中国激光
第15卷 第10期

具有非对称高斯反射率相位共轭光腔的基模

林 强 陆璇辉 王绍民
(杭州大学物理系)

提要：由高斯光束泵浦的四波混频相位共轭反射镜(PCM)具有横向高斯分布的反射率。这种分布是空间非对称的。本文给出这种PCM(包括自泵浦情况)的光束变换矩阵，把它用于自泵浦相位共轭光腔的分析，得出腔内振荡是椭圆高斯光束的结论。

Fundamental modes of phase-conjugate resonators with asymmetric Gaussian reflectivities

Lin Qiang, Lu Xuanhui, Wang Shaomin
(Department of Physics, Hangzhou University, Hangzhou)

Abstract: A four-wave mixing phase-conjugator pumped by a Gaussian beam has a reflectivity with asymmetric lateral Gaussian distribution. Beam transfer matrices for this phase-conjugate mirror(PCM)(including self-pumped cases) are presented. Applying these matrices to PCRs, it is concluded that an elliptical Gaussian beam oscillates within the cavity.

一、引 言

由四波混频形成的相位共轭镜(PCM)具有波前反转能力。但由于泵浦光一般采用高斯光束，使PCM的反射率具有横向分布，这相当于在PCM上放置了一个高斯光阑[1]。基于这样的考虑，文献[2]定义了带有高斯光阑的PCM的光束变换矩阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{\rho_i}-\frac{i\lambda}{\pi\sigma^2} & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

其中ρ_i是入射光束的波前曲率半径，σ为泵浦光在非线性介质内的光斑尺寸。把(1)用于分析相位共轭光腔(PCR)，在弱高斯光阑近似($\sigma\rightarrow\infty$)下，得出了PCR的基模。文献[3]又定义了在自泵浦情况下PCM的变换矩阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{\rho_i}-\frac{i\lambda}{\pi W_i^2} & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

其中ρ_i、W_i分别为入射光束的波前曲率半径和光斑尺寸。(1)、(2)都是泵浦光与入射探测光共线时的情况。实验中的四波混频装置(包括自泵浦)一般是不共线的，因此，为了更确切地描写PCM在PCR中的行为，需要对(1)、(2)作适当修正。

收稿日期：1987年5月7日。

二、非自泵浦四波混频 PCM 的变换矩阵

在四波混频装置中(图1)，若泵浦光与探测光夹角 θ(设它们均在 x–z 平面内)，则从探测光方向观察，泵浦光的横向分布为一椭圆。若以 σ 表示泵浦光在非线性介质内的横向尺寸，则椭圆的长轴为 σ，位于 y 轴；短轴为 $\sigma\cos\theta$，位于 x 轴。因此，PCM 在 x、y 方向的反射率可以分别表示为

$$\begin{aligned} R_x &= R(0)\,e^{-x^2/\sigma^2\cos^2\theta} \\ R_y &= R(0)\,e^{-y^2/\sigma^2} \end{aligned} \tag{3}$$

其中 $R(0)$ 表示椭圆中心点的反射率。根据(3)式及 PCM 的波前反转特性，可以定义 PCM 对高斯光束在 x 和 y 方向的等效变换矩阵分别为

$$m_x=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{2}{\rho_i}-\dfrac{i\lambda}{\pi\sigma^2\cos^2\theta} & 1 \end{pmatrix} \tag{4a}$$

$$m_y=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{2}{\rho_i}-\dfrac{i\lambda}{\pi\sigma^2} & 1 \end{pmatrix} \tag{4b}$$

