

散斑成象过程的频谱分析

顾 杰 沈永昭

(苏州大学物理系)

提要: 本文提出了散射体的散斑模型,考虑了散斑现象的统计特性,讨论了相干光散斑的成象过程,得出了散斑图的公式。公式表明散斑图的空间频率成分和成象系统的传递函数及散射体的频率分布有关,并得到了实验的证实。进而导出了散斑衍射晕强度分布公式,解释了晕的散斑结构。

Spatial spectrum analysis of speckle imaging process

Gu Jie, Shen Yongzhao

(Department of Physics, Suzhou University, Suzhou)

Abstract: In this paper, we propose a speckle model for the diffusing object, considering the statistical nature of speckle phenomena, and the object illuminated with coherent light, the recording process of a specklegram is discussed and the formulae of specklegram are obtained. The formulae indicate that the frequency content relates not only to the transform function of the imaging system, but also to the original frequency content of the diffusing object. Conclusions are confirmed by experiments. Then the formulae of the diffraction halo have been deduced, which agree with the experiments well and can explain the speckle structure in the halo.

一 相干光散斑成象

成象系统见图1(图示为透射式、反射式的讨论完全一样)。用相干光照明散射体,出射光场可表为一系列分立,随机平面波的迭加,其复振幅为

$$h(x_1, y_1) = \phi(x_1, y_1) \left[\sum_i a_i e^{j2\pi(b_i x_1 + c_i y_1 + d_i)} \right] \quad (1)$$

式中, $\phi(x_1, y_1) = \begin{cases} 1 & \text{散射体内} \\ 0 & \text{散射体外} \end{cases}$

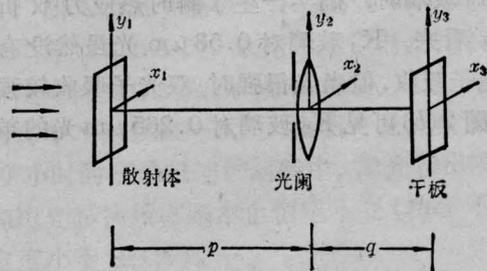


图 1

是散射体的轮廓函数。 a_i 、 b_i 、 c_i 和 d_i 均为具有一定统计规律的随机变量。透镜平面处放

收稿日期: 1986年4月21日。

了一个孔函数为

$$A(x_2, y_2) = \begin{cases} 1 & \text{孔内} \\ 0 & \text{孔外} \end{cases} \quad (2)$$

的光阑。相干传递函数^[1]为 $A(-\lambda q f_x, -\lambda q f_y)$, 其中 f_x 和 f_y 是频率坐标。几何象为

$$\begin{aligned} h_g(x_3, y_3) &= \phi(-x_3, -y_3) \left[\sum_i a_i e^{j2\pi(-b_i x_3 - c_i y_3 + d_i)} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

其 F. T. 为

$$\begin{aligned} H_g(f_x, f_y) &= \Phi(-f_x, -f_y) * \left[\sum_i a_i e^{j2\pi d_i} \delta(f_x + b_i, f_y + c_i) \right], \end{aligned}$$

式中, Φ 是 ϕ 的 F. T., $*$ 是卷积符号。上式说明频域内的光场是一系列谱点的叠加。 H_g 乘上相干传递函数, 并作逆傅里叶变换, 得象面复振幅

$$\begin{aligned} U_3(x_3, y_3) &= \phi(-x_3, -y_3) \\ &\times \left[\sum_i A(\lambda q b_i, \lambda q c_i) a_i e^{j2\pi d_i} e^{-j2\pi(b_i x_3 + c_i y_3)} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

象面光强

$$\begin{aligned} I_3(x_3, y_3) &= U_3 U_3^* = \phi(-x_3, -y_3) \\ &\times \sum_i \sum_l A(\lambda q b_i, \lambda q c_i) A(\lambda q b_l, \lambda q c_l) a_i a_l \\ &\times \exp\{j2\pi[(b_l - b_i)x_3 + (c_l - c_i)y_3 + d_i - d_l]\} \end{aligned}$$

