中国激光
第15卷 第1期

四波混频非线性效应和腔各向异性对横向塞曼激光特性及其应用的影响

吴义芳 王文华* 郑乐民

(北京大学无线电电子学系)

提要：讨论了激光腔中四波混频非线性效应和腔各向异性对横向塞曼激光拍频波形畸变和频率锁定的影响，解释了这种现象的物理机制，同时讨论了拍频波形畸变对光拍相位检测技术的影响，这对STZL的应用研究有重要意义。

Influence of FWM effect and cavity anisotropy on characteristics and applications of transverse Zeeman Lasers

Wu Yifang, Wang Wenhua, Zheng Lemin

(Department of Radio-electronics, Peking University, Beijing)

Abstract: Influence of four wave mixing (FWM) effect and cavity anisotropy in transverse Zeeman laser on the beat frequency characteristics and waveform distortion are studied. Physical mechanism of this phenomena is explained and the influence of wave distortion on phase detection by optical heterodyne technique which is important in the application of Zeeman lasers is discussed.

一、引 言

近来频率稳定的横向塞曼激光器(STZL)由于可用做光学光拍技术的双频光源而受到人们的关注。不过，现有的横向塞曼激光器理论[1]给出的光强和拍频调谐曲线与实验研究[2,3]的结果符合得并不好，拍频波形畸变和频率锁定效应的物理机制及其对光拍技术的影响也有待解决。我们已经证明[4]，在激光腔内存在着近简并四波混频(FWM)和更高阶的非线性效应，并得到如图1所示的激光光谱。在图1中除ω_π和ω_σ的主线外(假定$\omega_\sigma>\omega_\pi$)尚有频率为

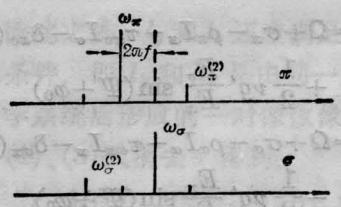

图1 考虑FWM时横向塞曼激光的频谱结构

$$\omega_\pi^{(2)}=2\omega_\sigma-\omega_\pi,$$

收稿日期：1986年10月17日。

* 现在中国科学院研究生院。

$\omega_\sigma^{(2)}=2\omega_\pi-\omega_\sigma$ 的边带。

这里我们进一步引入腔各向异性，同时考虑四波混频和各向异性对拍频波形畸变和频率锁定的影响，分析光频边带对光拍相位测量的影响。

二、理　论

兰姆等人利用三阶理论给出了纵向塞曼激光理论，沿着这条思路文献[1]给出了横向塞曼激光器理论。在[1]的处理中包含FWM的项被忽略了，且又采用了标量模型给出的阈值条件进行计算。除去FWM效应外，在激光腔内事实上还有一小的各向异性效应，为了把这个效应考虑进去，我们引入一电导张量

$$(\varepsilon_0\nu)^{-1}\hat{\sigma}=\begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} \\ g_{yx} & g_{yy} \end{pmatrix}$$

$$g_{xx}=\frac{1}{Q_x},\ g_{yy}=\frac{1}{Q_y},\ g_{xy}=g_{yx}^*=g'e^{i\phi_0} \tag{1}$$

在这个方程中，Q 是腔的品质因数，电导矩阵非对角元的模和幅角描述了腔各向异性。π、σ 光的振幅和频率方程现在变为

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_\pi&=E_\pi[\alpha_\pi-\beta_\pi I_\pi-\theta_{\pi\sigma}I_\sigma-\varepsilon_{\pi\sigma}(t)I_\sigma]\\&\quad-\frac{1}{2}\nu g'E_\sigma\cos(\Psi+\varphi_0)\\\dot{E}_\sigma&=E_\sigma[\alpha_\sigma-\beta_\sigma I_\sigma-\theta_{\sigma\pi}I_\pi-\varepsilon_{\sigma\pi}(t)I_\pi]\\&\quad-\frac{1}{2}\nu g'E_\pi\cos(\Psi+\varphi_0)\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned}\nu_\pi+\dot{\varphi}_\pi&=\Omega+\sigma_\pi-\rho_\pi I_\pi-\tau_{\pi\sigma}I_\sigma-\delta_{\pi\sigma}(t)I_\sigma\\&\quad+\frac{1}{2}\nu g'\frac{E_\sigma}{E_\pi}\sin(\Psi+\varphi_0)\\\nu_\sigma+\dot{\varphi}_\sigma&=\Omega+\sigma_\sigma-\rho_\sigma I_\sigma-\tau_{\sigma\pi}I_\pi-\delta_{\sigma\pi}(t)I_\pi\\&\quad-\frac{1}{2}\nu g'\frac{E_\pi}{E_\sigma}\sin(\Psi+\varphi_0)\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

