

圆管流的激光测速光学修正

李启恩

(华南工学院化工研究所)

提要: 提出一种精确计算圆管流激光测速光学修正方法, 对管壁及管内外介质均有相同折射率的理想情况作了计算, 最大误差为 1.86×10^{-11} 。应用本方法还可以预见测点位置的极限。

Optical correction of laser-Doppler-anemometry of cylindrical tube flow

Li Qien

(Institute of Chemical Engineering, South China Institute of Technology, Guangzhou)

Abstract: A calculating procedure for optical correction of LDA measurement of cylindrical tube flow is presented. The calculated deviation error is less than 1.86×10^{-11} in the ideal case of the tube filled with liquids having the same refractive index as the tube wall. This method can also be used to predict the position limit of the measured points.

一、引言

激光测速由于精度高而且不干扰流场而受到人们的重视。但是, 如同一切光学仪器一样, 管壁折光的影响必须加以考虑, 否则将导致严重的偏差。为了减少偏差, 可在圆管外面加一方形罩, 内注和方形罩及圆管折射率相同的液体。目前有关讨论激光测速折光影响的文章少, 且都作了一些简化假设^[1, 2], 有时将引起较大误差。本文利用几何光学原理, 不作任何简化假设得到圆管流折光影响光学修正精确的计算公式。对加方形罩和不加方形罩的数种情况作了计算, 并对无偏的

理想情况作了计算以检验本方法的正确性。所用圆管内径为 25.4 mm, 偏差最大为 1.86×10^{-11} , 证明此法具有极高的精度。在内径为 25.4 mm 的圆管中进行了水的轴向流速分布以及边界层的测量, 并用本方法进行校正, 发现修正后的光学偏差远较其它误差为小, 在进行流量验算时, 其误差在转子流量计的允许误差范围内。由于流体的边界层随湍流程度的加强而变薄, 所以光学修正尤属重要, 否则将导致较大偏差。例如当流量为 1000 升/hr 的时候, 未加修正的边界层厚度为 1.2 mm, 修正后的厚度为 0.956 mm, 误差可达 25%。

收稿日期: 1986年7月7日。

二、公式的导出

常见的激光测速可以分为测轴向流速、测径向流速和测切向流速三种。对二维测速来说(本文只限于二维),偏差有水平位置偏差、垂直位置偏差,还需进行速度校正,因为光的波长及光束夹角随不同介质而变。

下面我们分三种不同测速情况来导出光学修正公式

1. 测轴向流速时的光学修正

图1画出光束通过管外介质、管壁及管内流体的光路的侧视图和俯视图。

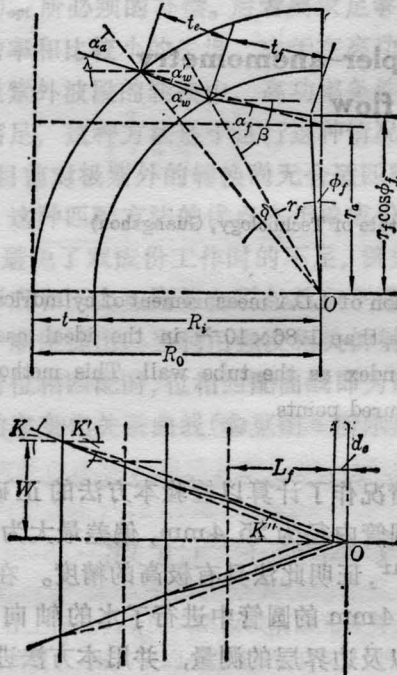


图1 测轴向流速时的光路图

我们假设激光光束的交点原来在圆管的中心上。我们要找出当光具坐标架向上移动时光点在流体中的位置偏移和速度偏差。对于位置偏移来说,这实际上就是要决定 d_o 和光点离水平直径的垂直距离和图中 r_o 之差。

