

相因子叠加法测量三维位移矢量

陈明仪 华建文

(上海科技大学精密机械工程系)

提要: 研究了物体的三维位移在傅里叶频谱面上引起的位相因子的变化。用全息二次曝光法记录此变化。提出一种测量漫射物体的三维位移矢量的新方法,避免了用传统的、二次曝光全息法测量三维位移矢量中遇到的许多困难。实验结果与理论分析得到很好的吻合。

Measurement of 3-D displacement vector using phase-comparison on Fourier transform plane

Chen Mingyi, Hua Jianwen

(Department of Fine Mechanical Engineering, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai)

Abstract: Investigation of the phase change on Fourier transform plane caused by a moving object shows that it is possible to measure a 3-D displacement vector using comparison of the phase-change recorded on a double exposure hologram. Based on it, a novel approach for measuring a 3-D displacement vector is described here. Theoretical analysis shows that the problems usually appear during interpreting the interferograms of a conventional double exposure hologram for 3-D displacement measurement have been effectively avoided. Experimental results are well coincident with theoretical analysis. Quantitative calculation method is also presented.

一、引言

用全息法对三维位移矢量的研究始自1967年E. B. 阿历克赛德罗维奇^[1]及A. E. 爱诺斯^[2]等人。但在对所得的全息图读出时均遇到了许多困难:或者需通过一张大全息图选定物体的重现象上某一点作为观察点,并在从一个观察点移到另一观察点的过程中数出横越视场中的干涉条纹数;或者需要三

张全息图,并设法找到一个亮度不变的“零运动”点作为参考点来计算条纹数。实践表明,这二种方法均因干涉条纹定域在重现的像附近空间上,导致测量困难。尤其当物体作刚体平动时,根本不存在“零运动点”。尔后的许多工作^[3,4]也未能根本地解决这些问题。1983年陈明仪等人^[5]成功地实现了用记录物体运动时引起的物空间频谱的附加位相因子的方法测量物体面内速度。对该法的分析

收稿日期:1986年8月4日。

表明,引伸此法可测量物体的三维位移矢量。其好处是条纹定域在底片上。读出容易,简化了测量过程,并有足够的测量精度。

二、原 理

利用如图 1 所示的全息记录装置,物 O 为一具有连续空间频谱的漫射体(如毛玻璃),被置于透镜前任意位置。物体由方向矢量为 \mathbf{m} 的平行激光束照明。感光乳胶片 H 置于透镜 L 的后焦面上。参考光束为 R 。设物体位移前、后由物波在记录平面 H 上引起的复振幅分布分别为 $D_1(\zeta, \eta)$ 和 $D_2(\zeta, \eta)$ 。图 2 为装置的座标系统。现物体作三维平动,其位移矢量为:

$$\Delta \mathbf{r} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)。$$

令位移前物体上某点 P_i 散射到 H 平面上 Q 点 (ζ, η) 处的光线 b 所产生的复振幅为:

$$d_i(\zeta, \eta),$$

若 P_i 点位移至 P'_i 点,其散射的光线 b' 也到达 Q 点 (ζ, η) 处。因此由图 2 知,它产生的复振幅为:

$$d_i(\zeta, \eta) \exp[jk \Delta \mathbf{r} \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{m})] \quad (1)$$

式中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波矢; \mathbf{l} 为单位矢量,其方向平行光线 b 和 b' ,起点在透镜中心上。有

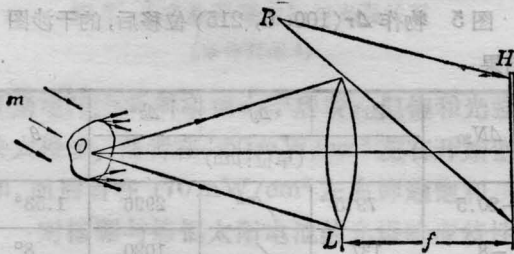


图 1

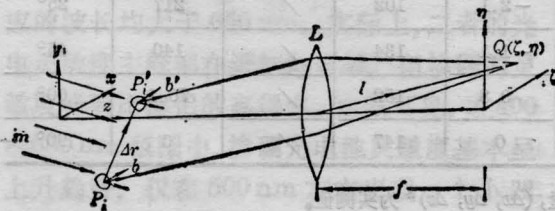


图 2

$$\mathbf{l} = \left[\frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 + \eta^2 + f^2}}, \frac{\eta}{\sqrt{\zeta^2 + \eta^2 + f^2}}, \frac{f}{\sqrt{\zeta^2 + \eta^2 + f^2}} \right] \quad (2)$$