式中 $\Psi=\nu_\pi t+\varphi_\pi-\nu_\sigma t-\varphi_\sigma$ 为 π、σ 光间的位相差。$\delta_{\pi\sigma}$、$\delta_{\sigma\pi}$ 是由FWM引起的交叉排斥系数，除系数 $\delta_{\pi\sigma}$、$\delta_{\sigma\pi}$ 外其余系数都可在文献[1, 5]中查到。

方程组(2)表明对 π 分量在频率 ω_σ 处有一个弱的 $\omega_\pi^{(1)}$ 以及在 ω_π 处有一个 $\omega_\sigma^{(1)}$(对 σ 分量)，整个谱结构(到三阶效应)可示意表示为图2。

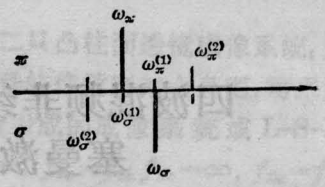

图2　考虑FWM和腔各向异性时横向塞曼激光的频谱结构

由方程(2)可求出不考虑FWM和腔各向异性时的稳态光强

$$\left.\begin{aligned}I_{\pi0}&=\frac{\alpha_\pi\beta_\sigma-\alpha_\sigma\theta_{\pi\sigma}}{\beta_\sigma\beta_\pi-\theta_{\sigma\pi}\theta_{\pi\sigma}}\\I_{\sigma0}&=\frac{\alpha_\sigma\beta_\pi-\alpha_\pi\theta_{\sigma\pi}}{\beta_\sigma\beta_\pi-\theta_{\sigma\pi}\theta_{\pi\sigma}}\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

如若　$\varepsilon_{\pi(\sigma)\sigma(\pi)}\neq0,\ \frac{1}{2}\nu g'\neq0,$

由(2)式不难看出 I_π、I_σ 将围绕着稳态光强做小振动。如前所述FWM将使 $I_{\pi(\sigma)}$ 以二倍拍频频率脉动，而腔的各向异性效应将使 $I_{\pi(\sigma)}$ 以一倍拍频频率脉动。因此可令

$$\left.\begin{aligned}I_\pi&=I_{\pi0}+\Delta I_{\pi1}(t)+\Delta I_{\pi2}(t)\\I_\sigma&=I_{\sigma0}+\Delta I_{\sigma1}(t)+\Delta I_{\sigma2}(t)\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

将(4)、(5)两式代入(2)式，忽略二阶小量分离出关于 $\Delta I_{\pi(\sigma)1}(t)$ 和 $\Delta I_{\pi(\sigma)2}(t)$ 的方程，并令它们有如下形式的解

$$\Delta I_{\pi(\sigma)1}(t)=\frac{1}{2}\Delta I_{\pi(\sigma)1}^0e^{i(\Psi+\varphi_0+\pi)}+c.c \tag{6}$$

$$\Delta I_{\pi(\sigma)2}(t)=\frac{1}{2}\Delta I_{\pi(\sigma)2}e^{i[2\Psi+\varphi'_{\pi(\sigma)}]}+c.c \tag{7}$$

