	$D_{II} = \frac{1}{d_2'} + \frac{1}{d_1 - \rho_1}$	$g_{1,II}^* = 0, g_{2,II}^* = g_2' - g_1' \frac{d_1}{d_2'} \cdot \frac{1 - d_2'/\rho_2}{1 - d_1/\rho_1}$
0	$D_{III} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2' - \rho_2}$	$g_{1,III}^* = g_1' - g_2' \frac{d_2'}{d_1} \cdot \frac{1 - d_1/\rho_1}{1 - d_2'/\rho_2}, g_{2,III}^* = 0$
1	$D_{IV} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2'}$	$g_{1,IV}^* = -d_2'/d_1, g_{2,IV}^* = -d_1/d_2'$

$$g_1' = 1 - \frac{d_1 + d_2'}{\rho_1} \quad (3-3)$$

$$g_2' = 1 - \frac{d_1 + d_2'}{\rho_2} \quad (3-4)$$

$g_1^*, g_2^*, d_2'$  分别由(2-7)、(2-8)、(2-9)式决定。

#### 四、数值计算例

我们已将上述公式(包括绘图过程)编为标准的计算机程序,并对不同类型含热透镜望远镜腔进行了大量数值计算,所得典型结果示于图4(a)~(d),图5、6和表2、3、4。

从中可得出:

1. 腔内(包括二反射镜处)光束分布情况因腔

参数不同而异。例如,可有四个腰斑、三个或两个腰斑等等。由图6可知在镜  $S_2$  处以及  $S_2$  至透镜  $f_2$  范围内光斑尺寸很小,腰斑  $W_{02}$  落在  $S_2$  上仅为 0.4mm,因此  $S_2$  的镜面上承受光功率密度很大,易造成腔镜的光学损伤。在设计时,原则上应避免小的腰落在光学元件上或其附近,输出镜处的基模光斑半径应足够大。

2. 腔镜处光斑半径  $W_1$ 、 $W_2$  随热焦距  $f'$  呈现规律性变化。当输出镜  $S_1$  匹配时,光束远场发散角由  $W_1$  决定,按照 Steffen 的方法<sup>[8]</sup>,易于得出热稳腔  $g^*$  参数应满足的一个简单关系。由图4(b)可直观看出,当  $W_1$  有极值时,  $W_2$  必然无极值,反之亦然。这意味着,极值意义下的热稳腔只可能是单端

