

光纤中受激四光子混频的 Stokes 与 Anti-Stokes 光的增益

王 奇 杨天龙 沈文达

(上海科技大学物理系)

提要: 首先拍摄到光纤中受激四光子混频(SFPM)产生的二对、三对 Stokes-anti-Stokes 模斑和它们的谱线。计及 Raman 共振效应和光纤波导传输特性,用半经典理论导出一组描述光纤中 SFPM 的耦合波方程,修正了原 Stolen 等人导出的耦合波方程的系数;求得在相位匹配和相位失配条件下各种模组合的 anti-Stokes 光与 Stokes 光的强度比以及 Raman 上能级粒子数布居几率的表达式。

Gains of Stokes and anti-Stokes light in stimulated four-photon mixing in optical fiber

Wang Qi, Yang Tianlong, Shen Wenda

(Shanghai University of Science and Technology, Shanghai)

Abstract: Two and three Stokes-anti-Stokes mode pairs appearing simultaneously in stimulated four-photon mixing (SFPM) have been taken photos for the first time. By using the semiclassical approach the coupled wave equation for SFPM in optical fiber are derived with regard to the Raman resonance and the fiber guiding property, and the coupling coefficients given by Stolen et al. are corrected. The gains of Raman resonant SFPM and the relation between SFPM and SRS are investigated. The ratios of anti-Stokes to Stokes light intensities in the phase-matching and phase-mismatching conditions and the expression for the Raman upper-level molecular number in SFPM are found.

一、引 言

光纤中受激四光子混频(SFPM)效应是强光传输过程中光纤材料非线性极化和光波导传输特性的共同产物^[1,2]。它相干长度长,能同时实现泵浦光频率的上转换和下转换,

是一种重要的激光变频手段。

国外有关文献可能给出的光纤 SFPM 的照片每次最多只能记录一对 S-AS 模斑,最近我们首先拍摄到了同时出现二对、三对 S-AS 模斑和它们的谱线,见图 1。表 1 中列出了各对模斑频移量的测量值。实验中我们

收稿日期: 1986 年 9 月 1 日。

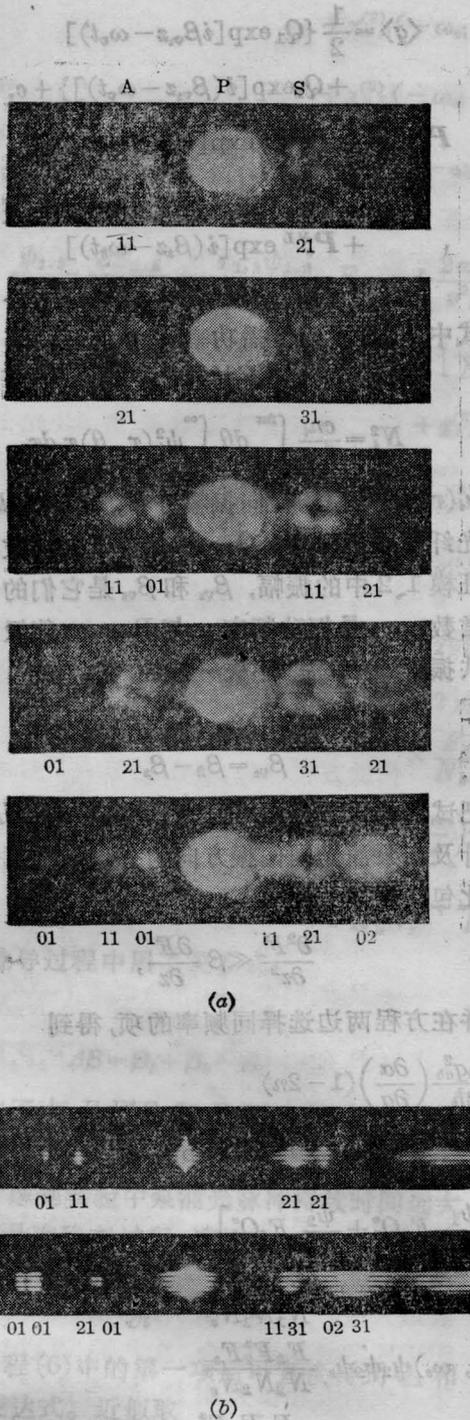


图1 光纤中SFPM的Stokes和anti-Stokes光的模斑对(a)及它们的谱线(b)
 光纤长度11 m, 纤芯直径9 μm, 纤芯与色层的折射率差0.0035, 归一化频率5.42。模斑用线偏振模LP_{mn}的角标表示。P、S和A分别代表泵浦光、Stokes光和 anti-Stokes光

