

# 微型自由电子激光——电扭摆器

宋 燠

(中国科学院高能物理研究所)

**提要:** 本文利用铁电晶体自发极化产生的强大周期性表面势, 首次提出新的自由电子激光原理。据此原理, 可以设计小型、廉价、高效率、高频率自由电子激光器, 它在技术上是可能实现的。

## A miniature free electron laser——electric undulator

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

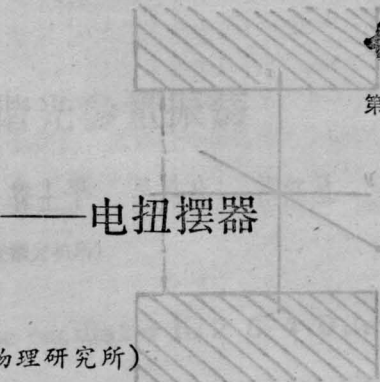
**Abstract:** A new principle for free electron lasers is proposed for the first time by using very strong surface periodic potential caused by the spontaneous polarization of ferroelectric single crystals. According to this principle, a miniature, inexpensive and effective free electron laser at high frequency may be designed. It is feasible in technology.

### 一、引言

传统的自由电子激光是让电子束和激光束通过 Wiggler 磁铁产生的扭摆磁场而获得的。铁电晶体单晶表面上由自发极化产生的周期性电场, 比一般晶体的强得多<sup>[2][3]</sup>, 而且具有量程长的特点, 因此它是上述周期性电场的最佳候选者, 设想可以利用它做自由电子激光器的摆动器(Wiggler)。

### 二、微型电摆荡器

人们早就观察到铁电单晶表面的强大周期性电场存在的迹象<sup>[1]</sup>, 在理论上进行过研究<sup>[2]</sup>, 它的形式如下<sup>[2]</sup>:



$$E_z = -\frac{F}{w} \sum_{i=0}^{\infty} C_i^{-1} \cos\left(C_i \frac{z}{w}\right) \exp\left(-C_i \frac{x}{w}\right) \quad (1)$$

$$E_x = \frac{F}{w} \sum_{i=0}^{\infty} C_i^{-1} \sin\left(C_i \frac{z}{w}\right) \exp\left(-C_i \frac{x}{w}\right) \quad (2)$$

$$F = 16\pi P_s w [1 + (\epsilon_a \epsilon_c)^{\frac{1}{2}}]^{-1} \quad (3)$$

$$C_i = (2i+1)\pi \quad (4)$$

式中  $P_s$  是自发极化度,  $\epsilon_a$ 、 $\epsilon_c$  为晶体沿着  $z$  方向和  $x$  方向的介电常数,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为三个晶轴方向, 极化晶面为  $a$ 、 $b$  面。  $P_s$ 、 $\epsilon_a$ 、 $\epsilon_c$ 、 $w$  是和材料有关常数。比如  $\text{LiNbO}_3$  这些量为  $\epsilon_a = 82$ ,  $\epsilon_c = 29$ ,  $P_s = 71 \mu\text{Ccm}^{-2}$ ,  $w = 0.2 \text{ cm}$ <sup>[3]</sup>。由于  $\text{LiNbO}_3$  的居里点高达  $1200^\circ\text{C}$ , 所以在室温下, 这些参量近于常数。

收稿日期: 1986年9月1日。

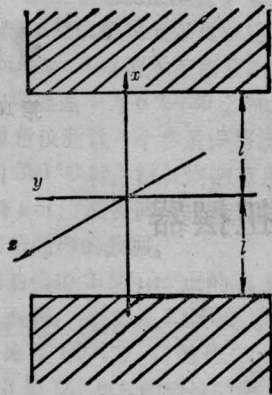


图 1

斜线部分为铁电体单晶  $x$ 轴: 晶轴  $c$   $y$ 轴: 晶轴  $b$   
 $z$ 轴: 晶轴  $a$ , 束流, 激光方向

选两块相同的  $\text{LiNbO}_3$  铁电单晶体, 极化晶面和晶轴  $c$  方向垂直, 彼此相距  $2l$ , 对称放置。电子束流和激光束都沿  $z$  轴方向 ( $a$  轴) 前进, 如图 1 所示。这样的周期性的单晶表面电场使电子颤动的作用和由磁铁本身的 Wiggler 类似。设入射激光为平面偏振光, 偏振面为  $x, z$  平面:

$$\mathbf{E}_s = E_{s0} \sin\left(\omega \left(t - \frac{z}{c}\right) + \phi\right) \mathbf{i} \quad (5)$$