即 PCM 在 x、y 方向的变换性质是不同的。当 $\theta\to 0$ 时，(4a)便退化成(1)式。

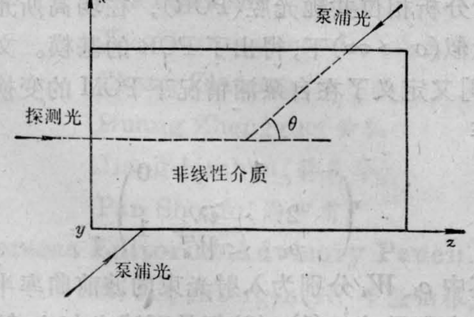

图1　四波混频示意图

由于泵浦光与探测光的非共线，相位共轭器的反射回波是不完善的，因而其补偿畸变的能力也是不完善的。只有在均匀平面波泵浦条件下，相位共轭波才能完全补偿畸变[4]。

三、自泵浦四波混频的变换矩阵

所谓自泵浦，即泵浦光由探测光本身提供，其机制是利用某些晶体(比如 $BaTiO_3$)的光致折射效应，使在晶体中传输的光束自动散焦，从而使入射光的一部分转为泵浦光。这种自动散焦具有非对称性，从而使散焦后的光束偏离正常的高斯光束。但只要入射角不太大(自泵浦四波混频中一般为十几度)，这种偏离是很小的[5]。为了处理上的方便，我们仍把散焦以后的光束视为高斯光束，并且认为其光斑尺寸不变。

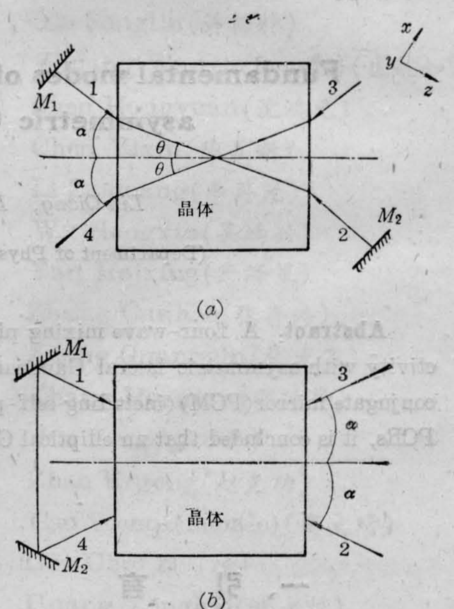

图2　晶体中的自泵浦四波混频，取坐标 z 沿光束方向，x 在入射面内

到目前为止，自泵浦相位共轭装置大致可分为两大类，一类需要外部反射镜(如图2所示，参考[6])；另一类不需要外部反射镜，而是利用晶体内部的全反射来得到泵浦光(如图3，参考[7])。

在图2(a)中，4是探测光，1、2是两束振荡于反射镜 M_1、M_2 之间的泵浦光(由探测光本身产生)，3是四波混频所产生的相位共轭回波。图2(b)中2是探测光，4由2通过晶

体后经 M_1、M_2 反射得到，作为一束泵浦光，另一束泵浦光 3 和相位共轭波 1 则由非线性相互作用产生。由于泵浦光 4 是探测光直接产生的，认为其光斑尺寸不变是合理的。考虑到晶体表面的折射，PCM 在 x 方向的等效变换矩阵可推得：

$$m_x=\begin{pmatrix}\dfrac{\cos\alpha}{\cos\theta} & 0\\ 0 & \dfrac{n_2}{n_1}\dfrac{\cos\theta}{\cos\alpha}\end{pmatrix}\cdot$$

$$\times\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{2}{\rho_i}-\dfrac{i\lambda}{\pi W_i^2\cos^2 2\theta} & 1\end{pmatrix}$$

$$\times\begin{pmatrix}\dfrac{\cos\theta}{\cos\alpha} & 0\\ 0 & \dfrac{n_1}{n_2}\dfrac{\cos\alpha}{\cos\theta}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \dfrac{n_2}{n_1}\dfrac{\cos^2\theta}{\cos^2\alpha}\left(-\dfrac{2}{\rho_i}-\dfrac{i\lambda}{\pi W_i^2\cos^2 2\theta}\right) & 1\end{pmatrix} \tag{5a}$$

其中 α、θ 满足正弦定律 $n_1\sin\alpha=n_2\sin\theta$，$n_1$、$n_2$ 分别为外界及晶体的折射率。矩阵

$$\begin{pmatrix}\dfrac{\cos\theta}{\cos\alpha} & 0\\ 0 & \dfrac{n_1}{n_2}\dfrac{\cos\alpha}{\cos\theta}\end{pmatrix}$$

