中国激光
第15卷 第12期

双光子三能级光子回波的新的可能形式

李师群
(清华大学现代应用物理系)

陈天杰
(北京大学物理系)

提要：本文全面分析了在各种可能的能级组合、布居以及各种光脉冲顺序下产生双光子三能级光子回波的可能性，指出除了已观察到的一种外，还有七种新的可能形式，完善了双光子三能级光子回波的理论。

New possible types of two-photon three-level echoes

Li Shiqun
(Department of Modern Applied Physics, Qinghua University, Beijing)

Chen Tianjie
(Department of Physics, Peking University, Beijing)

Abstract: The possibility of observing different types of two-photon three-level echo (TTE) is analyzed for various energy level configurations, populations and pulse sequences. The analysis shows that seven more types of TTE may exist and there are only two kinds of echo time. Since the whole possible configurations are analyzed, the TTE theory is perfected.

一、引言

[1, 2] 曾报道观察到一种新的光子回波——双光子三能级光子回波(TTE)，即在三能级原子系统中，相继有两个激光脉冲激发(其中一个对应单光子跃迁，另一个对应双光子跃迁)之后，系统经一定延时后发射光子回波的现象。

在单光子回波(只包含单光子跃迁)已有多种形式(普通二能级光子回波、受激光子回波；三能级光子回波)[3]，双光子回波也已经被观察到[4]的时候，双光子三能级光子回波的理论和实验无疑正好补充了对前述两类回波现象的中间情况的研究。

本文从理论上进一步讨论了TTE的各种可能的新形式，并讨论了产生光子回波的时间、泵浦条件等，从而完善了TTE的理论。

二、各种可能的新形式

用前述两个激光脉冲激发三能级原子系统，按可能的能级高低顺序和布居以及可能的激发脉冲顺序，可有多种组合形式。根据

收稿日期：1987年6月27日。

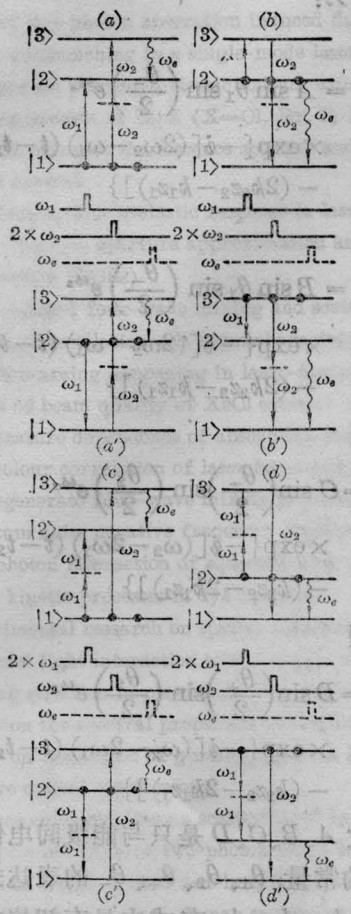

图 1　双光子三能级光子回波的可能形式

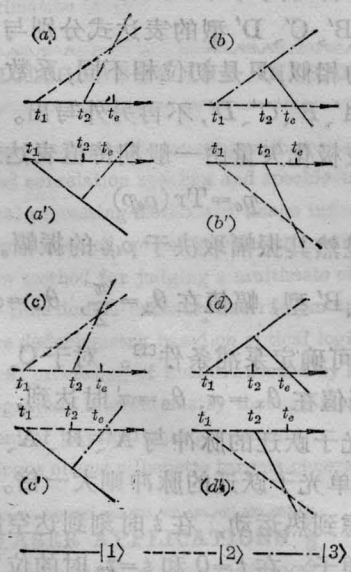

图 2　双光子三能级光子回波的图解法

位相匹配和位相重聚合的要求，在这些可能组合中，只有八种能产生光子回波(图 1)，其中一种已得到实验观测[1,2]。

用图解法[5]找出这些可产生光子回波的新形式特别方便。按文献 [5] 的规则得出的八个位相图列于图 2，分别对应图 1 的八种形式。其中除 A、C 两种外，其它各种形式都要预先将原子激发布居到 $|2\rangle$ 态或 $|3\rangle$ 态，故在图中水平的线将换成相应的样式。除这八种外，其它的组合形式在相应的图上得不出两种不同线的交点，表示不可能产生光子回波。