将调Q Nd:YAG激光器输出光倍频后注入GeO₂-SiO₂单模光纤, 观察到了国外文献报道的SFPM各种实验现象。

文献[2~6]对光纤中SFPM的理论分析都假设S光与AS光的频移量位于介质的Raman增益带宽之外, 回避了小频移($\Delta\nu < 460 \text{ cm}^{-1}$)的SFPM受Raman共振影响的事实, 这样就无法对S光与AS光的相对强度, SFPM与SRS之间的关系等问题作深入和严格的理论分析。事实上, 若选用常规单模石英玻璃光纤, 小频移的SFPM无法与SRS截然分开, 它们相互影响, 相互制约, 在一定的条件下又相互转化。

二、光纤中SFPM的耦合波方程

在SFPM过程中, 振动Raman效应的分子能级跃迁可用两能级系统来描述。用量子力学密度矩阵处理共振两能级系统, 用Maxwell波动方程描述光场的传播与耦合, 可得一组描写受激四光子相互作用的半经典方程

$$\frac{\partial^2 \langle q \rangle}{\partial t^2} + \frac{2}{T_2} \frac{\partial \langle q \rangle}{\partial t} + \omega_0^2 \langle q \rangle = \frac{\omega_0 q_{ab}^2}{\hbar} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right) \mathbf{E} \mathbf{E} (1 - 2n) \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{T_1} (n - \bar{n}) = \frac{1}{2\hbar\omega_0} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right) \mathbf{E} \mathbf{E} \frac{\partial \langle q \rangle}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\mu^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \frac{\mu\gamma}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}^{NL} \quad (3)$$

$$\mathbf{P}^{NL} = N \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right) \langle q \rangle \mathbf{E} + \mathbf{P}^{NR} \quad (4)$$

式中 $\langle q \rangle$ 是介质中分子振动的平均位移; q_{ab} 是跃迁矩阵元; ω_0 是Raman能级的频率间隔; $\frac{\partial \alpha}{\partial q}$ 是Raman极化率; n 和 \bar{n} 分别是四

光子相互作用期间和热平衡条件下 Raman 上能级的分子布居几率; N 是分子密度; T_1 与 T_2 分别是分子的纵向和横向弛豫时间。 P^{NL} 是非线性极化强度, 它由共振项 $N\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)\langle q\rangle E$ 和非共振项 P_{NR} 所组成。对凝聚物质来说, 局部场修正已包含在 Raman 极化率中。在下面的分析中, 我们把 $\frac{\partial\alpha}{\partial q}$ 看作标量, 这样与泵浦光偏振方向垂直的 S 与 AS 光分量将不包括在计算表示中。

一般来说, 强光作用下光纤的非线性极化不影响光纤内部的传播模结构, 弱波导光纤中的总光场可表示成线偏振本征模的迭加^[6]。假设泵浦光形成两个传播模(用角标 1, 2 表示), S 光和 AS 光各自形成一个传播模(用角标 s, a 表示)。选用圆柱坐标系, 取光纤轴向与坐标 z 轴方向一致, 作上述方程组的试解:

$$E = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\psi_1 F_1}{N_1} \exp[i(\beta_1 z - \omega_1 t)] + \frac{\psi_2 F_2}{N_2} \exp[i(\beta_2 z - \omega_2 t)] + \frac{\psi_s F_s}{N_s} \exp[i(\beta_s z - \omega_s t)] + \frac{\psi_a F_a}{N_a} \exp[i(\beta_a z - \omega_a t)] \right\} + c. c.$$

$$\frac{\partial Q_{1,2}}{\partial t} + \frac{i}{2\omega_v} (\omega_0^2 - \omega_v^2 - i \frac{2\omega_v}{T_2}) Q_{1,2} = \frac{\omega_0 g_{ab}^2}{2\hbar} \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q} \right) (1 - 2n)$$

$$\times \left[\frac{F_{1,2} F_s^*}{N_{1,2} N_s} + \frac{F_a F_{2,1}^*}{N_a N_{2,1}} \exp(-i\Delta\beta z) \right] \quad (6)$$

$$\frac{\psi_s}{N_s} \frac{\partial F_s}{\partial z} + \frac{r_s \psi_s}{2n_s N_s} F_s = i \frac{2\pi\omega_s^2}{c^2 \beta_s} \left\{ \frac{1}{2} N \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q} \right) \left[\frac{\psi_1}{N_1} F_1 Q_1^* + \frac{\psi_2}{N_2} F_2 Q_2^* \right] \right.$$

$$+ \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, -\omega_1, \omega_s) \psi_1 \psi_1 \psi_s \frac{F_1 F_1^* F_s}{N_1 N_1 N_s}$$

$$+ \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_s; \omega_2, -\omega_2, \omega_s) \psi_2 \psi_2 \psi_s \frac{F_2 F_2^* F_s}{N_2 N_2 N_s}$$

$$\left. + 2 \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, \omega_2, -\omega_0) \psi_1 \psi_2 \psi_a \frac{F_1 F_2 F_a^*}{N_1 N_2 N_a} \exp(-i\Delta\beta z) \right\} \quad (7)$$