显见,物 O 为点 P_i 的集合,所以有

$$D_1(\zeta, \eta) = \sum_i d_i(\zeta, \eta),$$

并据式(1)由

$$D_2(\zeta, \eta) = D_1(\zeta, \eta) \cdot \exp[jk \Delta \mathbf{r} \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{m})]$$

一般说,式中 $D_1(\zeta, \eta)$ 即为物 O 的含有附加畸变位相因子的空间频谱^[1]。经二次曝光,并经线性处理后的全息片,用单色光照明,则透过全息片的正一级衍射的光强为

$$I \propto |D_1(\zeta, \eta) + D_2(\zeta, \eta)|^2 \propto 2|D_1(\zeta, \eta)|^2 \times \{1 + \cos[k \Delta \mathbf{r} \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{m})]\}, \quad (3)$$

呈现出光强按余弦变化的干涉图样。若考察点为亮点,则有

$$k \Delta \mathbf{r} \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{m}) = N \cdot 2\pi, \quad (4)$$

式中 $k \Delta \mathbf{r} \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{m})$ 则由物体三维位移产生的位相因子。

由式(2)知,取 H 面上的不同点 Q_i , 即有不同的 \mathbf{l}_i 。改写式(4)可得线性方程组:

$$\Delta \mathbf{r} \cdot \mathbf{l}_i = N_i \lambda + \Delta \mathbf{r} \cdot \mathbf{m}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

作进一步简化可有

$$\Delta \mathbf{r} \cdot (\mathbf{l}_i - \mathbf{l}_0) = \Delta N_i \lambda, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

式中 $\Delta N_i = N_i - N_0$, (7)

为第 i 点到 0 点之间的干涉条纹数。 N_0 为 $i = 0$ 的一点对应的干涉条纹的级次。以式

(2)代入式(6)得

$$\begin{aligned} & \Delta x \left(\frac{\zeta_i}{\sqrt{\zeta_i^2 + \eta_i^2 + f^2}} - \frac{\zeta_0}{\sqrt{\zeta_0^2 + \eta_0^2 + f^2}} \right) \\ & + \Delta y \left(\frac{\eta_i}{\sqrt{\zeta_i^2 + \eta_i^2 + f^2}} - \frac{\eta_0}{\sqrt{\zeta_0^2 + \eta_0^2 + f^2}} \right) \\ & + \Delta z \left(\frac{f}{\sqrt{\zeta_i^2 + \eta_i^2 + f^2}} - \frac{f}{\sqrt{\zeta_0^2 + \eta_0^2 + f^2}} \right) \\ & = \Delta N_i \lambda. \end{aligned} \quad (8)$$

由上式知,欲解得 $\Delta \mathbf{r} (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 需取六个点 ($i = 0 \sim 5$)。这样的方法不仅失之繁复,也因常用的全息片尺寸不大,如 $9 \times 12 \text{ cm}$, 很难测准。

若选用光轴为 \mathbf{l}_0 方向矢量,即把光轴与

H 面的交点设为座标原点, 计算便可简化。即仅需取四个不共线的点 ($i=0\sim 3$), 由式 (8) 求解得 Δr 。

三、实验结果及讨论

以波长 $\lambda=632.8\text{nm}$ 氦-氖气体激光器为光源, 毛玻璃为物体。记录透镜的焦距 $f=300\text{mm}$, 记录介质为 $6\times 9\text{cm}$ 的天津感光片厂生产的全息干板, 置于透镜 L 的后焦平面上。用二次曝光全息法记录物的三维位移矢量 Δr 在与光轴夹角为: 1.53° 、 8° 、 25° 、 45° 、 60° 和 90° 时干涉条纹花样的变化。