此结论也可通过下述较严格的分析方法来得到。

三、系统对光脉冲的响应及回波极化矢量

我们对七种新形式采用的分析方法与 [1] 中对 A 型采用的一致，即在相互作用表象下计算系统在激光脉冲激发下密度矩阵的演化，求出对应光子回波的极化矢量，并考虑了 Doppler 效应，从而得到发射光子回波的时间及激发条件。

设第一个激光脉冲的作用时间 $t_1=0$，脉宽为 τ_1，第二个激光脉冲的作用时间为 t_2，脉宽为 τ_2。那么采用文献[1、3]的标记符号和分析方法，两个激光脉冲作用之后，t 时刻系统的密度矩阵 $\rho(t)$ 为：

$$
\begin{aligned}
\rho(t)=\exp\left[-\frac{i}{\hbar}H_0(t-t_2-\tau_2)\right]
&\times\exp[-\dot{\imath}A_2\tau_2]M_2(\tau_2)\cdot\exp[\dot{\imath}A_2\tau_2]\\
&\times\exp\left[-\frac{i}{\hbar}H_0(t_2-\tau_1)\right]\\
&\times\exp[-\dot{\imath}A_1\tau_1]\cdot M_1(\tau_1)\\
&\times\exp[\dot{\imath}A_1\tau_1]\rho(0)\exp[-\dot{\imath}A_1\tau_1]\\
&\times M_1^{-1}(\tau_1)\cdot\exp[\dot{\imath}A_1\tau_1]\\
&\times\exp\left[\frac{i}{\hbar}H_0(t_2-\tau_1)\right]
\end{aligned}
$$

$$\times\exp[-iA_2\tau_2]\cdot M_2^{-1}(\tau_2)\exp[iA_2\tau_2]$$
$$\times\exp\left[\frac{i}{\hbar}H_0(t-t_2-\tau_2)\right] \quad (1)$$

其中 H_0 为三能级系统无激光脉冲作用时的哈密顿算符。

$$H_0=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & \hbar\Omega_2 & 0\\ 0 & 0 & \hbar\Omega_3\end{pmatrix} \quad (2)$$

A_1 和 A_2 分别是讨论第一和第二个光脉冲时，将系统变换到相互作用表象的交换矩阵。八种形式中的 A_1、A_2 互不相同（见附录）。M_1 和 M_2 分别是两个脉冲作用下，系统波函数随时间演化的么正变换矩阵：

$$\psi(t)=M(t)\psi(0) \quad (3)$$

要得到 $M(t)$，要经过相互作用表象和实验室系中 Schrödinger 表象之间的若干变换。各种形式下的 M_1、M_2 也都已算出列于附录中。$\rho(0)$ 表示初始时刻系统的密度矩阵，对于

A、C 型

$$\rho(0)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \quad (4)$$

B、D 型

A′、C′
$$\rho(0)=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \quad (5)$$

B′、D′ 型

$$\rho(0)=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \quad (6)$$

对于不同的形式，双光子三能级光子回波涉及的密度矩阵元不同。其中 A、A′、C、C′ 型涉及的是 $\rho_{32}(t)$；B、B′、D、D′ 型涉及的是 $\rho_{21}(t)$。由(1)式计算这些矩阵元时，注意到 $\rho(0)$ 左边和右边的诸矩阵都是 U 矩阵，可将(1)式简记为

$$\rho(t)=N\rho(0)N^{+} \quad (7)$$

在求出 N 后，由(7)式可较容易地求出所需矩阵元，再根据位相匹配的要求，只保留与光子回波有关的项（在矩阵元下角标加注"e"）。计算结果为：

A 型

$$\rho_{32e}(t)=A\sin\theta_1\sin\left(\frac{\theta_-}{2}\right)e^{i\phi_A}$$
$$\times\exp\{-i[(2\omega_2-\omega_1)(t-t_2-\tau_2)$$
$$-(2k_2z_2-k_1z_1)]\} \quad (8)$$

B 型

$$\rho_{21e}(t)=B\sin\theta_1\sin\left(\frac{\theta_-}{2}\right)e^{i\phi_B}$$
$$\times\exp\{-i[(2\omega_2-\omega_1)(t-t_2-\tau_2)$$
$$-(2k_2z_2-k_1z_1)]\} \quad (9)$$

C 型

$$\rho_{32e}(t)=C\sin\left(\frac{\theta_-}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)e^{i\phi_C}$$
$$\times\exp\{-i[(\omega_2-2\omega_1)(t-t_2-\tau_2)$$
$$-(k_2z_2-2k_1z_1)]\} \quad (10)$$