首先,我们列出下列折射率之间的关系:

$$\alpha_a = \sin^{-1} \left(\frac{r_o}{R_o} \cos \lambda \right) \quad (1)$$

$$\alpha_w = \sin^{-1} \left(\frac{n_a}{n_w} \sin \alpha_a \right) \quad (2)$$

$$\alpha_w' = \sin^{-1} \left(\frac{R_o}{R_i} \sin \alpha_w \right) \quad (3)$$

$$\alpha_f = \sin^{-1} \left(\frac{n_w}{n_f} \sin \alpha_w' \right) \quad (4)$$

式中 r_o 为坐标架离中心的垂直位置; R_i 、 R_o 为管壁的内、外径; λ 为激光束在管外介质中的垂直夹角之半; α_a 为光束自管外介质射入管壁的入射角; α_w 为光束进入管壁的折射角; α_w' 为光束自管壁射入流体的入射角; α_f 为光束射入流体的折射角; n_a 、 n_w 、 n_f 为管外介质、管壁、管内介质的折射率。

此外,由正弦定律可得:

$$\frac{t_e}{\sin \delta} = \frac{R_i}{\sin \alpha_w} \quad (5)$$

$$\frac{t_e}{\cos \frac{\delta}{2}} = \frac{t}{\cos \left(\alpha_w' - \frac{\delta}{2} \right)} \quad (6)$$

式中 t_e 为光在管壁中的行程; t 为管壁厚度; δ 为由圆心向管壁入射点和出射点所连两条半径之间的夹角,由公式(6)、(5)可推出

$$\delta = \alpha_w' + \sin^{-1} \left(\frac{t \sin \alpha_w}{R_i} - \sin \alpha_w' \right) \quad (7)$$

将公式(7)代入公式(6)或(5)即可求出 t_e 。

此外,从俯视图可以得出下列诸关系:

$$K' = \sin^{-1} \left(\frac{n_a}{n_w} \sin K \right) \quad (8)$$

$$K'' = \sin^{-1} \left(\frac{n_w}{n_f} \sin K' \right) \quad (9)$$

$$w = R_i \operatorname{tg} K'' + t \operatorname{tg} K' \quad (10)$$

$$L_f = \frac{1}{\operatorname{tg} K''} \{ w - R_o [1 - \cos(\alpha_a + \lambda)] \operatorname{tg} K - t_e \cdot \cos(\alpha_a + \lambda - \alpha_w) \operatorname{tg} K' \} \quad (11)$$

$$t_f = \frac{L_f}{\cos(\beta - \alpha_f)} \quad (12)$$

其中

$$\beta = \alpha_a + \lambda + \delta \quad (13)$$

K 为激光束在管外介质中的水平夹角之半; K' 为光束进入管壁中的折射角; K'' 为光束自管壁进入流体中的折射角; w 为两光束进入管壁的水平距离之半; L_f 为在管内流体中的光程在水平面上的投影长度; t_f 为光束在

管内流体中的光程; β 为自圆心连接光自内壁上射点的半径与水平线之间的夹角。

在求出所有这些量后, 就可以用下面的式子求出水平位置偏差 d_e , 垂直位置偏差 h 和速度校正因子 v_c :

$$d_e = R_0 \cdot \cos(\alpha_0 + \lambda) - t_e \cdot \cos(\alpha_0 + \lambda - \alpha_w) - L_f \quad (14)$$

$$h = R_0 [1 - \cos(\alpha_0 + \lambda)] \operatorname{tg} \lambda - t_e \cdot \operatorname{tg}(\alpha_0 + \lambda + \alpha_w) - t_f \cdot \operatorname{tg}(\beta - \alpha_f) \quad (15)$$