进而得出

$$\Delta I_{\pi1}^0=\frac{1}{F_1}\frac{\frac{1}{2}\nu g'(I_{\pi0}I_{\sigma0})^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\beta_\sigma}{I_{\pi0}}-\frac{\theta_{\pi\sigma}}{I_{\sigma0}}\right)}{\beta_\sigma\beta_\pi-\theta_{\pi\sigma}\theta_{\sigma\pi}} \tag{8}$$

$$\Delta I_{\sigma1}^0=\frac{1}{F_1}\frac{\frac{1}{2}\nu g'(I_{\pi0}I_{\sigma0})^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\beta_{\sigma\pi}}{I_{\sigma0}}-\frac{\theta_{\sigma\pi}}{I_{\pi0}}\right)}{\beta_\sigma\beta_\pi-\theta_{\pi\sigma}\theta_{\sigma\pi}} \tag{9}$$

$$\Delta I^0_{\pi 2}=\frac{\left\{\begin{array}{l}[(\beta_\sigma I_{\sigma 0}\mu_1)^2+(\theta_{\pi\sigma}I_{\pi 0}\mu_2)^2\\+2\mu_1\mu_2\beta_\sigma\theta_{\pi\sigma}I_{\pi 0}I_{\sigma 0}\cos(\varphi_1'+\varphi_2')]^{\frac{1}{2}}\end{array}\right\}}{\beta_\pi\beta_\sigma-\theta_{\pi\sigma}\theta_{\sigma\pi}} \tag{10}$$

$$\Delta I^0_{\sigma 2}=\frac{\left\{\begin{array}{l}[(\beta_\pi I_{\pi 0}\mu_2)^2+(\theta_{\sigma\pi}I_{\sigma 0}\mu_1)^2\\+2\mu_1\mu_2\beta_\pi\theta_{\sigma\pi}I_{\pi 0}I_{\sigma 0}\cos(\varphi_1'+\varphi_2')]^{\frac{1}{2}}\end{array}\right\}}{\beta_\pi\beta_\sigma-\theta_{\pi\sigma}\theta_{\sigma\pi}} \tag{11}$$

$$\varphi''_\pi=\mathrm{tg}^{-1}\frac{\beta_\sigma I_{\sigma 0}\mu_1\cos\varphi_1'+\theta_{\pi\sigma}I_{\pi 0}\mu_2\cos\varphi_2'}{\theta_{\pi\sigma}I_{\pi 0}\mu_2\sin\varphi_2'-\beta_\sigma I_{\sigma 0}\mu_1\sin\varphi_1'} \tag{12}$$

$$\varphi''_\sigma=\mathrm{tg}^{-1}\frac{\beta_\pi I_{\pi 0}\mu_2\cos\varphi_2'+\theta_{\sigma\pi}I_{\sigma 0}\mu_1\cos\varphi_1'}{\theta_{\sigma\pi}I_{\sigma 0}\mu_1\sin\varphi_1'-\beta_\pi I_{\pi 0}\mu_2\sin\varphi_2} \tag{13}$$

三、理论与实验的比较

3.1 稳态光强

由 $\alpha_\pi=0$ 可得出 π 光粒子数反转阈值为

$$\bar{N}_T=\frac{\hbar ku\varepsilon_0}{10\sqrt{\pi}\ P^2Q_\pi},$$

这个值比文献[1]使用的阈值条件

$$\bar{N}_T=\frac{\hbar ku\varepsilon_0}{\sqrt{\pi}\ P^2Q_\pi}$$

小10倍。图3、图4是用我们给出的阈值条件计算出来的稳态光强的调谐曲线。

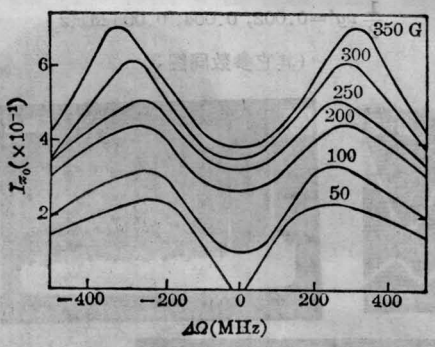

图3 $I_{\pi 0}$ 的理论调谐曲线

参数选取: $\eta_\pi=\eta_\sigma=1.35$, $ku=2\pi\times1350$ MHz, $\gamma=2\pi\times150$ MHz, $\gamma_a=2\pi\times10$ MHz, $\gamma_b=2\pi\times50$ MHz, $F_1=0.5$ MHz, $\delta=2\pi\times1.81$ H(MHz/G)