D 型

$$\rho_{21e}(t)=D\sin\left(\frac{\theta_+}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)e^{i\phi_D}$$
$$\times\exp\{-i[(\omega_2-2\omega_1)(t-t_2-\tau_2)$$
$$-(k_2z_2-2k_1z_1)]\} \quad (11)$$

其中系数 A、B、C、D 是只与能级间电偶极矩 ρ_{ij} 有关的常量；θ_1、θ_2、θ_+、θ_- 的表达式见附录；ϕ_A、ϕ_B、ϕ_C、ϕ_D 在式中具有初位相的含义，它不含时间 t，只与 t_1、τ_2、t_2 以及 $\theta_\pm$ 有关。A′、B′、C′、D′ 型的表达式分别与 A、B、C、D 型的相似，只是初位相不同，系数也要分别换成 A'、B'、C'、D'，不再另外写出。

回波极化矢量由一般期待值表达式

$$p_e=\mathrm{Tr}(\rho_e p) \quad (12)$$

计算。显然其振幅取决于 ρ_{ije} 的振幅。对于 A、B、A′、B′ 型，幅值在 $\theta_1=\frac{\pi}{2}$，$\theta_-=\pi$ 时达到，由此可确定泵浦条件[1]。对于 C、D、C′、D′ 型，幅值在 $\theta_\mp=\pi$，$\theta_2=\pi$ 时达到，泵浦条件对双光子跃迁的脉冲与 A′、B′、A、B 型相似，但对单光子跃迁的脉冲则大一倍。

考虑到热运动，在 t 时刻到达空间某点 z 处的原子，在 $t=0$ 和 $t=t_2$ 时的位置分别为

$$\begin{cases} z_1 = z - V_z t \\ z_2 = z - V_z (t - t_2) \end{cases} \tag{13}$$

故 t 时刻空间 z 点的宏观电极化强度应由(12)式求出的 p_e 对 Maxwell 速度分布求平均得到

$$\bar{p}_e = \frac{N_0}{\pi u} \int_{-\infty}^{+\infty} p_e \exp[-V_z^2/u^2] dV_z \tag{14}$$

例如对于 A 型[1]

$$\bar{p}_e \propto \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-V_z^2/u^2] \times \exp\{i[k_1 t - 2k_2(t - t_2)] \cdot v_z\} dv_z \tag{15}$$

此积分仅在

$$t_e = \frac{2k_2}{2k_2 - k_1} t_2 \tag{16}$$

附近明显不为零，即此时发射光子回波。同样可分析其它型的发射回波时间。我们得到，A′、B、B′ 型的 t_e 与 A 型相同[即(16)式]，而 C、D、C′、D′ 型的为

$$t_e = \frac{k_2}{k_2 - 2k_1} t_2 \tag{17}$$

由图解法也可得到相同的结果。这些结果还可用微扰法[6]来得到。

四、讨　论

实验上要实现对这七种光子回波的观测，较之 A 型要困难一些。因为在这些型中，应预先将原子激发到 $|2\rangle$ 态或 $|3\rangle$ 态，以保证有一定的初始布居；而且在 C、D、C′、D′ 型中，对应单光子跃迁的光脉冲的频率，要大于对应双光子跃迁的频率，因此对作为激发源的染料激光器的工作波长提出了较高的要求。

虽然如此，这七种新形式的讨论仍然是很有意义的。它不仅完善了三能级光子回波的理论，而且由于它涉及到各种不同的能级组合，因此扩大了光子回波在测量能级弛豫参量和原子间碰撞截面[1,7]方面的实际应用。

附录：八种形式中的变换矩阵和 $\theta_1, \theta_2, \theta_+, \theta_-$

①A、A′ 型　②B、B′ 型　③C、C′ 型　④D、D′ 型

$$A_1: \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_2+\omega_1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \Omega_2+\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_2+2\omega_1 \end{pmatrix}$$

$$A_2: \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_2 \end{pmatrix}$$

$$M_1: ① \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta_1}{2} & -i\frac{a^*}{|a|}\sin\frac{\theta_1}{2} & 0 \\ -i\frac{a}{|a|}\sin\frac{\theta_1}{2} & \cos\frac{\theta_1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ② \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\frac{\theta_1}{2} & -i\frac{a^*}{|a|}\sin\frac{\theta_1}{2} \\ 0 & -i\frac{a}{|a|}\sin\frac{\theta_1}{2} & \cos\frac{\theta_1}{2} \end{pmatrix}$$