为简单起见, 略去表面电场的重叠部分, 即在对称面两侧, 分别只有一个晶面表面电场起作用。由 Lorentz 方程得

$$mc \frac{d(\gamma\beta_z)}{dt} = e(E_x + E_s(1 - \beta_z)) \simeq eE_x \quad (6)$$

上式假定了  $E_x \gg E_s(1 - \beta_z)$ 。由 (2)、(6) 式得到

$$V_x = -\frac{eF}{m\alpha_z\gamma} \sum_{i=0}^{\infty} C_i^{-2} \cos\left(C_i \frac{z}{w}\right) \times \exp\left(-C_i \frac{x}{w}\right) \quad (7)$$

能量方程为

$$me^2 \frac{d\gamma}{dt} = eV_x(E_x + E_s) + ev_z \cdot E_x \quad (8)$$

即

$$\frac{d\gamma}{dz} = -\frac{e^2 F}{2m^2 C^4 \beta_z^2 \gamma} \times \left\{ E_{s0} \sum_{i=0}^{\infty} C_i^{-2} \left[ \sin\left(\omega \frac{z}{\beta_z C} (1 - \beta_z)\right) \right. \right.$$

$$\left. -\frac{C_i z}{w} + \phi\right) + \sin\left(\omega \frac{z}{\beta_z C} (1 - \beta_z) + \frac{C_i z}{w} + \phi\right) \left. \right\} \exp\left(-\frac{C_i x}{w}\right) + \frac{F}{w} \sum_{i,j=0}^{\infty} C_i^{-1} C_j^{-1} \sin\left((C_i + C_j) \frac{z}{w}\right) \times \exp\left(-\frac{(C_i + C_j) x}{w}\right) + \frac{F}{w} \sum_{i \neq j}^{\infty} C_i^{-2} C_j^{-1} \sin\left((C_i - C_j) \frac{z}{w}\right) \times \exp\left(-\frac{(C_i + C_j) x}{w}\right) \left. \right\} - \frac{eF}{mC^2 w} \sum_{i=0}^{\infty} C_i^{-1} \cos\left(C_i \frac{z}{w}\right) \times \exp\left(-C_i \frac{x}{w}\right) \quad (9)$$

在这里已取  $\beta_z C t = z$  近似, 即高能下  $v_z$  的变化在上式中影响可忽略。由于  $\omega > 0$ ,  $C_i > 0$ , 不管  $\omega$  和  $i$  取什么值, 除第一项外, 其余各项都不可能化成和  $z$  无关形式, 都是高频振动项, 对  $t$  或  $z$  平均后为 0。它们会产生自发辐射, 但对受激辐射无贡献。略去其余项, 仅保留第一项, (9) 式成为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\gamma}{dz} &= -\frac{e^2 F E_{s0}}{2m^2 C^4 \beta_z^2 \gamma} \sum_{i=0}^{\infty} C_i^{-2} \sin(\omega - \omega_i) \\ &\times \frac{1 - \beta_z}{\beta_z C} z + \phi \exp\left(-\frac{C_i x}{w}\right) \\ \omega_i &= \frac{C_i \beta_z C}{w(1 - \beta_z)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

当入射光频率  $\omega$  满足共振条件

$$\omega = \omega_i \quad (11)$$

时,  $\frac{d\gamma}{dz}$  近似正比于  $\sin \phi$ , 将使电子不断得到能量或失去能量。从 (10) 式看到, 对于同一能量电子束, 存在一系列本征频率  $\omega_i$ , 它们和表面势的不同富氏分量相对应。当入射激光为单色光时, 则 (10) 式中只可能有一项产生受激辐射。若入射光为连续谱, 则许多频率受激辐射皆可同时激发。从 (4) 式知  $C_i^{-2}$  系数比值为

$$1: \frac{1}{9}: \frac{1}{25}: \frac{1}{49}: \dots \quad (12)$$

再加上  $\exp\left(-C_i \frac{x}{w}\right)$  因子亦随  $i$  增加而迅速下降, 所以占绝对优势的还是  $i=0$  一项。

### 三、波和电子相互作用

设入射激光为单色的, 即只有一个本征频率  $\omega_j$  被激发。

和文献[4]类似, 可以证明电子与激光位相差  $\psi_j$  满足微分方程

$$\frac{d\psi_j}{dz} = \frac{C_j}{w} - \frac{\omega}{C} \left( \frac{1}{\beta_z} - 1 \right) - \frac{\omega}{C} \frac{1}{2} \left( \frac{V_e}{V_z} \right)^2 \quad (13)$$

把(7)式代入得

$$\frac{d\psi_j}{dz} = \frac{C_j}{w} - \frac{\omega}{C} \frac{1}{2\gamma^2} (1 + a_{w0}^2) \quad (14)$$