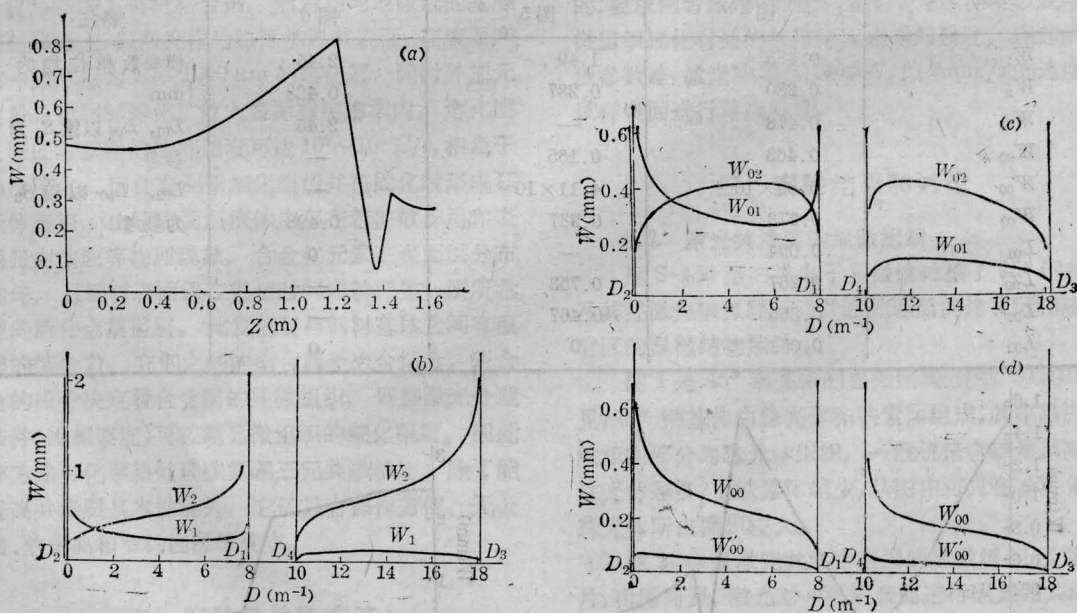


图 4

(a) 腔内光束分布; (b) 光斑尺寸  $W_1$ 、 $W_2$  随光焦度  $D$  的变化; (c) 腰斑半径  $W_{01}$ 、 $W_{02}$  随光焦度  $D$  的变化; (d) 腰斑半径  $W'_{00}$ 、 $W_{00}$  随光焦度  $D$  的变化

表2 光腔参数和  $g'^*$ 、 $g''^*$  参数

腔号数或 $g'^*$ 、 $g''^*$ 参数	图			序	
	图 4	图 5	图 6		
$\rho_1$	5	1	$\infty$	腔参数单位均为 m	
$\rho_2$	1	$\infty$	$\infty$		
$f'$	2.5	2.5	2.5		
$f_1$	0.15	0.15	0.149		
$f_2$	0.06	0.06	-0.0408		
$d_1$	0.1	0.1	0.16		
$l'$	1.1	1.4	0.4		
$l$	0.233	0.254	0.0999		
$d_2$	0.2	0.4	0.5		
$g_1^*/L$	-4.49	0.116	0.119		L 表示化为透镜腔的情况。 T 表示化为望远镜腔的情况。
$g_2^*/L$	-0.024	4.99	4.00		
$g_1''^*/L$	-1.28	-1.27	-0.320		
$g_2''^*/L$	-0.084	-0.46	1.49		
$g_1^*g_2^*/L=g_1''^*g_2''^*/L$	0.11	0.58	0.48		
$g_1^*/T$	-0.081	-0.026	$9.09 \times 10^{-3}$		
$g_2^*/T$	-1.32	-22.41	52.5		
$g_1''^*/T$	0.182	0.140	0.113		
$g_2''^*/T$	0.588	4.12	4.23		
$g_1^*g_2^*/T=g_1''^*g_2''^*/T$	0.11	0.58	0.48		

表3 光腔模参数

模 参 数	图			序	
	图 4	图 5	图 6		
$W_1$	0.483	1.49	2.45	模参数单位均为 mm	
$W_2$	0.280	0.287	0.428		
$W_{01}$	0.478	—	2.45		$L_{01}$ , $L_{00}$ 以镜 $S_1$ 为参考
$W_{00}$	0.463	0.165	—		
$W_{00'}$	$6.89 \times 10^{-2}$	$4.11 \times 10^{-2}$	—		$L_{02}$ , $L_{00'}$ 以镜 $S_2$ 为参考
$W_{02}$	0.273	0.287	0.428		
$L_{01}$	0.094	—	0		
$L_{00}$	0.267	0.753	—		
$L_{00'}$	0.266	0.467	—		
$L_{02}$	0.051	0	0		