$$\frac{\psi_a}{N_a} \frac{\partial F_a}{\partial z} + \frac{r_a \psi_a}{2n_a N_a} F_a = i \frac{2\pi\omega_a^2}{c^2 \beta_a} \left\{ \frac{1}{2} N \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q} \right) \left[\frac{\psi_1}{N_1} F_1 Q_2 \exp(-i\Delta\beta z) \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\psi_2}{N_2} F_2 Q_1 \exp(-i\Delta\beta z) \right\}$$

$$\langle q \rangle = \frac{1}{2} \{ Q_1 \exp[i(\beta_{01} z - \omega_0 t)] + Q_2 \exp[i(\beta_{02} z - \omega_0 t)] \} + c. c.$$

$$P^{NL} = \frac{1}{2} \{ P_1^{NL} \exp[i(\beta_{12} z - \omega_1 t)] + P_2^{NL} \exp[i(\beta_{22} z - \omega_2 t)] + P_s^{NL} \exp[i(\beta_s z - \omega_s t)] + P_a^{NL} \exp[i(\beta_a z - \omega_a t)] \} + c. c.$$

式中 F_i 直接与传播功率 P_i 成正比:

$$|F_i|^2 = P_i$$

$$N_i^2 = \frac{cn_i}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty \psi_i^2(r, \theta) r dr,$$

$\psi_i(r, \theta)$ 是模场横向振幅分布, $n_i = \beta_i / k_{i0}$ 是光纤等效折射率。 Q_1 、 Q_2 是分子振动波在本征模 1、2 中的振幅, β_{01} 和 β_{02} 是它们的传播常数, ω_0 是振动频率。与 Raman 能级准确共振时 $\omega_0 = \omega_0$ 。不失一般性, 我们取

$$\omega_0 = \omega_{1,2} - \omega_s, \quad \beta_{01} = \beta_1 - \beta_s,$$

$$\beta_{02} = \beta_2 - \beta_s \quad (5)$$

把试解代入方程组, 考虑到 $P_{NR} = \alpha_{NR}^{(3)} EEE$, 计及与泵浦光同偏振方向的分量, 利用慢变化包络近似

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \ll \beta \frac{\partial F}{\partial z},$$

并在方程两边选择同频率的项, 得到

$$\begin{aligned}
& + \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_0; \omega_1, -\omega_1, \omega_0) \psi_1 \psi_1 \psi_0 \frac{F_1 F_1^* F_0}{N_1 N_1 N_0} \\
& + \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_0; \omega_2, -\omega_2, \omega_0) \psi_2 \psi_2 \psi_0 \frac{F_2 F_2^* F_0}{N_2 N_2 N_0} \\
& + 2 \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_0; \omega_1, \omega_2, -\omega_2) \psi_1 \psi_2 \psi_0 \frac{F_1 F_2 F_0^*}{N_1 N_2 N_0} \exp(-i\Delta\beta z) \} \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\psi_{1,2}}{N_{1,2}} \frac{\partial F_{1,2}}{\partial z} + \frac{r_{1,2} \psi_{1,2}}{2n_{1,2} N_{1,2}} F_{1,2} = & i \frac{2\pi\omega_{1,2}^2}{c^2 \beta_{1,2}} \left\{ \frac{1}{2} N \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right) \right. \\
& \times \left[\frac{\psi_s}{N_s} F_s Q_{1,2} + \frac{\psi_a}{N_a} F_a Q_{2,1}^* \exp(i\Delta\beta z) \right] \\
& + \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_{1,2}; \omega_s - \omega_s, \omega_{1,2}) \psi_s \psi_s \psi_{1,2} \frac{F_s F_s^* F_{1,2}}{N_s N_s N_{1,2}} \\
& + \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_{1,2}; \omega_0, -\omega_0, \omega_{1,2}) \psi_0 \psi_0 \psi_{1,2} \frac{F_0 F_0^* F_{1,2}}{N_0 N_0 N_{1,2}} \\
& + \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_{1,2}; \omega_{1,1}, -\omega_{1,1}, \omega_{1,2}) \psi_{1,1} \psi_{1,1} \psi_{1,2} \frac{F_{1,1} F_{1,1}^* F_{1,2}}{N_{1,1} N_{1,1} N_{1,2}} \\
& + \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_{1,2}; \omega_2, -\omega_2, \omega_{1,2}) \psi_2 \psi_2 \psi_{1,2} \frac{F_2 F_2^* F_{1,2}}{N_2 N_2 N_{1,2}} \\
& + 2 \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_{1,2}; \omega_s, \omega_0, -\omega_{2,1}) \psi_s \psi_0 \psi_{2,1} \\
& \times \left. \frac{F_s F_0 F_{2,1}^*}{N_s N_0 N_{2,1}} \exp(i\Delta\beta z) \right\} \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{T_1} (n - \bar{n}) = & -i \frac{\omega_0}{8\hbar\omega_0} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right) \left\{ Q_1 \left[\frac{F_1^* F_s}{N_1 N_s} + \frac{F_2 F_a^*}{N_2 N_a} \exp(-i\Delta\beta z) \right] \right. \\
& \left. + Q_2 \left[\frac{F_2^* F_s}{N_2 N_s} + \frac{F_1 F_a^*}{N_1 N_a} \exp(-i\Delta\beta z) \right] - c. c. \right\} \quad (10)
\end{aligned}$$