$a_{w0}$  见(18)式。在(13)式中略去了  $\left(\frac{V_e}{V_z}\right)^2$  项。

积分得

$$\begin{aligned} \psi_j &= \frac{C_j}{w} z - \frac{\omega z}{\beta_z C} (1 - \beta_z) - \phi + \pi \\ &= \frac{C_j}{w} z - \omega \left( t - \frac{z}{C} \right) - \phi + \pi \end{aligned} \quad (15)$$

(15)式和(10)式一致。(11)式即共振条件

$$\frac{d\psi_j}{dz} = 0 \quad (16)$$

当(16)式满足,  $\psi_j = \psi_{jr}$ ,  $\omega = \omega_j$ ,  $\psi_{jr} = \phi$ 。我们研究的是  $\omega$  在  $\omega_j$  附近变化的情形。(10)式中除第  $j$  项外, 皆不重要。由此得

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dz} &= -\frac{e^2 F E_{s0}}{2m^2 C^4 \beta_z^2 \gamma} C_j^{-2} \\ &\times \exp\left(-C_j \frac{x}{w}\right) \sin \psi_j \end{aligned} \quad (17)$$

令

$$\begin{aligned} a_{wj} &= -\frac{eF}{mC^2 \beta_z^2} C_j^{-2} \exp\left(-C_j \frac{x}{w}\right) \\ a_s &= -\frac{eE_{s0}}{mC^2 k} \\ k &= \frac{\omega}{C} \end{aligned} \quad (18)$$

(17)式成为

$$\frac{d\gamma}{dz} = -\frac{ka_s a_{wj}}{2\gamma} \sin \psi_j \quad (19)$$

在第  $j$  共振能量  $\gamma_{jr}$  附近, 即

$$\gamma = \gamma_{jr} + \Delta\gamma_j, \quad \Delta\gamma_j \ll \gamma_{jr}$$

由(19)式得

$$\frac{d\Delta\gamma_j}{dz} = -\frac{ka_s a_{wj}}{2\gamma_{jr}} [\sin \psi_j - \sin \psi_{jr}] \quad (20)$$

由此可得第  $j$  本征频率的单摆方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\psi_j}{dz^2} &= -\Omega_{Lj}^2 (\sin \psi_j - \sin \psi_{jr}) \\ \Omega_{Lj} &= \frac{C_j}{w} \sqrt{2a_s a_{wj}} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Bounce 距离  $L_{Bj}$

$$L_{Bj} = \frac{2\pi}{\Omega_{Lj}} = \frac{\sqrt{2} \pi w}{C_j \sqrt{a_s a_{wj}}} \quad (22)$$

一个电子走过 Bounce 距离释放能量效率为

$$\eta_j = \left( \frac{\Delta\gamma_j}{\gamma_{jr}} \right)_L = \sqrt{\pi a_s \langle a_{wj} \rangle} \quad (23)$$

### 四、微型自由电子激光器的增益

在第二节中介绍了微型电子激光器的结构和束流方向以及  $\text{LiNbO}_3$  的参数。设电子束流在两晶面间均匀分布, 则把公式(17)~(23)对束流求平均, 得到类似的方程, 只不过把  $\Delta\gamma$ 、 $a_{wj}$  对束流平均值  $\langle \Delta\gamma \rangle$ 、 $\langle a_{wj} \rangle$  代替它们自己罢了。

$$\langle a_{wj} \rangle = -\frac{eFw}{mC^2 \beta_z^2 C_j^2 l} \left( 1 - \exp\left(-\frac{C_j l}{w}\right) \right) \quad (37)$$

令  $j=0$ ,  $l=w=0.2$  cm, 把  $\text{LiNbO}_3$  参数代入得

$$\frac{F}{w} = 6.5 \times 10^7 \text{ V/cm}$$

$\text{CO}_2$  激光参数:  $\lambda=10.6 \mu\text{m}$ , 功率  $=0.5 \times 10^8$  W 激光分布在直径为  $D=0.2$  cm 的圆面积上, 由此算得  $E_{s0} \sim 1.1 \times 10^6$  V/cm,  $a_s=0.36 \times 10^{-3}$ 。由表面势参数算出  $\langle a_{w0} \rangle = 0.78$ , 得到效率  $\eta_0=0.03$ , 相应的微型自由电子激光器

长度为  $L = \frac{1}{2} L_{B0} = 8.4$  cm。如果选取  $E_{s0} = 1.1 \times 10^7$  V/cm, 则

(下转第8页)