3.2 光强脉动幅值

图5、图6分别示出的是在

$$\Delta\Omega=105\ \mathrm{MHz}$$

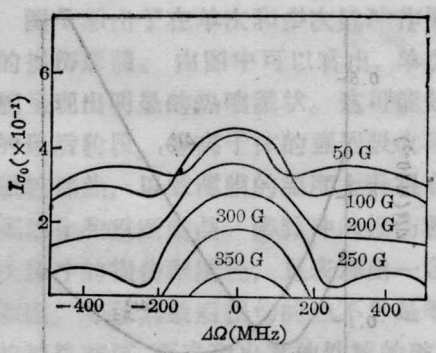

图4 $I_{\sigma 0}$ 的理论调谐曲线

(参数选取如图3)

处由FWM和各向异性引起的光强脉动振幅 $\Delta I^0_{\pi(\sigma)2}$ 和 $\Delta I^0_{\pi(\sigma)1}$ 随磁场变化的理论曲线。比较图5、图6和图3、图4，可以看出由FWM引起的 $\Delta I^0_{\pi(\sigma)2}$ 为稳态光强 $I_{\pi(\sigma)0}$ 的几十分之一到一百多分之一，由腔各向异性引起的 $\Delta I^0_{\pi(\sigma)1}$ 又约为 $\Delta I^0_{\pi(\sigma)2}$ 的几分之一或十多分之一。

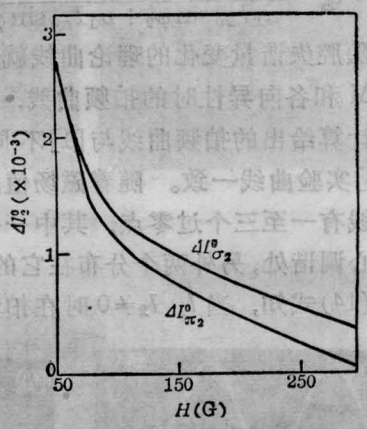

图5 由FWM引起的光强脉动随磁场变化曲线

$\Delta\Omega=150$ MHz, 其它参数同图3

3.3 拍频频率锁定

将稳态光强表示式(4)代入(4)可得到

$$\dot{\Psi}=d+l_1\sin(\Psi+\varphi_0)+l_2\sin(2\Psi+\varphi'') \tag{14}$$

式中

$$d=F_1[(\sigma_\pi-\rho_\pi I_{\pi 0}-\tau_{\pi\sigma}I_{\sigma 0})-(\sigma_\sigma-\rho_\sigma I_{\sigma 0}-\tau_{\sigma\pi}I_{\pi 0})]$$

$$l_1=\frac{1}{2}\nu g'(I_{\sigma 0}+I_{\pi 0})/(I_{\pi 0}I_{\sigma 0})^{\frac{1}{2}}$$

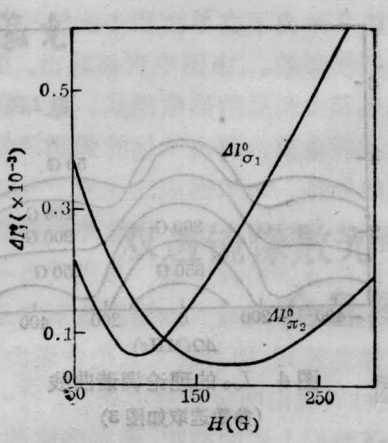

图 6　由腔各向异性引起的光强脉动随磁场变化曲线

$\frac{1}{2}\nu g'=0.002\,\mathrm{MHz}$, $\Delta\Omega=150\,\mathrm{MHz}$,

其它参数同图 3

$$l_2=F_1[(\mu_1 I_{\sigma 0})^2+(\mu_2 I_{\pi 0})^2-2\mu_1\mu_2 I_{\pi 0} I_{\sigma 0}\cos(\varphi_1'+\varphi_2')]^{\frac{1}{2}}$$

$$\varphi''=\mathrm{tg}^{-1}\frac{\mu_2 I_{\pi 0}\cos\varphi_2'-\mu_1 I_{\sigma 0}\cos\varphi_1'}{\mu_2 I_{\pi 0}\sin\varphi_2'+\mu_1 I_{\sigma 0}\sin\varphi_1'}$$

显然 d 随腔失谐量变化的理论曲线就是不考虑 FWM 和各向异性时的拍频曲线，由我们的理论计算给出的拍频曲线与[1]不同但与[2]、[3]实验曲线一致。随着磁场值的不同拍频曲线有一至三个过零点，其中一个出现在腔中心调谐处，另外两个分布在它的两侧。