上述推导过程中用了关系式

$$\omega_a = \omega_{1,2} + \omega_0,$$

$$\Delta\beta = \beta_s + \beta_a - \beta_1 - \beta_2$$

并略去了与 $F_s F_s^* F_s$ 和 $F_a F_a^* F_a$ 等有关的小量。

考虑到实验中泵浦光脉冲持续时间远大于 T_2 , 是准稳态过程, 满足

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \ll Q/T_2,$$

忽略方程(6)中的第一项后可直接得到 Q_1 和 Q_2 的表达式。近似取

$$q_{ab} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_0}} \quad [7],$$

再运用文献[8]导出的三阶非线性极化率的 Fourier 积分的形式解, Q_1 和 Q_2 可用 Stokes

Raman 散射三阶极化率的共振项 $\chi_s^{(3)'}$ 和 $\chi_s^{(3)''}$ 表示成

$$\begin{aligned}
Q_{1,2} = & (\chi_s^{(3)'} + i\chi_s^{(3)''}) \left[N \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right)^{-1} \right. \\
& \times \left. \left[\frac{\psi_{1,2} \psi_s F_{1,2} F_s^*}{N_{1,2} N_s} + \frac{\psi_{2,1} \psi_a F_{2,1}^* F_a}{N_{2,1} N_a} \right] \right. \\
& \left. \times \exp(i\Delta\beta z) \right] \quad (11)
\end{aligned}$$

把(11)式代入方程(7)~(9), 使用小信号近似的处理方法, 把泵浦光功率 P 看作常数, 取 $z=0$ 处的泵浦光初相位为零, 经计算得

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_s}{\partial z} + \frac{r_s}{2n_s} F_s = & ic_s \left[\chi_s^{(3)*} + \frac{6}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right] P F_s \\
& + i2c_1 \left[\chi_s^{(3)*} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right] \\
& \times P F_a^* e^{-i(\Delta\beta - 2\delta\beta)z} \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_a^*}{\partial z} + \frac{r_a}{2n_a} F_a^* = -i c_a \left[\chi_s^{(3)*} + \frac{6}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right] \approx \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)}$$

$$\times P F_a^* - i 2 c_2 \left[\chi_s^{(3)*} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right] \times P F_s e^{i(\Delta\beta - 2\delta)\beta z} \quad (13)$$

式中 $P = P_1 + P_2$

$$\chi_s^{(3)} = \chi_s^{(3)'} + i \chi_s^{(3)''}$$

$$C_s = \frac{16 \pi^2 \omega_s}{\mu_s c^2 n_s^2} \left[\langle s11s \rangle \frac{P_1}{P} + \langle s22s \rangle \frac{P_2}{P} \right]$$

$$C_a = \frac{16 \pi^2 \omega_a}{\mu_a c^2 n_a^2} \left[\langle a11a \rangle \frac{P_1}{P} + \langle a22a \rangle \frac{P_2}{P} \right]$$

$$C_{11} = \frac{16 \pi^2 \omega_1}{\mu_1 c^2 n_1^2} \langle s12a \rangle \frac{\sqrt{P_1 P_2}}{P}$$

$$C_{22} = \frac{16 \pi^2 \omega_2}{\mu_2 c^2 n_2^2} \langle a12s \rangle \frac{\sqrt{P_1 P_2}}{P}$$

$$\delta\beta = \frac{1}{2} (\delta\beta_1 + \delta\beta_2)$$

$$\delta\beta_1 = \left(\chi_s^{(3)'} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right) (C_{11} P_1 + C_{12} P_2)$$

$$\delta\beta_2 = \left(\chi_s^{(3)'} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right) (C_{21} P_1 + C_{22} P_2)$$

$$C_{11} = \frac{16 \pi^2 \omega_1}{\mu_1 c^2 n_1^2} \langle 1111 \rangle$$

$$C_{12} = \frac{16 \pi^2 \omega_1}{\mu_1 c^2 n_1^2} \langle 1221 \rangle$$

$$C_{21} = \frac{16 \pi^2 \omega_2}{\mu_2 c^2 n_2^2} \langle 2112 \rangle$$

$$C_{22} = \frac{16 \pi^2 \omega_2}{\mu_2 c^2 n_2^2} \langle 2222 \rangle$$

其中 $\langle mnop \rangle$ 定义为迭加积分, 它的值反映了几个相互耦合的传播模之间的重合程度。 $\delta\beta_1$ 、 $\delta\beta_2$ 是与泵浦光强度有关的 F_1 、 F_2 的附加传播常数。考虑到非共振极化率 $\chi_{NR}^{(3)}$ 的值依赖于不同的频率组合, 例如

