

振幅螺旋变化周期 Wiggler 磁场的设计及其解析表示

赵东焕

(中国科学院上海光机所)

Design and analysis of a periodic wiggler magnetic field of helical variance amplitude

Zhao Donghuan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

Abstract: Excitation electromagnetic field on central axis in the helical system is analysed. It is shown that in the bifilar winding helix of the same direction (phase difference) at opposite current excitation, its electromagnetic field of the central axis is similar to a periodic wiggler magnetic field of circular polarization.

1. 在文献[1]中我们研究了振幅螺旋变化周期 Wiggler 磁场 FEL, 表明采用适当的物理参数, 其增益比恒定振幅周期 Wiggler 磁场 FEL 提高好多倍。为实现这种激光器的需要, 本文研究了圆锥形双螺旋线结构的激励电磁场及其解析表达式, 并表明振幅螺旋变化周期 Wiggler 磁场可以用这种双螺旋线结构的反相电流激励下获得。

2. 我们先分析图 1(a) 所示的圆锥形顺绕双螺旋线的激励电磁场,

假定有一交变电流通过双螺旋线系统, 则系统有两种可能的激励状态, 一种是同相电流激励状态(如图 1(b)), 在系统同一 Z 截面上二根导线上的电流同相, 轴线上激励的纵向磁场和横向电场相互增强, 而纵向电场和横向磁场却都抵消。所以在轴上激励的基波中 $E_z=0$, 主波是 TE 波, TM 波减弱或不存在, 基波场几乎全部集中于 TE 波。轴上的纵向磁场和横向电场比单根同类圆锥形螺旋线相应增加一倍。

另一种是反相电流激励状态(如图 1(c)), 在中心轴上激励的纵向磁场和横向电场都抵消, 而纵向电场和横向磁场却都相互增强, 所以这种状态在中心轴上激励的基波中 $H_z=0$, 主波是 TM 波, TE 波减弱或不存在, 基波场几乎全部集中于 TM 波。轴

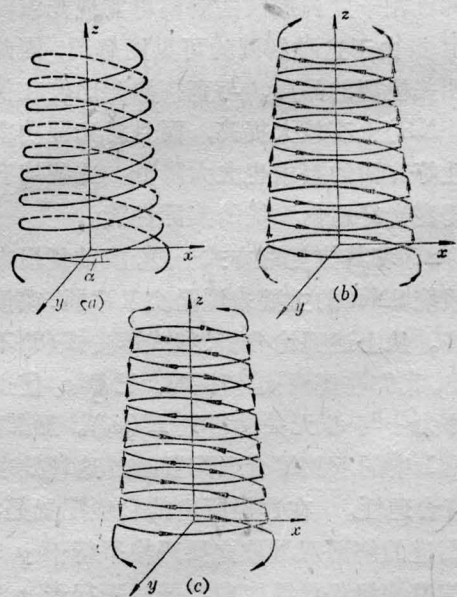


图 1 顺绕圆锥形双螺旋线结构和它的二种激励状态

(b) 同相电流激励状态图
(c) 反相电流激励状态图

上的纵向电场和横向磁场比单根同类圆锥形螺旋线相应增加一倍。

由于螺旋线上电流随 φ 变化而作周期性变化,

所以围绕圆锥形双螺旋线在轴上的电磁场也随 z 轴作周期性变化, 横向磁场方向随 z 作螺旋式旋转。对于其中一个平面来说(如 $x-z$ 平面), 激励的横向磁场方向在该平面内上下摆动。

3. 对于单根圆柱形螺旋线产生的电磁势可由下式表示^[2]

$$A = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n(r) e^{-in(\frac{2\pi}{L}z - \psi)} e^{-j\beta_0 z} \quad (1)$$

式中 A_n 是待定常数, 由螺旋线(带)的边界条件决定; L 是螺旋线周期长度(即螺距), $\beta_0 = \frac{\omega}{v_p}$, ω 是圆频率, v_p 是波的相速。由于螺旋线的边界条件十分复杂, 且螺旋系统的场一般是慢波系统场, 要严格求解螺旋系统激励电磁场是很困难, 而且对于圆锥形螺旋线系统, 待定常数 $A_n(r)$ 就更难确定, 这一切对于螺旋系统实际设计应用困难更大。就自由电子激光器而言, 电子束主要通过双螺旋管中心轴附近范围, 所以电子束受磁场的作用主要是受双螺旋管中心轴上的横向磁场作用, 而不是螺旋管上或管外的激励电磁场作用。因此计算由双螺旋管组成的 FEL 的 Wiggler 磁场, 只需计算双螺旋管轴线上的横向磁场。