由(14)式知，当 l_1、$l_2\neq 0$ 时在拍频调谐

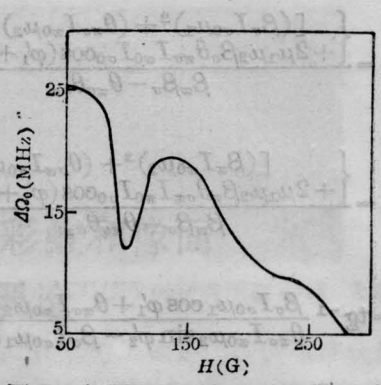

图 7　由 FWM 引起零拍区(I)的宽度随磁场变化曲线

(参数选取同图 3)

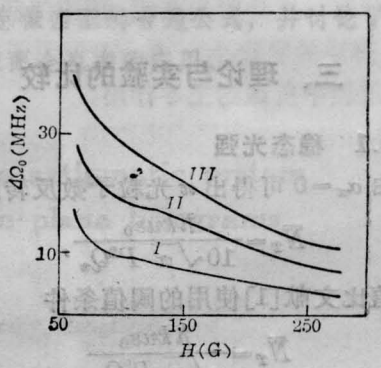

图 8　由腔各向异性引起零拍区(I)的宽度随磁场变化曲线

曲线 I、II、III 分别对应

$\frac{1}{2}\nu g'=0.002$, 0.004, $0.006\,\mathrm{MHz}$

(其它参数同图 3)

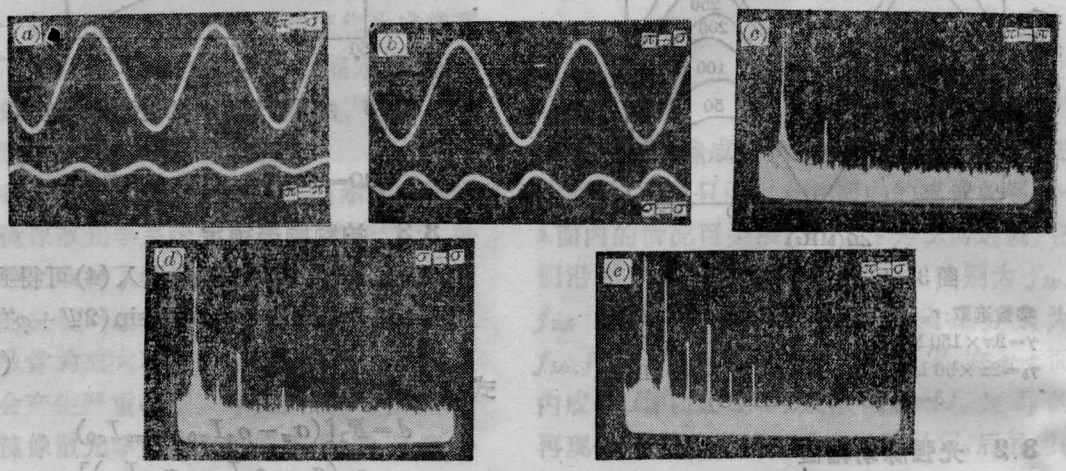

图 9　633 nm He-Ne 横向塞曼激光 $\pi\to\pi$、$\sigma\to\sigma$ 和 $\pi\to\sigma$ 拍频波形和频谱照片

$f=45.9\,\mathrm{kHz}$,　　$B=190\,\mathrm{G}$

曲线过零点附近，在$|d|<|l_1|+|l_2|$的区域内将发会发生频率锁定效应(即出现零拍区)。我们称出现在腔中心调谐处的零拍区为(I)区，其余为(II)区。FWM和腔各向异性对(I)区宽度贡献的理论曲线如图7、图8所示。理论计算给出的零拍区的宽度约为几十MHz，似乎腔的各向异性对(II)区的影响大，而FWM对(I)区的影响大。