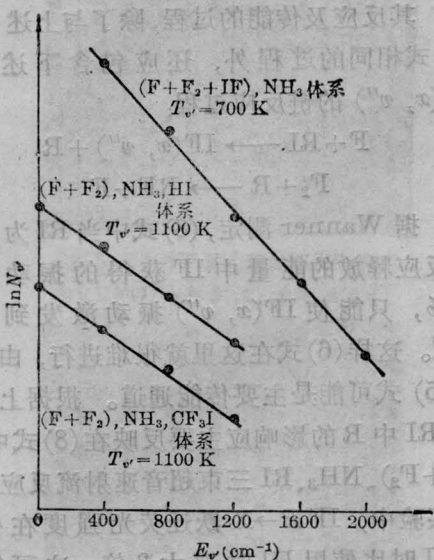


图5  $I_{v',v''}$  与  $E_{v'}$  的关系

应体系的振动温度  $T_{v'}=700\text{K}$ 。 $(F+F_2)$ 、 $(\text{NH}_3+\text{CF}_3\text{I})$  二束超音速射流反应体系的振动温度  $T_{v'}=1100\text{K}$ 。 $(F+F_2)$ 、 $\text{NH}_3$ 、 $\text{HI}$  三束超音速射流反应体系的振动温度  $T_{v'}=1100\text{K}$ 。

从以上  $T_{v'}$  的计算结果可以看出, 在燃烧室通入  $\text{CF}_3\text{I}$  的反应体系, 其  $T_{v'}$  值比在副喷管中通入  $\text{CF}_3\text{I}$  的反应体系要低约  $400\text{K}$ , 这对  $\text{IF}(B, v') \rightarrow X, v''$  跃迁达到部分反转可能是有利的。

由图5还可以看出, 以上三个反应体系的  $\text{IF}(B, v')$  在  $v'=0\sim 5$  范围内振动分布是 Boltzmann 分布。

(上接第11页)

$$\eta_0 = 0.095$$

$$L = 2.7\text{cm}$$

Stanford 实验的电子放能效率约为千分之几, 上述结果比它好。

由激光频率及共振条件可算出共振电子能量为  $7\text{MeV}$ 。若电子束峰值电流为  $10\text{A}$ , 由  $\eta_0$  值可算出  $E_{s0} = 1.1 \times 10^6\text{V/cm}$ , 激光产生自由电子激光功率为  $P = 2.1\text{MW}$ 。

### 3.4 $\text{IF}(B)$ 增益与 $\text{IF}$ 上下能级粒子数的关系

将有关数据代入激光增益系数  $\alpha$  公式, 可得:

$$\alpha = 3.2 \times 10^{-14} \Delta N,$$

$$\Delta N = \left( N' - N'' \frac{g'}{g''} \right)$$

也即当  $\Delta N = 3.1 \times 10^9\text{cm}^{-3}$  时,  $\alpha = 1 \times 10^{-4}\text{cm}^{-1}$ , 就有可能产生  $\text{IF}$  化学激光。本实验已证实  $\text{IF}(B)$  的粒子数密度可达到  $10^9\text{cm}^{-3}$ , 所以实现电子跃迁  $\text{IF}$  化学激光是有很大可能性的。

参加本实验工作的还有孙以珠、逢景科、闵祥德、李明盛等同志。

### 参 考 文 献

- 1 Davis S J, Hanko L. *Appl. Phys. Lett.*, 1980; **37**: 692
- 2 Davis S J et al. *J. Chem. Phys.*, 1985; **82**: 4831
- 3 De Young R J. *Appl. Phys. Lett.*, 1980; **37**: 690
- 4 Birks J W et al. *J. Mol. Spectrosc.*, 1975; **57**: 23
- 5 Valentini J et al. *Int. J. Chem. Kinet.*, 1976; **8**: 23
- 6 Clyne M A A et al. *J. Chem. Soc. Faraday Trans.*, 1972; **268**: 2124
- 7 Whitefield P D, Davis S J. *Chem. Phys. Lett.* 1981; **83**: 44
- 8 Coombe R D, Horne R K. *J. Phys. Chem.*, 1979; **83**: 2435
- 9 Zhuang Qi et al. *Chem. Phys. Lett.*, 1985; **115**: 65
- 10 Stein L, Wanner J. *J. Chem. Phys.*, 1980; **72**: 1128

### 参 考 文 献

- 1 Robertson G D Jr., Baily N A. *J. Appl. Phys.*, 1968; **39**(6) 2905
- 2 Hinazumi H, Hosoya M, Mitsui T. *J. Phys. D. Appl. Phys.*, 1973; **6**: L21
- 3 Нестеренко П С, Евсева Р Я, Турпик А В. *Известия Акад. Наук СССР, Серил Физическая*, 1983; **975**: 765
- 4 Marshall T C, *Free Electron Lasers*, Macmillan Publishing Company, New York, 1985