假设圆柱形螺旋线上有一电流

$$I = I_0 e^{j(\omega t + \psi)} \quad (2)$$

式中 I_0 为电流振幅, ω 为电流流动角频率, ψ 为初相位, 则电流 I 可分解为平行于 z 轴的纵向电流 $I_{//}$ 和垂直于 z 轴的横向电流 I_{\perp}

$$I_{//} = \sin \alpha I_0 e^{j(\omega t + \psi)} \quad (3)$$

$$I_{\perp} = \cos \alpha I_0 e^{j(\omega t + \psi)} \quad (4)$$

式中 α 是螺旋纵向升角, 假定电流 I 沿螺旋流动一圈的时间为 δt , 并设 t_0 时刻 $I_{//}$ 分量恰好在 $x-z$ 平面内, 则螺旋线电流在轴上产生的电磁场可看成 n 个圆圈电流和 n 个线电流在轴上产生的电磁场的迭加, 由此得

$$\left. \begin{aligned} B_{//z_i} &= \frac{2\pi \cos \alpha I_0}{CR_0} \sum_{k=1}^n \frac{e^{j[\omega(t_0+k\delta t)+\psi]}}{\left[1 + \left(\frac{dz_{ik}}{R_0}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \\ B_{\perp z_i} &= \frac{2\pi \sin \alpha I_0}{CR_0} \sum_{k=1}^n \frac{e^{j[\omega(t_0+k\delta t)+\psi]}}{\left[1 + \left(\frac{dz_{ik}}{R_0}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right\} (5)$$

$$dz_{ik} = \begin{cases} 0 & i=k \\ |i-k|h & i \neq k \end{cases} \quad i, k=1, 2, \dots, n \quad (6)$$

式中 h 为相邻圆电流圈之间距离, n 是螺旋线总圈数, $B_{//z_i}$ 和 $B_{\perp z_i}$ 分别为第 i 圈螺旋线圈中心点坐标 z_i 激励的纵向磁场和横向磁场, dz_{ik} 表示第 k 圈和第 i 圈螺旋线圈中心点之间距离, R_0 是圆柱形螺旋线

圈半径。引入 $t = t_0 + \Delta t$, 它满足 $e^{j[\omega(t_0+\Delta t)+\psi]} \approx \frac{1}{n} \times \sum_{k=1}^n e^{j[\omega(t_0+k\delta t)+\psi]}$, 则(5)式可改为

$$\left. \begin{aligned} B_{//z_i} &= \frac{2\pi \cos \alpha I_0 e^{j(\omega t + \psi)}}{CR_0} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{dz_{ik}}{R_0}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \\ B_{\perp z_i} &= \frac{2\pi \sin \alpha I_0 e^{j(\omega t + \psi)}}{CR_0} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{dz_{ik}}{R_0}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right\} (7)$$

磁场的方向按右手螺旋法则确定。(7)式表明激励的磁场强度分布分别以中心线圈的中心点为对称, 两边缘线圈中心点磁场强度最小。但磁场强度变化的数量级很小, 在适当参数条件下, 圆柱形螺旋线中心轴上各点的激励磁场可认为是均匀等幅磁场, 由此得在轴上激励的主波是 TME 波。

对于圆锥形双螺旋线系统(图 1(a))在轴上激励的磁场可仿照上面的方法推得, 分同相和反相激励二种情况。

同相电流激励:

$$\left. \begin{aligned} B_{//z_i} &\approx \frac{4\pi \cos \alpha I_0 e^{j(\omega t + \psi)}}{C} \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k \left[1 + \left(\frac{dz_{ik}}{R_k}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \\ B_{\perp z_i} &\approx \frac{2\pi \sin \alpha I_0 [e^{j(\omega t + \psi)} + e^{j(\omega t + \psi + \pi)}]}{C} \\ &\quad \times \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k \left[1 + \left(\frac{dz_{ik}}{R_k}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = 0 \end{aligned} \right\} (8)$$

反相电流激励:

$$\left. \begin{aligned} B_{//z_i} &\approx \frac{2\pi \cos \alpha I_0 [e^{j(\omega t + \psi)} - e^{j(\omega t + \psi)}]}{C} \\ &\quad \times \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k \left[1 + \left(\frac{dz_{ik}}{R_k}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = 0 \\ B_{\perp z_i} &\approx \frac{4\pi \sin \alpha I_0 e^{j(\omega t + \psi)}}{C} \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k \left[1 + \left(\frac{dz_{ik}}{R_k}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right\} (9)$$

$$R_k = R_1 \left[1 - \frac{(k-1)h \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{R_1}\right] \quad (10)$$

$$dz_{ik} = \begin{cases} 0 & i=k \\ |i-k|h & i \neq k \end{cases} \quad i, k=1, 2, \dots, n \quad (11)$$