$$v_c = \frac{\sin K}{\sin K''} \cdot \frac{n_a}{n_f} = 1 \quad (16)$$

2. 测径向流速时的光学修正

图2画出光束通过管外介质、管壁及管内流体时的光路图。

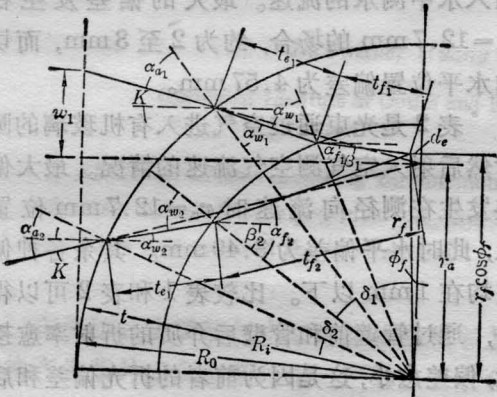


图2 测径向流速时的光路图

由图可见,

$$\frac{r_a}{\sin \alpha_{w1}} = \frac{R_0}{\sin(90^\circ + K)} = \frac{R_0}{\cos K} \quad (17)$$

$$\frac{r_a}{\sin \alpha_{w2}} = \frac{R_0}{\sin(90^\circ - K)} = \frac{R_0}{\cos K} \quad (18)$$

于是我们得出:

$$\alpha_{w1} = \alpha_{w2} = \alpha_w \quad (19)$$

由公式(1)~(4)可以看到:

$$\alpha_{w1} = \alpha_{w2} = \alpha_w$$

$$\alpha'_{w1} = \alpha'_{w2} = \alpha'_w$$

$$\alpha_{f1} = \alpha_{f2} = \alpha_f$$

于是公式(1)~(7)也适用于测径向流速的情况, 但角 β_1 和 β_2 是不同的, 它们分别等于:

$$\beta_1 = \alpha_0 + K + \delta \quad (20)$$

$$\beta_2 = \alpha_0 - K + \delta \quad (21)$$

这里下标1代表上面的光束, 下标2代表下面的光束, 其它符号同测轴向流速的情况。

设

$$S_1 = t_e \cdot \cos(\alpha_0 + K - \alpha_w) - R_0 \cdot \cos(\alpha_0 + K) \quad (22)$$

$$S_2 = t_e \cdot \cos(\alpha_w + K - \alpha_0) - R_0 \cdot \cos(\alpha_0 - K) \quad (23)$$

则光束在流体中的光程(实际上是在垂直平面内的投影) t_{f1} 和 t_{f2} 之间有如下关系:

$$t_{f1} = \frac{1}{\cos(\alpha_f - \beta_2)} [t_{f1} \cdot \cos(\beta_1 - \alpha_f) + S_1 - S_2] \quad (24)$$

命 w_1 为切于管壁的水平外径的直线上光束入射线和坐标架高度 r_a 之间的垂直距离, 则有

$$w_1 = R_0 \cdot \operatorname{tg} K$$

再令

$$Q_1 = R_0 \cos(\alpha_0 + K) \operatorname{tg} K - t_e \cdot \sin(\alpha_0 + K - \alpha_w) = w_1 \cos(\alpha_0 + K) - t_e \cdot \sin(\alpha_0 + K - \alpha_w) \quad (25)$$

$$Q_2 = -w_1 \cos(\alpha_0 - K) + t_e \cdot \sin(\alpha_w + K - \alpha_0) \quad (26)$$

$$T_1 = \sin(\beta_1 - \alpha_f) + \cos(\beta_1 - \alpha_f) \operatorname{tg}(\alpha_f - \beta_2) \quad (27)$$

就可求出 t_{f1} ,

$$t_{f1} = [Q_1 - Q_2 - (S_1 - S_2) \operatorname{tg}(\alpha_f - \beta_2)] / T_1 \quad (28)$$

于是位置的水平偏差、垂直偏差和速度校正因子如下:

$$d_e = -t_{f1} \cdot \cos(\beta_1 - \alpha_f) - S_1 \quad (29)$$

$$h = w_1 \cdot \cos(\alpha_0 + K) - t_e \cdot \sin(\alpha_0 + K - \alpha_w) - t_{f1} \cdot \sin(\beta_1 - \alpha_f) \quad (30)$$

$$v_c = \frac{\sin K}{\sin\left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}\right)} \cdot \frac{n_a}{n_f} \quad (31)$$