图9(a)～(e)是磁场$B=190$G时由双踪示波器和TF2370型频谱仪给出的633 nm He-Ne横向塞曼激光$\pi\to\sigma$、$\pi\to\pi$、$\sigma\to\sigma$光间拍频波形及其频谱照片。表1给出的是$f=45.9$kHz不同磁场值时各类拍频信号各次谐波的相对强度(取$\pi\to\sigma$基波强度为0dB)。饶有趣味的是表1给出的各谐波分量的相对强度与理论计算值符合得很好，由图9(a)、图9(b)下方的$\pi\to\pi$和$\sigma\to\sigma$自拍波形图可看出，他们之间的相位差近于π弧度，这也与理论计算一致。

表1　各种拍频谐波的相对强度，$f=45.9$kHz

B(G)	波形	基波(dB)	二次谐波(dB)	三次谐波(dB)	四次谐波(dB)
75	$\pi\to\pi$	−48	−26	−58	−50
	$\sigma\to\sigma$	−40	−25	−55	−48
	$\pi\to\sigma$	0	−36	−30	—
190	$\pi\to\pi$	−55	−38	—	−55
	$\sigma\to\sigma$	−47	−33	—	−51
	$\pi\to\sigma$	0	−32	−24	−47
250	$\pi\to\pi$	−55	−50	—	−57
	$\sigma\to\sigma$	−43	−34	—	−54
	$\pi\to\sigma$	0	−39	−25	−54
330	$\pi\to\pi$	−51	−43	−57	—
	$\sigma\to\sigma$	−40	−36	−53	—
	$\pi\to\sigma$	0	−23	−43	−55

图9所示的自拍波形频谱照片中尚有高于二次谐波的谐波分量，这表明在激光腔内尚有更高阶的非线性混频效应，本文尚未考虑这一效应。

四、拍频波形畸变对光拍相位检测技术的影响

现在我们来分析一下图10给出的典型实验。由STZL出射的激光束经一块长为l的双折射平板玻璃样品(折射指数为n_π、n_σ)，而后经光电检测器混频，如果π、σ两偏振分量没有边带的话，光电检测元件给出的电信号强度正比于

$$\cos(2\pi ft-\phi_x-\phi_0),\ \phi_x=\frac{l}{c}\omega_\sigma\Delta n$$

这里的ϕ_x是因对π、σ光有双折射

$$\Delta n=n_\sigma-n_\pi$$

而引起的相位差，通过适当方法测量出ϕ_x即可求出Δn。

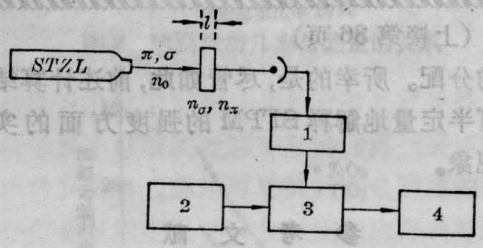

图10　用双频激光相位检测方法测量双折射方框图

1—放大器；2—参考信号；3—检相器；4—信号

但当π、σ分量有光频边带使拍频波形发生畸变时便会对ϕ_x的测量产生不良影响。为讨论简单而又不失普遍性起见，我们只考虑FWM效应即用图1所示的边带分布进行讨论。令这些分量的形式用下式描述

$$E_i\cos(\omega_i t-k_i r+\varphi_i),\ i=1,\ 2,\ 3,\ 4$$

编号从图中右边顺序到左边，E_1、E_3是π分量，E_2、E_4是σ分量，E_2、E_3是σ、π光的主线。经光电检测器混频后的拍频包含下列几种成分

$$E_2E_3\cos[2\pi ft-\phi_x-\phi_0+(\varphi_2-\varphi_3)]$$
$$+E_1E_2\cos[2\pi ft+\phi_x-\phi_0+(\varphi_1-\varphi_2)]$$
$$+E_4E_3\cos[2\pi ft+\phi_x-\phi_0+(\varphi_3-\varphi_4)]$$

$$+E_1E_3\cos[4\pi ft-2\phi_0+(\varphi_1-\varphi_3)]$$
$$+E_4E_2\cos[4\pi ft-2\phi_0+(\varphi_2-\varphi_4)] \tag{15}$$