③(A 型 M_2 矩阵将角标 $2 \rightleftarrows 3$ 得出)　④(A 型 M_2 矩阵将角标 $1 \leftrightarrows 2$ 得出)

$$M_2: ① (M_{ij}) \quad ② (\text{同 A 型 } M_2) \quad ③ \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta_2}{2} & 0 & -i\frac{a^*}{|a|}\sin\frac{\theta_2}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -i\frac{a}{|a|}\sin\frac{\theta_2}{2} & 0 & \cos\frac{\theta_2}{2} \end{pmatrix} \quad ④ (\text{同 C 型 } M_2)$$

其中 $(M_{ij})_2=$

$$M_{ij}=\frac{1}{\bar{\mu}}\begin{pmatrix} \frac{1}{\mu_+\mu_-}[-|c|^2\bar{\mu}-|b|^2(\mu_-\beta_+^--\mu_+\beta_-^-)], & -b^*(\beta_+^--\beta_-^-), & \frac{b^*c^*}{\mu_+\mu_-}(\bar{\mu}-\mu_-\beta_+^-+\mu_+\beta_-^-) \\ -b(\beta_+^--\beta_-^-) & \mu_-\beta_-^--\mu_+\beta_+^-, & -c^*(\beta_+^--\beta_-^-) \\ \frac{bc}{\mu_+\mu_-}(\bar{\mu}-\mu_-\beta_+^-+\mu_+\beta_-^-), & -c(\beta_+^--\beta_-^-), & \frac{1}{\mu_+\mu_-}[-|b|^2\bar{\mu}-|c|^2(\mu_-\beta_+^--\mu_+\beta_-^-)] \end{pmatrix}$$

θ_1: $\frac{2|a|\tau_1}{\hbar}$, $\frac{2|a|\tau_1}{\hbar}$,

θ_2: $\frac{2|a|\tau_2}{\hbar}$, $\frac{2|a|\tau_2}{\hbar}$

$\theta_\pm$: $\frac{\mu\pm\tau_2}{\hbar}$, $\frac{\mu\pm\tau_2}{\hbar}$, $\frac{\mu\pm\tau_1}{\hbar}$, $\frac{\mu\pm\tau_1}{\hbar}$

其中 a 对应单光子跃迁的光脉冲 $a=-\frac{1}{2}p_{ij}e_l\exp[ik_lz]$ ($l=1$, 2 表示第一或第二个激发脉冲)

b、c 对应双光子跃迁的光脉冲 $b=-\frac{1}{2}p_{ij}e_l\exp[ik_lz]$, $c=-\frac{1}{2}P_{jk}e_l\exp[ik_lz]$

$\mu_\pm=\frac{1}{2}\{\hbar\Delta\pm[\hbar^2\Delta^2+4(|b|^2+|c|^2)]^{1/2}\}$ Δ 为失谐量

注：A 型各矩阵引自文献[1]。

参 考 文 献

1 陈天杰 and S. R. Hartmann, 物理学报, **34**(8), 1034 (1985)

2 T. J. Chen *et al.*, *JOSA* B, **3**(4), 493(1986)

3 T. W. Mossberg *et al.*, *Phys. Rev.*, **A20**(5), 1976 (1979)

4 A. Flusberg *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **41**, 305(1978)

5 T. W. Mossberg and S. R. Hartmann, *Phys. Rev.* **A23**(3), 1271(1981)

6 Ye Peixian and Y. R. Shen, *Phys. Rev.*, **A25**(4), 2183(1982)

7 A. Flusberg *et at.*, *Phys. Rev.*, **A19**, 1607(1979)

(上接第 706 页)

地实现分束器的透射光强和反射光强相等，以增加腔内光强，降低激光阈值，并减小环路干涉仪的耦合输出，使锁模稳定运转。

参 考 文 献

1 A. E. Siegman, *Opt. Lett.*, **6**(7), 334(1981)

2 H. Vanherzeele, J. -L. Van Eck and A. E. Siegman, *Appl. Opt.*, **20**, 3484(1981)

3 韩汝聪 *et al.*, 应用激光联刊, **4**(6), 5(1984)

4 H. Vanherzeele, J. -C. Diels and R. Torti, *Opt. Lett.*, **9**(12), 549(1984)

5 D. Kühlke and W. Rudolph, *Opt. Commun.*, **47**, 7 (1983)

6 Wang Chingyue, Xing Qirong and Zhao Xinmiao, *Opt. Commun.*, **55**, 135(1985)

7 王清月, 应用激光, **4**(5), 225(1984)

8 龚正烈 *et al.*, 天津大学学报, 1, 119(1983)

9 A. E. Siegman, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-9**, 247 (1973)