式中 $B_{//z_i}$ 和 $B_{\perp z_i}$ 分别是圆锥形双螺旋线第 i 圈中心点坐标 z_i 激励的纵向磁场和横向磁场, R_k 为双螺旋线第 k 圈半径, θ 是双螺旋线的圆锥角, dz_{ik} 是双螺旋线第 k 圈和第 i 圈中心点之间距离, h 为相邻

两圈之间平均距离,即

$$\left. \begin{aligned} \bar{h} &= \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n h_m \\ h_m &= h_1 \left(1 - \frac{1}{H} \sum_{j=1}^{m-1} h_j \right) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 $h_1 = 2\pi R_1 \tan \alpha$, $H = R_1 / \tan \frac{\theta}{2}$, (8)、(9)式推导过程中利用 $e^{j\pi} = \cos \pi + j \sin \pi = -1$ 的关系。如果 $\theta = 0$, 则系统成为圆柱形双螺旋线系统, 显然此时 $R_k = R_1 = R_0$, R_0 为螺旋线圈起始半径, 相应两种激励状态为同相电流激励:

$$\left. \begin{aligned} B_{Lz_i} &= \frac{4\pi \cos \alpha I_0 e^{j(\omega t + \psi)}}{CR_0} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{d_{z_{ik}}}{R_0} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \\ B_{Lz_i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

反相电流激励:

$$\left. \begin{aligned} B_{Lz_i} &= 0 \\ B_{Lz_i} &= \frac{4 \sin \alpha I_0 e^{j(\omega t + \psi)}}{CR_0} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{d_{z_{ik}}}{R_0} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(8)、(9)式表明, 圆锥形双螺旋线在同相电流激励下轴上的纵向磁场和反相电流激励下轴上的横向磁场都比单根同类圆锥螺旋线激励的相应磁场增加一倍, 这些结果与前面定性分析完全符合。

由此可见, 圆锥形双螺旋线结构在反相电流激励下其中心轴上磁场恰好构成 FEL 中振幅螺旋变化周期 Wiggler 磁场, 磁场强度的计算可由(9)式结合实际螺旋尺寸直接算出, 这对我们实际试验螺旋变化振幅的 FEL 提供很大方便。

参 考 文 献

- 1 赵东焕, 雷仕湛. 量子电子学, 1987; 4(2): 142~154
- 2 刘盛纲主编. 微波电子学导论, 国防工业出版社出版, 1985; 175

(收稿日期: 1987年4月16日)

(上接第 628 页)

由以上分析所得到的 7 个方程式以及 i_{C1} , u_{C1} , u_{L1} , u_{L2} 之间的相位关系, 即可绘出斩波器运转时的各参数波形(如图 4 所示)。

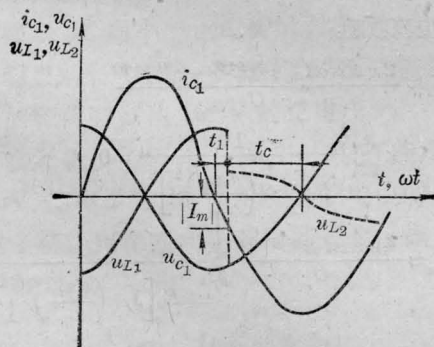


图 4

由图 4 可知, 振荡电感 L_1 与振荡回路周期 T_h 和振荡电容的容量 C_1 有关, 由此结合振荡电路理论可得

$$L_1 = \frac{1}{C_1} \frac{T_h^2}{4\pi^2} \quad (\mu H)$$

式中 C_1 由(1)式确定, $T_h \approx 8t_q$ (t_q 为 SCR_1 的最大关断时间, 一般 $t_q = 80 \mu s$)。

此外还有如下近似公式

$$\left. \begin{aligned} |i_{C1max}| &\approx 2.5 |I_m| \\ t_0 &\approx 2t_q \end{aligned} \right\}$$

电感量 L_2 的选择是不使 SCR_1 承受过大的反压即可, 通常取 $L_2 \approx L_{10}$ 若 $I_m = 40 A$, 则由上述公式选用的参数为: $C_1 \approx 32 \mu F$, $L_1 = L_2 \approx 300 \mu H$, 可得到满意的实验结果。

上述斩波器尽管去掉了耗能电阻, 但电路结构较复杂, 为简化电路结构可采用逆导型斩波器(用逆导可控硅元件)。这样既减小了体积又消除了配线分布电感的影响。 $L_1 C_1$ 参数相对减小, 即可更加提高重复频率。逆导型斩波器的具体工作过程详见文献[2]。

参 考 文 献

- 1 薛彬 et al. 中国激光, 1986; 13(2): 113
- 2 黄俊主编. 半导体变流技术, 机械工业出版社, 1983; 199~203

(收稿日期: 1987年5月28日)