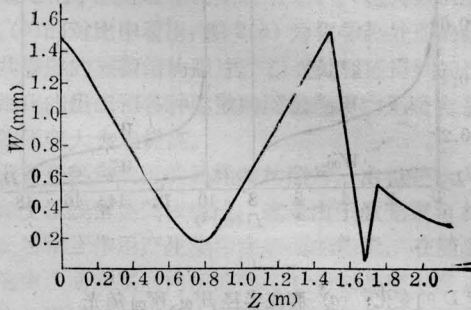


图5 腔内光束分布

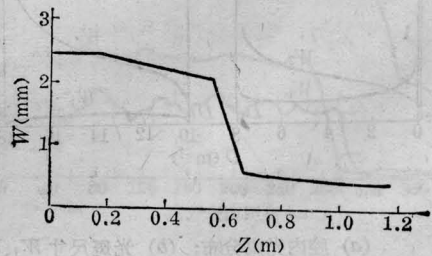


图6 腔内光束分布

表4 图4~6所示光腔的临界光焦度  $D$  和临界  $g'^*$  参数

$D, g'^*$	图			备注
	图4	图5	图6	
$D_I$	7.97	0.243	0.342	光焦度单位均为 $m^{-1}$
$D_{II}$	-0.096	0.623	0.454	
$D_{III}$	18.17	11.35	6.59	
$D_{IV}$	10.11	11.73	6.70	
$g'_{1,I}$	-73.01	0.197	0.247	
$g'_{2,I}$	-0.014	5.06	4.04	
$g'_{1,II}$	0	0	0	
$g'_{2,II}$	-0.025	4.89	3.97	
$g'_{1,III}$	-165.4	-5.57	-13.51	
$g'_{2,III}$	0	0	0	
$g'_{1,IV}$	-92.39	-5.77	-13.76	
$g'_{2,IV}$	-0.011	-0.173	-0.073	

的,该结论亦可从数学上证明。在热稳腔的设计中,这一点值得注意。

3. 一般而言,随光焦度  $D$  的变化,光腔有两个约束稳定区。在设计光腔时,应根据  $D$  的实际变化范围(与泵浦参数有关,由实验确定)来决定光腔的稳定工作区,这一区域不宜太小。例如,图6所示腔的稳定工作区为  $D_I=0.34 m^{-1}$  至  $D_{II}=0.45 m^{-1}$ ,而  $D_{III}=6.59 m^{-1}$  至  $D_{IV}=6.70 m^{-1}$  的锐聚焦区实际并不使用。

### 五、小 结

1. 本文使用“混合”等价腔的方法,对含热透镜望远镜腔的模参数给出了公式化的结果。这些表示式在形式上与透镜腔,望远镜腔的结果<sup>[1,2]</sup>相似(仅某些符号有不同意义)。因此,以透镜腔、望远镜腔为基本单元,这一方法易推广用于一般的多元件腔。

2. 注意到  $g'$ 、 $g''$ 、 $g^*$  参数等价腔参数间的变换关系,仿[2]可以证明,用不同方法所得模参数结果是相同的,且有:

$$g'_1 g'^*_1 / r = g''_1 g''^*_1 / r = g'_1 g'^*_1 / L = g''_1 g''^*_1 / L \quad (5-1)$$

式中,  $T$  表化为望远镜腔的计算公式(节一),  $L$  表化为透镜腔的计算公式(节二)。但一般有

$$g'_i / r \neq g'^*_i / L \neq g''_i / r \neq g''^*_i / L \quad (5-2)$$

这些结论,亦为大量数值计算结果所证实(见表2)。

3. 我们认为,在高功率固体激光器的设计中,最好能作出类似图4-6的曲线,对一些具体要求,例如小的光束发散角,大的TEM<sub>00</sub>模体积,自孔径选模,基模热稳工作,对腔镜失调不灵敏,避免光学元件的光损伤等等,有可能通过适当地调整腔参数予以兼容满足。

### 参 考 文 献

1. H. P. Korts, R. Ifflander and H. Weber, *Appl. Opt.*, **20**(23), 4124(1981)
2. 魏光辉,吕百达,第六届国际光电子学会议报告, Munchen, 1983; 吕百达,魏光辉,四川大学学报, **48**(4), (1985)
3. J. Steffen, J. P. Lortscher and G. Herziger, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-8**(2), 239(1972)

(收稿日期: 1987年5月26日)