$$\begin{aligned} \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, -\omega_1, \omega_s) \\ = \frac{6}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, -\omega_1, \omega_s) \\ \approx \frac{6}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi_{NR}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, \omega_1, -\omega_s) \\ = \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)}(-\omega_s; \omega_1, \omega_1, -\omega_s) \end{aligned}$$

因此在方程(12)、(13)中引入 $\tilde{\chi}_{NR}^{(3)}$ 代替 $\chi_{NR}^{(3)}$ 。

方程(12)和(13)就是描述光纤中 SFPM 的耦合波方程, 它包含了介质的 Raman 共振影响和光纤波导的传输特性。两方程等号右边第一项分别描述了自相位匹配的 Raman 过程的 Stokes 光的产生 ($\omega_{1,2} \rightarrow \omega_s + \omega_a$) 和 anti-Stokes 光的产生 ($\omega_{1,2} + \omega_a \rightarrow \omega_s$), 增益系数分别是 $c_s \chi_s^{(3)''} P$ 和 $-c_a \chi_s^{(3)''} P$ 。等号右边第二项都描述了 S 光与 AS 光的耦合 ($\omega_{1,2} + \omega_{1,2} \rightarrow \omega_s + \omega_a$)。与文献[6]中 Stolen 等人导出的耦合波方程比较, 这里导出的方程中的 S 光与 AS 光耦合项的系数多了一个“2”因子。从物理角度分析, 这个 2 因子的出现是合理的。它对定量比较 SRS 与 SFPM 的增益的大小具有重要影响, 有了它理论结果与实验现象相一致。

借助方程(11), 在准稳态 $\frac{\partial n}{\partial t} \ll n/T_1$ 情

况下由方程(10)可求得 Raman 上能级粒子数布居几率

$$\begin{aligned} n - \bar{n} = \frac{\omega_s T_1}{4 \hbar \omega_0 N} \chi_s^{(3)''} \left\{ P_1 P_s \left(\frac{\psi_1 \psi_s}{N_1 N_s} \right)^2 \right. \\ + P_1 P_a \left(\frac{\psi_1 \psi_a}{N_1 N_a} \right)^2 + P_2 P_s \left(\frac{\psi_2 \psi_s}{N_2 N_s} \right)^2 \\ + P_2 P_a \left(\frac{\psi_2 \psi_a}{N_2 N_a} \right)^2 + 4 \sqrt{P_1 P_2 P_s P_a} \\ \left. \times \frac{\psi_1 \psi_2 \psi_s \psi_a}{N_1 N_2 N_s N_a} \cos(\Delta\beta z + \Phi) \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

式中 $\Phi = \varphi_s + \varphi_a - \varphi_1 - \varphi_2$, φ_i 是 F_i 的初相位。值得注意得是 Raman 上能级的粒子数与 $\chi^{(3)}$ 的虚部成正比, 而虚部在 Raman 共振时具有最大值。(14)式表明, 布居几率 n 依赖于 SFPM 的具体模组合, 在共振 SFPM 的影响下 n 变得与相位失配量 $\Delta\beta$ 有关了。当 $\Delta\beta \neq 0$ 时, Raman 上能级的粒子数沿光纤轴向的分布是不均匀的, 呈周期性变化。当 $\Delta\beta = 0$ 时, 四光子间的初相位 Φ 的值对上能级的粒子数有重要影响, $\Phi = 2m\pi$ 时粒子数布居几率最大。

三、光纤中 SFPM 的 S 光与 AS 光的增益

研究 SFPM 的增益需要求解耦合波方程(12)和(13)。作代换

$$F_s = G_s e^{i\delta\beta z}$$

$$\delta\beta_s = C_s \left[\chi_s^{(3)'} + \frac{6}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right] P$$

$$F_a^* = G_a^* e^{-i\delta\beta_a z}$$

$$\delta\beta_a = C_a \left[\chi_s^{(3)'} + \frac{6}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right] P$$

可得 G_s 和 G_a^* 满足的耦合波方程。作试解

$$G_s(z) = G_s(0) (Ae^{\alpha_1 z} + Be^{\alpha_2 z}) e^{-\frac{i}{2}\Delta kz}$$

$$G_a^*(z) = G_a^*(0) (Ce^{\alpha_1 z} + De^{\alpha_2 z}) e^{\frac{i}{2}\Delta kz}$$