是高斯光束以入射角 α 入射到一斜面上的等效变换矩阵[8]。从(5a)可以看出，晶体表面的折射使得 PCM 不能精确地实现波前反转。在高精度实验中(比如图像重现)需要在晶体外加匹配液使 $n_1=n_2$，从而消除折射影响。

自泵浦 PCM 在 y 方向的变换矩阵仍为

$$m_y=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{2}{\rho_i}-\dfrac{i\lambda}{\pi W_i^2} & 1\end{pmatrix} \tag{5b}$$

其中 ρ_i、W_i 分别为入射光束的波前曲率半径及光斑尺寸。

对第二类自泵浦 PCM(图 3)，在晶体内部探测光与泵浦光之间的夹角为 $\theta_2-\theta_1$，对一给定的入射角 α，实验中发现 $\theta_2-\theta_1=5\sim10°$ 时得到最佳耦合[7]，当 α 变化时，晶体内部偏折角能自动调整使达到最佳耦合。类似于(5a)、(5b)，我们定义其变换矩阵为

$$m_x=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \dfrac{n_2}{n_1}\dfrac{\cos^2\theta_1}{\cos^2\alpha}\left[-\dfrac{2}{\rho_i}-\dfrac{i\lambda}{\pi W_i^2\cos^2(\theta_2-\theta_1)}\right] & 1\end{pmatrix} \tag{6a}$$

$$m_y=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{2}{\rho_i}-\dfrac{i\lambda}{\pi W_i^2} & 1\end{pmatrix} \tag{6b}$$

在 $n_1=n_2$，$\theta_2-\theta_1$ 很小时，(6)式便退化为(2)式。

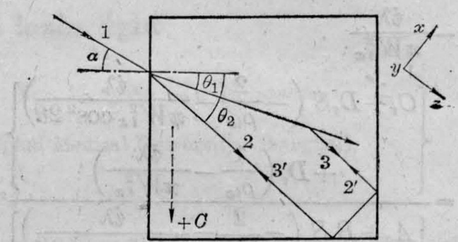

图 3 依靠晶体内全反射的自泵浦四波混频
c 为晶体光轴，1 为入射光，2 与 $3'$、3 与 $2'$ 分别是一对泵浦光

四、非共线自泵浦 PCR 的基模

对一端由 PCM、另一端由球面反射镜所组成的谐振腔(图 4)，把参考面选在 PCM 前，x 方向一周往返矩阵为

$$\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}_x=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{2}{R} & 1\end{pmatrix}$$

$$\times\begin{pmatrix}d & b\\ c & a\end{pmatrix}\cdot$$

$$\times\begin{pmatrix}1 & 0\\ S\left(-\dfrac{2}{\rho_i}-\dfrac{i\lambda}{\pi W_i^2\cos^2 2\theta}\right) & 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}A_r & B_r\\ C_r & D_r\end{pmatrix}$$

$$\times\begin{pmatrix}1 & 0\\ S\left(-\dfrac{2}{\rho_i}-\dfrac{i\lambda}{\pi W_i^2\cos^2 2\theta}\right) & 1\end{pmatrix} \tag{9}$$

其中已引用(5a)式，

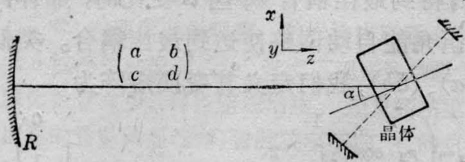

图 4　自泵浦相位共轭光腔示意图

$$S=\frac{n_2}{n_1}\,\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\alpha},$$

R 是真镜(RM)的曲率半径，$abcd$ 是腔内自 $\overline{RM}$ 到 PCM(不包括 PCM)的矩阵元。

将(7)代入 $ABCD$ 定律，并令其自洽，有

$$\frac{1}{\rho_{ix}}-\frac{i\lambda}{\pi W_{ix}^2}=\frac{\left\{\begin{array}{c}C_r+D_rS\left(-\frac{2}{\rho_{ix}}-\frac{i\lambda}{\pi W_{ix}^2\cos^2 2\theta}\right)\\ +D_r\left(\frac{1}{\rho_{ix}}-\frac{i\lambda}{\pi W_{ix}^2}\right)\end{array}\right\}}{\left\{\begin{array}{c}A_r+B_rS\left(-\frac{2}{\rho_{ix}}-\frac{i\lambda}{\pi W_{ix}^2\cos^2 2\theta}\right)\\ +B_r\left(\frac{1}{\rho_{ix}}-\frac{i\lambda}{\pi W_{ix}^2}\right)\end{array}\right\}} \tag{8}$$