计算顺序是先由下式求 α_0 ,

$$\alpha_0 = \sin^{-1}\left(\frac{r_a}{R_0} \cos K\right)$$

然后用公式(2)~(7)、(20)~(28)、(25)算出

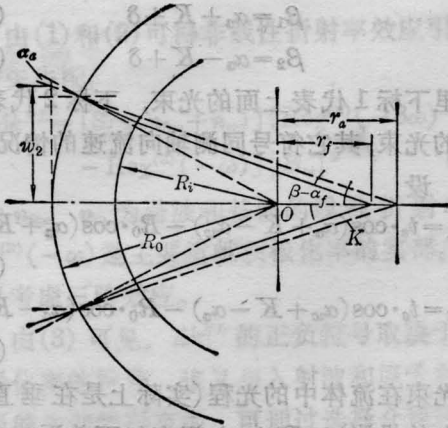


图3 测切向流速时的光路图

t_{f_1}, t_{f_2} 等, 即可算得 d_e, h 和 v_o 。

3. 测切向流速时的光学修正

图3画出光束通过管外介质、管壁及管内流体的光路图。由图可见,

$$\alpha_a = \sin^{-1} \left(\frac{r_a}{R_0} \sin K \right) \quad (32)$$

在公式(33)后面, 可用在测轴向流速时的相同公式(2)~(7)进行计算, 然后再按下面的公式顺序计算。

$$\beta = \alpha_a + K + \delta \quad (33)$$

$$w_2 = (R_0 + r_a) \operatorname{tg} K \quad (34)$$

$$t_f = \frac{1}{\sin(\beta - \alpha_f)} \{ w_2 - [R_0(1 - \cos(\alpha_a + K))] \times \operatorname{tg} K + t_o \cdot \sin(\alpha_a + K - \alpha_w) \} \quad (35)$$

$$r_f = t_o \cdot \cos(\alpha_a + K - \alpha_w) + t_f \cdot \cos(\beta - \alpha_f) - R_0 \cdot \cos(\alpha_a + K) \quad (36)$$

就可以计算位置偏差和速度校正因子(注意, 在测切向流速的情况下, 没有垂直位置偏差):

$$d_e = r_a - r_f \quad (37)$$

$$v_o = \frac{\sin K}{\sin(\beta - \alpha_f)} \cdot \frac{n_a}{n_f} \quad (38)$$

三、计算实例与分析

我们编制了一个 BASIC 程序进行一些实例计算和分析。我们计算了数种加方形罩和不加方形罩的情况。我们假设方形罩、圆

管及罩内所注液体具有相同折射率以及管外介质、管壁和被测液体均具有相同折射率的特殊情况来检查偏差情况及检验本文所提计算方法的正确性和精度。计算结果表明, 在前一情况下, 水平偏差并不比不加方形罩的情况改善多少。由此可见, 在大多数场合, 光学修正计算是非常必要的。对于光束通过完全相同折射率的介质的后一情况, 各种偏差理应等于零。在计算中, 我们得到的偏差均为 10^{-9} 数量级, 最大偏差也只有 1.86×10^{-8} , 这证明了本文所提出的计算方法的正确性及其所具有的十分高的计算精度。

各种情况下的计算结果见表1至表5。在表1中; $n_a=1, n_w=1.45, n_f=1.33$ 。这相当于光束通过空气进入有机玻璃的圆管然后射入水中测水的流速。最大的偏差发生在 $r_a=12.7 \text{ mm}$ 的场合, 约为2至3mm, 而切向水平位置偏差为4.57mm。

表2是光束通过空气进入有机玻璃的圆管然后射入空气测空气流速的情况。最大偏差发生在测径向流速时 $r_a=12.7 \text{ mm}$ 位置上, 此时水平偏差为3.49mm。其余各种偏差均在1mm以下。比较表1和表2可以得出, 通过管壁前和管壁后介质的折射率愈接近, 偏差愈小, 这是因为前者的折光偏差和后者的折光偏差方向相反。