式中 A 、 B 、 C 和 D 是常系数, 它们可由耦合波方程和初始条件

$$G_s(z=0) = G_{s0},$$

$$G_a^*(z=0) = G_{a0}^*$$

求得。 $\Delta k = \Delta\beta - 2\delta\beta + \delta\beta_s + \delta\beta_a$ 。

经计算

$$G_s(z) = \frac{\exp\left(-\frac{i}{2}\Delta kz\right)}{\alpha_1 - \alpha_2} \left\{ G_{s0} (\alpha_1 e^{\alpha_2 z} - \alpha_2 e^{\alpha_1 z}) + \left(G_{a0}^* \xi_{sa} + \frac{i}{2} \Delta k G_{s0} \right) \times (e^{\alpha_1 z} - e^{\alpha_2 z}) \right\} + \frac{\exp\left(-\frac{i}{2}\Delta kz\right)}{\alpha_1 - \alpha_2} \times C_s \chi_s^{(3)'} P G_{s0} (e^{\alpha_1 z} - e^{\alpha_2 z}) \quad (15)$$

$$G_a(z) = \frac{\exp\left(\frac{i}{2}\Delta kz\right)}{\alpha_1 - \alpha_2} \left\{ G_{a0}^* (\alpha_1 e^{\alpha_2 z} - \alpha_2 e^{\alpha_1 z}) + \left(G_{s0} \xi_{as} - \frac{i}{2} \Delta k G_{a0}^* \right) (e^{\alpha_1 z} - e^{\alpha_2 z}) \right\} + \frac{\exp\left(\frac{i}{2}\Delta kz\right)}{\alpha_1 - \alpha_2} (-C_a \chi_s^{(3)'} P) G_{a0}^* \times (e^{\alpha_1 z} - e^{\alpha_2 z}) \quad (16)$$

式中 $\xi_{sa} = i2C_2 \left[\chi_s^{(3)*} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right] P$

$$\xi_{as} = -i2C_2 \left[\chi_s^{(3)*} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right] P$$

复增益系数为

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{2} (C_s - C_a) \chi_s^{(3)'} P \pm \frac{1}{2} \left\{ 16 C_1 C_2 P^2 \left[\chi_s^{(3)*} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right]^2 + [(C_s + C_a) \chi_s^{(3)'} P + i\Delta k]^2 \right\}^{1/2} \quad (17)$$

$|G_s(z)|^2 = |F_s(z)|^2 = P_s$ 。对比方程(15)与(16)的等号右边第二项, 它们的符号相反。这是由于 S 光与 AS 光的增益系数反号。这个结果表明, 介质的 Raman 增益使得 SFPM 的 S 光增强, AS 光减弱。仅当频移量很大, $\chi_s^{(3)'} \approx 0$ 时, $|G_s|^2$ 与 $|G_a^*|^2$ 才有可能相等。这个结果自然而又严格地解释了小频移情况下 S 光强度大于 AS 光强度的实验现象。

3.1 Raman 共振的 SFPM 的增益

(17)式表明, 复增益指数 α 的实部与虚部的值依赖于 C_i , 而 C_i 的值又取决于具体模组合的迭加积分。因此, 对 SFPM 的增益的研究必须针对具体的模组合来进行。若用弱波导光纤线偏振模的 Bessel 函数来严格计算迭加积分甚为困难, 我们用圆柱激光谐振腔的振荡模式^[9]作为光纤线偏振模的一阶近似, 求得了各种模组合的迭加积分。

Raman 共振时, $\tilde{\chi}_{NR}^{(3)}$ 可忽略不计。分两种情况讨论。

3.1.1 相位匹配 $\Delta k = 0$

根据频移量 $\Delta\nu$ 的测量值计算复增益系数 α 的值。例如 $LP_{01} \sim LP_{31}$ 模组合的频移量 $\Delta\nu \approx 300 \text{ cm}^{-1}$, 考虑 $T_2 = 10^{-12} \text{ s}$, 得 $\chi_s^{(3)'} / \chi_s^{(3)''} \approx 38$, 设 $P_1 = P_2$, 得到

$$\text{Re}\{\alpha_{1,2}\} \approx \pm 17 C_s \chi_s^{(3)'} P,$$

比纯 Raman S 光的增益系数大得多。把 $\alpha_{1,2}$ 值代入方程(15)和(16), 在 $|\alpha z| \gg 1$ 的条件下取 $G_{s0} = G_{a0}^*$, 可得 AS 光与 S 光的强度比

$$\frac{I_a}{I_s} = \frac{G_a G_a^*}{G_s G_s^*} = 0.81$$

表 1 列出了小频移 SFPM 的几种模组

表1 SFPM 中几种相位匹配的模组合的频移测量值 $\Delta\nu$, 理论值 $\text{Re}\{\alpha_{1,2}\}$ 和 I_a/I_s

S-AS 模斑对	11-01	31-21	21-11	21-01	02-01	31-01
$\Delta\nu$ (cm ⁻¹)	159	169	190	248	271	300
$\text{Re}\{\alpha_{1,2}\}$	$\pm 80C_s\chi_s^{(3)''}P$	$\pm 79C_s\chi_s^{(3)''}P$	$\pm 28C_s\chi_s^{(3)''}P$	$\pm 38C_s\chi_s^{(3)''}P$	$\pm 38C_s\chi_s^{(3)''}P$	$\pm 17C_s\chi_s^{(3)''}P$
I_a/I_s	0.96	0.95	0.88	0.91	0.91	0.81