令其虚部相等，得

$$\left[A_r-\frac{(2S-1)B_r}{\rho_{ix}}\right]^2+\left(\frac{S}{\cos^2 2\theta}+1\right)^2\times\frac{\lambda^2B_r^2}{\pi^2W_{ix}^4}=\frac{S}{\cos^2 2\theta}+1 \tag{9}$$

为了得到稳定解，取 W_{ix}^4 的极小值，则

$$\rho_{ix}=(2S-1)\frac{B_r}{A_r}=(2S-1)\frac{2bG}{2dG-1} \tag{10}$$

$$W_{ix}^2=\frac{\lambda}{\pi}|B_r|\sqrt{\frac{S}{\cos^2 2\theta}+1} \tag{11}$$

以 $\frac{S}{\cos^2 2\theta}=\frac{1-\beta^2}{\beta^2}$ 代入(11)式，便得

$$W_{ix}^2=\frac{\lambda}{\pi}|B_r|/\beta$$

这类似于受激散射 PCR 的结果[9]。利用(5a)，可得 PCM 上反射的光束参量为

$$\rho_{rx}=-\frac{B_r}{A_r} \tag{12}$$

$$W_{rx}^2=\frac{\lambda|B_r|}{\pi}\,\frac{1}{\sqrt{\frac{S}{\cos^2 2\theta}+1}} \tag{13}$$

若将参考面选在 RM 上，通过类似的推导可得 RM 上的模。或通过 $ABCD$ 定律直接求得

$$\rho_{RM,ix}=\frac{b(S+2\cos^2 2\theta)}{a(S+2\cos^2 2\theta)-2G\cos^2 2\theta} \tag{14}$$

$$\rho_{RM,rx}=\frac{b(S+2\cos^2 2\theta)}{2G(S+\cos^2 2\theta)-a(S+2\cos^2 2\theta)} \tag{15}$$

$$W_{RM,ix}^2=W_{RM,rx}^2=\frac{\lambda b}{2\pi|G|}\,\frac{S+2\cos^2 2\theta}{\cos 2\theta\sqrt{S+\cos^2 2\theta}} \tag{16}$$

其中
$$G=a-\frac{b}{R}。$$

在(10)～(16)式中令 $S=1$, $\cos 2\theta=1$, 便得 y 方向结果，它与共线自泵浦的一致[3]。

五、结　论

1. 显然，在 $S\neq 1$, $\cos 2\theta\neq 1$ 时，PCR 在 x、y 方向的性质是不一样的。若从 RM 端输出，则基模为椭圆高斯光束，它在 x、y 两方向上的曲率半径和光斑尺寸都不相同。

2. 定义 $G'=d-b/\rho_i$, 由(10)得 x 方向

$$(GG')_x=\frac{(2S-2)dG+\frac{1}{2}}{2S-1} \tag{17}$$

令 $S=1$, 得 y 方向

$$(GG')_y=\frac{1}{2} \tag{18}$$

因此 y 方向是绝对约束的，而 x 方向则不然。这正是非共线自泵浦的影响。

参　考　文　献

1　Pierre A Belanger *et al*. *Appl. Opt.*, 1980; **19**: 602
2　王绍民 *et al*. 光学学报, 1983; **3**(1): 41
3　王绍民 *et al*.杭州大学学报, 1985; **12**(2): 191
4　David M Pepper, Amnon Yariv. *Opt. Lett*, 1980; **5**(1): 59
5　Jack Feinberg, *J. Opt. Soc. Am.*, 1982; **72**: 46
6　Mark Cronin-Golomb *et al*. *Appl. Phys. Lett.*, 1982; **41**(8): 689
7　Jack Feinberg. *Opt. Lett.*, 1982; **7**(10): 486
8　陆璇辉 *et al*. (待发表)
9　Wang Shaomin, Weber H. *Opt. Act.*, 1984; **31**: 971～976.