式中 $\phi_x=\frac{l}{c}\Delta n\omega_2$, $\phi_0=\frac{2\pi f}{c}(n_0l+n_0r)$, r 是除 l 外的光程。(15)式可合并为三项

$$I_1\cos(2\pi ft-\phi_x+\phi')$$
$$+I_2\cos(2\pi ft+\phi_x+\phi'')$$
$$+I_3\cos(4\pi ft+\phi''')$$

式中 I_2、$I_3 \ll I_1$, ϕ'_1、ϕ''_2、ϕ'''_3 是 E_i、ϕ_i 及 ϕ_0 的函数，与激光器工作状态及光路安排有关。当仪器处于某一稳定工作状态时 ϕ'、ϕ'' 和 ϕ''' 可认为是常数，式中后两项是由光频边带引起的。如果我们用拍频基频相敏检波方法，测量到的将是

$$I\cos(2\pi ft+\Phi)=I_1\cos(2\pi ft-\phi_x+\phi')$$
$$+I_2\cos(2\pi ft+\phi_x+\phi'')$$

的相位 Φ，欲求 ϕ_x 就必须进行校正。然而由于 I_1、I_2、ϕ'、ϕ'' 随工作条件而变化，这就使得准确测量变得更为困难了，如果忽略边带的影响将导致测量结果的不准确与不稳定。

值得提出的是：根据选择定则来分析，纵向塞曼激光中没有 FWM 效应，相应的拍频波形畸变很小，这大有利于拍频相位的测量。

参 考 文 献

1 巴恩旭，杨性愉，沈寿春。物理学报，1984; **33**(4):496
2 王楚，吴义芳，沈伯弘。北京大学学报 1987; No. 51: 103
3 Gudelev V G, Yasinkil V M. *Sov. J. Quant. Electr.*, 1982; **12**(7): 904
4 Zheng Lemin, Wang Chu, Wu Yifang. *Opt. Commun.*, 1986; **59**(4): 293
5 金浩然，王庆吉，郑乐民，物理学报，1987; **36**(1):78

(上接第 36 页)

中的分配。所幸的是，尽管如此，前述计算结果可半定量地解释 SFPM 的强度方面的实验现象。

参 考 文 献

1 Stolen R H *et al. Appl. Phys. Lett.*, 1974; **24**(7): 308
2 Stolen R H *et al. IEEE J. Quant. Electr.*, 1975; **QE-11**:100
3 Lin Choinlon *et al. Appl. Phys. Lett.*, 1981; **38**(7): 479
4 Hiu K O. *Appl. Opt.*, 1981; **20**(6): 1075
5 Dianov E M. *Sov. Phys. JETP*, 1982; **56**(1): 21
6 Stolen R H. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1982 **QE-18**: 1062
7 Glordmaine J A. *Phys. Rev.*, 1966; **144**(2): 676;
8 Penzkofer A *et al. Prog. Quant. Electr*; **6**: 55
9 Kogelnik H *et al. Appl. Opt.*, 1966; **5** (10): 1550
10 Yariv A, Pearson J E. in "Progress in Optics", Sanders J H, Stevens K W H, Pergamon, New York, 1969

(上接第 46 页)

定。由式(26)、(27)，光声信号应修改为：

$$H_{1,-1}=H_{1,1}\sim P^2(\nu)g(\nu)$$
$$\times[1+2f(t)+f^2(t)]$$
$$H_s\sim P(\nu)g_G(\nu)[1+f(t)]$$

因为 $f(t)$ 是随机的，所以功率的不稳定以噪声的形式出现。调谐特性直接影响光声谱线形状。消除这种影响的方法是将信号对光强归一化，归一化后的结果为：

$$H_{1\pm1}\Big|_{归一化}=\frac{H_{1\pm1}}{I^2}\sim g(\nu) \tag{30}$$

$$H_s\Big|_{归一化}=\frac{H_s}{I}\sim g_G(\nu) \tag{31}$$

这种方法可以消除激光器调谐特性和功率慢漂移的影响。由于我们的课题还处于初级阶段，实验装置不完善，以上所测结果都没有归一化。

参 考 文 献

1 *Appl. Opt.*, 1976; **15**: 1506
2 *Opt. Commun.*, 1979; **30**(3): 345
3 *Opt. Commun.* 1979; **31**(1): 25
4 A 亚里夫著。量子电子学，刘颂豪等译
5 *Opt. Commun.*, 1979; **30**(3):351