合的增益系数值和 AS 光与 S 光的强度比。数据表明,在相位匹配条件下 S 光与 AS 光的增益都大于 Raman S 光的增益,虽然 AS 光强度小于 S 光强度,但两者相差不是很大,这是由于小频移情况下 $\chi_s^{(3)'}$ 大于 $\chi_s^{(3)''}$, C_1 小于 C_s, C_a 与 C_s 比较接近的缘故。表中数据与实验现象相符合。

3.1.2 相位严重失配

$$\Delta k \gg 4C_1 \left[\chi_s^{(3)'} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right] P$$

把(17)式展开,可近似得到

$$\alpha_{1,2} = \pm \frac{i}{2} \Delta k \pm \begin{cases} C_s \chi_s^{(3)''} P \\ -C_a \chi_s^{(3)''} P \end{cases} \quad (18)$$

把它代入(15)和(16)式,对各种模组合的 S 光和 AS 光都有

$$G_s(z) = G_s(0) e^{C_s \chi_s^{(3)''} P z} + i \frac{C_1 \chi_s^{(3)'} P}{\Delta k} G_a^*(0) e^{C_s \chi_s^{(3)''} P z} \quad (19)$$

$$G_a^*(z) = G_a^*(0) e^{-C_a \chi_s^{(3)''} P z} - i \frac{C_2 \chi_s^{(3)'} P}{\Delta k} G_s(0) e^{C_s \chi_s^{(3)''} P z} \quad (20)$$

由此可见,经长距离传播后,AS 光远小于 S 光。两者之比是

$$\frac{I_a}{I_s} \approx \left(\frac{C_2 |\chi_s^{(3)'}| P}{\Delta k} \right)^2$$

相位失配越严重,AS 光比 S 光弱得越多。当相位失配严重以致于(19)、(20)两式右边第二项都可忽略不计时,S 光就以 Raman 增益获得增长,AS 光以负 Raman 增益不断衰减。所以要在实验上清晰地观察到 S-AS 模斑对,必须使 SFPM 过程满足相位匹配条件。

3.2 非 Raman 共振的 SFPM 的增益

对某些相位匹配的模组合, SFPM 的频移量很大,位于介质的 Raman 增益带宽之

外,这时所有频率组合远离 Raman 共振频率, $\chi_s^{(3)''} \approx 0$ 。系数 C_s 与 C_a 的差别对 α 的影响随之消失。泵浦光注入光纤时, S 光和 AS 光的初始条件分别为 $G_s(0) = 0$ 和 $G_a^*(0) = 0$ 。相位匹配时 S 光和 AS 光具有最大增益。通过(15)、(16)和(17)式可以求得它们的强度

$$I_s(z) = I_{an} \sinh^2 \left[2C_1 \left(\chi_s^{(3)'} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right) P z \right]$$

$$I_a(z) = I_{sn} \sinh^2 \left[2C_2 \left(\chi_s^{(3)'} + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{NR}^{(3)} \right) P z \right]$$

式中 I_{an} 和 I_{sn} 分别是 AS 光和 S 光的量子噪声强度。这时 S 光与 AS 光的强度基本相同。

四、讨 论

按照我们的处理,光纤中的 SRS 仅是 Raman 共振 SFPM 的特殊情况。与 SRS 的增益相比, SFPM 的增益要大得多。但是 SFPM 的增益对相位匹配很敏感,而且光纤的芯径、折射率分布等沿长度方向不可避免地存在非均匀性,导致 SFPM 过程的相位失配。因而,光纤中的 SFPM 通常比 SRS 更难在实验上观察到。

必须指出,本文为了得到易于分析的解析结果,曾假设 SFPM 过程中泵浦光形成两个传播模, S 和 AS 光各自形成一个传播模,计算 C_i 时又假设泵浦光功率等量地分配在两个模中。这两个假设在实际过程中并不严格成立,因为在实验中我们很难控制泵浦光在光纤中激发的传播模数目和功率在这些模

(下转第 42 页)

$$\begin{aligned}
 &+ E_1 E_3 \cos[4\pi f t - 2\phi_0 + (\varphi_1 - \varphi_3)] \\
 &+ E_4 E_2 \cos[4\pi f t - 2\phi_0 + (\varphi_2 - \varphi_4)]
 \end{aligned}
 \quad (15)$$