表3是加方形玻璃罩并在罩内注水以测管内水的流速的情形。由于水的折射率接近有机玻璃的折射率, 且管壁两侧都是水, 所以可以预期其偏差要比表1及表2所列的为小。由表3可见, 最大偏差为测径向流速时 $r_a=12.7 \text{ mm}$ 的情形。此时的水平偏差为1.68mm, 其余偏差均小于0.25mm。由表3还可看出, 在离壁0.2444mm以内已不能测轴向流速。但可采用光点沿水平直径移动的测量方法解决。

最有意思的是表4, 这相当于加方形罩并使所注液体与方形罩及圆管具有相同折射率的情况。按通常理解, 这样可大大减少

表1 $n_a=1, n_w=1.45, n_f=1.33, \lambda=0, K=10.75^\circ$

偏 差 $r_a(\text{mm})$	轴 向		径 向			切 向	
	d_e (mm)	h (mm)	d_e (mm)	h (mm)	v_c	d_e (mm)	v_c
3	0.0908	-0.7393	-0.9344	-0.7463	0.7519	0.8332	0.7223
6	0.3729	-1.4458	-0.3863	-1.5053	0.7519	1.8306	0.6949
9	0.8811	-2.0692	-0.9235	-2.2964	0.7519	2.9749	0.6695
12	1.7069	-2.4978	-1.8179	-3.1625	0.7519	4.2519	0.6457
12.7	1.9680	-2.5416	-2.1040	-3.3858	0.7519	4.5676	0.6404

表2 $n_a=1, n_w=1.45, n_f=1.00, \lambda=0, K=10.75^\circ$

偏 差 $r_a(\text{mm})$	轴 向		径 向			切 向	
	d_e (mm)	h (mm)	d_e (mm)	h (mm)	v_c	d_e (mm)	v_c
3	-0.01051	0.000334	0.0521	-0.000453	1	-0.0507	1.0169
6	-0.04366	0.004068	0.2427	-0.00491	1	-0.2074	1.0346
9	-0.1050	0.03041	0.7398	-0.03046	1	-0.3752	1.0469
12	-0.2055	0.39273	2.5530	-0.27472	0.9999	-0.8787	1.0732
12.7	-0.2271	0.88837	3.4862	-0.49599	0.9999	-0.9588	1.0767

表3 $n_a=1.33, n_w=1.45, n_f=1.33, \lambda=0, K=10.75^\circ$

偏 差 $r_a(\text{mm})$	轴 向		径 向			切 向	
	d_e (mm)	h (mm)	d_e (mm)	h (mm)	v_c	d_e (mm)	v_c
3	-0.00599	0.000057	0.01409	-0.000033	1	-0.01336	1.0045
6	-0.02689	0.000648	0.06856	-0.000392	1	-0.05402	1.0090
9	-0.07077	0.004948	0.23160	-0.002981	1	-0.12343	1.0137
12	-0.18233	0.08663	1.0759	-0.04833	0.99999	-0.22386	1.0187
12.7	-0.22000	0.24440	1.6745	-0.11267	0.99999	-0.24383	1.0195

表4 $n_a=1.45, n_w=1.45, n_f=1.33, \lambda=0, K=10.75^\circ$

偏 差 $r_a(\text{mm})$	轴 向		径 向			切 向	
	d_e (mm)	h (mm)	d_e (mm)	h (mm)	v_c	d_e (mm)	v_c
3	-0.03087	0.27221	0.07059	0.26992	1.09023	-0.34073	1.11358
6	-0.12940	0.55624	0.31320	0.53385	1.09023	-0.82877	1.13813
9	-0.32116	0.89154	0.89856	0.77079	1.09023	-1.47731	1.16415
11.6	-0.64668	2.0875	3.10982	0.65830	1.09023	-2.18226	1.18813

(下转第 543 页)