毛玻璃安装在三维精密工作台上, 并置于透镜的前方。基于物坐标系 $X-Y$ 的方向可以任意取定, 为简便, 只研究物体以 x 和 z 向移动。显见, Δr 仍不失有一三维位移矢量的特性。 x 、 z 向的位移由最小格值为 0.01mm 的螺旋测微器提供。由于记录所得的为象平面全息, 干涉条纹直接呈现在干板上, 故可在底片上取点测量。按上所述, 取四点, 其座标 (ζ, η) 分别取为 $(0, 0)$ 、 $(0, 30)$ 、 $(30, 0)$ 和 $(0, -30)$, 单位 mm 。代入式 (2) 便得 l_0 、 l_1 、 l_2 和 l_3 。用目视法读出条纹数 ΔN_{10} 、 ΔN_{20} 和 ΔN_{30} 。代入式 (8) 即可测得 Δr 值。物体的实际位移量为 Δx 、 Δy 和 Δz , 测得值则为 Δx^* 、 Δy^* 和 Δz^* 。测量结果列于表 1。图 3~

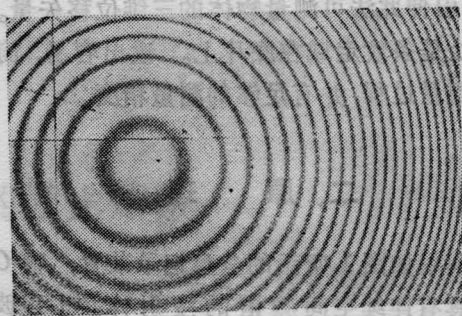


图 3 物作 $\Delta r(80, 0, 3000)$ 位移后的干涉图

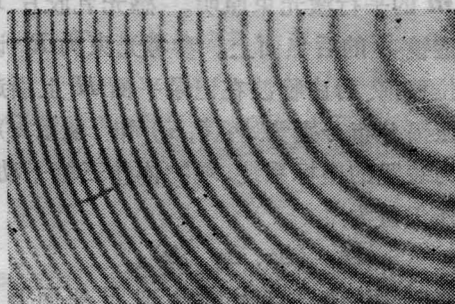


图 4 物作 $\Delta r(144, 0, 996)$ 位移后的干涉图

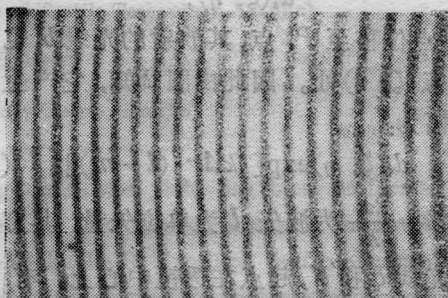


图 5 物作 $\Delta r(100, 0, 215)$ 位移后的干涉图

表 1 实验结果

序号	Δx	Δy	Δz	ΔN_{10}	ΔN_{20}	ΔN_{30}	Δx^*	Δy^*	Δz^*	θ
	(单位: μm)						(单位: μm)			
1	80	/**	3000	-26.5	-11	-20.5	79.5	/**	2996	1.53°
2	140	/	996	-8	13.5	-8	137	/	1020	8°
3	100	/	215	-1.3	14.3	-2.1	102	/	217	25°
4	140	/	140	-1.1	20	-1.1	134	/	140	45°
5	150	/	70	-0.3	23.3	0.8	152	/	70.1	60°
6	150	/	0	0	23.1	0	147	/	0	90°

表中 $\theta = \text{tg}^{-1} \frac{\Delta x}{\Delta z}$ 仅作为参考。 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 为实际位移量, $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)^*$ 为实测值。

** 实验中 Δy 和 Δy^* 未予测量和计算。