式中 $\phi_a = \frac{l}{c} \Delta n \omega_a$, $\phi_0 = \frac{2\pi f}{c} (n_a l + n_0 r)$, r 是除 l 外的光程。(15)式可合并为三项

$$\begin{aligned}
 &I_1 \cos(2\pi f t - \phi_a + \phi') \\
 &+ I_2 \cos(2\pi f t + \phi_a + \phi'') \\
 &+ I_3 \cos(4\pi f t + \phi''')
 \end{aligned}$$

式中 $I_2, I_3 \ll I_1$, ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 是 E_i, ϕ_i 及 ϕ_0 的函数, 与激光器工作状态及光路安排有关。当仪器处于某一稳定工作状态时 ϕ', ϕ'' 和 ϕ''' 可认为是常数, 式中后两项是由光频边带引起的。如果我们用拍频基频相敏检波方法, 测量到的将是

$$\begin{aligned}
 I \cos(2\pi f t + \Phi) &= I_1 \cos(2\pi f t - \phi_a + \phi') \\
 &+ I_2 \cos(2\pi f t + \phi_a + \phi'')
 \end{aligned}$$

(上接第 36 页)

中的分配。所幸的是, 尽管如此, 前述计算结果可半定量地解释 SFPM 的强度方面的实验现象。

参 考 文 献

- 1 Stolen R H *et al. Appl. Phys. Lett.*, 1974; **24**(7): 308
- 2 Stolen R H *et al. IEEE J. Quant. Electr.*, 1975; QE-11:100
- 3 Lin Choinlon *et al. Appl. Phys. Lett.*, 1981;

(上接第 46 页)

定。由式(26)、(27), 光声信号应修改为:

$$\begin{aligned}
 H_{1,-1} &= H_{1,1} \sim P^2(\nu) g(\nu) \\
 &\times [1 + 2f(t) + f^2(t)] \\
 H_s &\sim P(\nu) g_G(\nu) [1 + f(t)]
 \end{aligned}$$

因为 $f(t)$ 是随机的, 所以功率的不稳定以噪声的形式出现。调谐特性直接影响光声谱线形状。消除这种影响的方法是将信号对光强归一化, 归一化后的结果为:

$$H_{1\pm 1} \Big|_{\text{归一化}} = \frac{H_{1\pm 1}}{I^2} \sim g(\nu) \quad (30)$$

的相位 Φ , 欲求 ϕ_a 就必须进行校正。然而由于 I_1, I_2, ϕ', ϕ'' 随工作条件而变化, 这就使得准确测量变得更为困难了, 如果忽略边带的影响将导致测量结果的不准确与不稳定。

值得提出的是: 根据选择定则来分析, 纵向塞曼激光中没有 FWM 效应, 相应的拍频波形畸变很小, 这大有利于拍频相位的测量。

参 考 文 献

- 1 巴恩旭, 杨性愉, 沈寿春. 物理学报, 1984; **33**(4): 496
- 2 王楚, 吴义芳, 沈伯弘. 北京大学学报 1987; No. 51: 103
- 3 Gudelev V G, Yasinkil V M. *Sov. J. Quant. Electr.*, 1982; **12**(7): 904
- 4 Zheng Leming, Wang Chu, Wu Yifang. *Opt. Commun.*, 1986; **59**(4): 293
- 5 金浩然, 王庆吉, 郑乐民, 物理学报, 1987; **36**(1): 78

38(7): 479

- 4 Hiu K O. *Appl. Opt.*, 1981; **20**(6): 1075
- 5 Dianov E M. *Sov. Phys. JETP*, 1982; **56**(1): 21
- 6 Stolen R H. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1982 QE-18: 1062
- 7 Glordmaine J A. *Phys. Rev.*, 1966; **144**(2): 676;
- 8 Penzkofer A *et al. Prog. Quant. Electr.*; **6**: 55
- 9 Kogelnik H *et al. Appl. Opt.*, 1966; **5**(10): 1550
- 10 Yariv A, Pearson J E. in "Progress in Optics", Sanders J H, Stevens K W H, Pergamon, New York, 1969

$$H_s \Big|_{\text{归一化}} = \frac{H_s}{I} \sim g_G(\nu) \quad (31)$$

这种方法可以消除激光器调谐特性和功率慢漂移的影响。由于我们的课题还处于初级阶段, 实验装置不完善, 以上所测结果都没有归一化。

参 考 文 献

- 1 *Appl. Opt.*, 1976; **15**: 1506
- 2 *Opt. Commun.*, 1979; **30**(3): 345
- 3 *Opt. Commun.* 1979; **31**(1): 25
- 4 A 亚里夫著. 量子电子学, 刘颂豪等译
- 5 *Opt. Commun.*, 1979; **30**(3): 351