令

$$\alpha_m = b_l - b_i, \quad \beta_m = c_l - c_i, \quad (5)$$

并作求和指标变换 $m = m(i, l)$, 将 α_m, β_m 为常数(统计意义上的)的所有 l 和 i 的组合定义为 m , 有

$$\begin{aligned} I_3(x_3, y_3) &= \phi(-x_3, -y_3) \sum_m B_m e^{j2\pi(\alpha_m x_3 + \beta_m y_3)}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中,

$$\begin{aligned} B_m &= \sum_i a_i a_{im} A(\lambda q b_i, \lambda q c_i) \\ &\times A[\lambda q(b_i + \alpha_m), \lambda q(c_i + \beta_m)] e^{j2\pi(d_i - d_{im})}, \end{aligned} \quad (7)$$

式中 a_{im} 和 d_{im} 的下标表示 l 可用 i 和 m 来

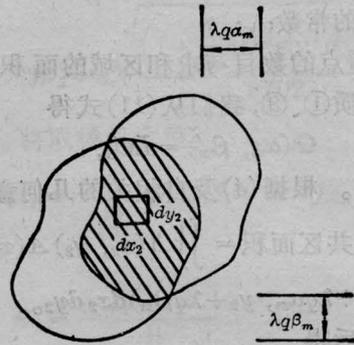


图 2

代换。(7)式中两孔径函数的乘积表示求和区域为频域内坐标错开 $(\lambda q \alpha_m, \lambda q \beta_m)$ 的两孔径的交叠区, 如图 2 的阴影区。设区内有 L 个谱点, 则

$$B_m = \sum_{i=1}^L a_i a_{im} e^{j2\pi(d_i - d_{im})}. \quad (8)$$

胶片的记录过程是个自动平均过程, (8)式中每一项可用平均值来代替:

$$B_m = \sum_{i=1}^L \langle a_i a_{im} e^{j2\pi(d_i - d_{im})} \rangle. \quad (9)$$

为了计算(9)式, 考虑如下统计性质:

- ① 各随机量各态历经;
- ② 幅值与位相统计独立

于是

$$\begin{aligned} B_m &= \sum_{i=1}^L \langle a_i a_{im} \rangle \langle e^{j2\pi(d_i - d_{im})} \rangle \\ &= G(\alpha_m, \beta_m) c e^{j2\pi \gamma_m}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中,

$$G(\alpha_m, \beta_m) = \sum_{i=1}^L \langle a_i a_{im} \rangle \quad (11)$$

$c e^{j2\pi \gamma_m}$ 是位相因子平均值, c 是常数。将(10)式代入(6)式, 略去常数得

$$\begin{aligned} I_3(x_3, y_3) &= \phi(-x_3, -y_3) \\ &\times \sum_m G(\alpha_m, \beta_m) e^{j2\pi(\alpha_m x_3 + \beta_m y_3 + \gamma_m)}. \end{aligned} \quad (12)$$

下面分两种情况计算 G 。

1. 天然散射体的相干光成像

天然散射体(如毛玻璃、打毛铝表面等)的各频率成份互不占优势。再考虑两条统计性质:

- ③ 幅值 a_i 的统计局域平均值是与求和

区域无关的常数;

④ 谱点的数目与求和区域的面积成正比。由性质①、③,我们从(11)式得

$$G(\alpha_m, \beta_m) = LC_1,$$

C_1 是常数。根据(4)及自相关的几何意义得

$$L \propto \text{公共区面积} = \iint A(x_2, y_2) A(x_2 + \lambda q \alpha_m, y_2 + \lambda q \beta_m) dx_2 dy_2.$$

略去常数后得

$$G(\alpha_m, \beta_m) = \iint A(x_2, y_2) A(x_2 + \lambda q \alpha_m, y_2 + \lambda q \beta_m) dx_2 dy_2. \quad (13)$$

从此式看出,由于性质③,天然散射体的 G 仅与传递函数有关。

2. 具有确定频率分布散射体的相干光成象

一般说散射体的频率分布有确定的统计规律(如试件面喷有定向反射玻璃微珠、用激光散斑图做人造散射体等等),因而(1)式中 a_i 应是频率参数 b_i 和 c_i 的函数,即 a_i 和频域的求和区有关。这时应把前述性质③推广为

⑤ a_i 的统计局域平均值是区域的函数。

设图2的微面积 $dx_2 dy_2$ 中有 dL 个谱点,则

$$dG(\alpha_m, \beta_m) = a(x_2, y_2) a(x_2 + \lambda q \alpha_m, y_2 + \lambda q \beta_m) dL,$$

其中, $a(x_2, y_2)$ 是 a_i 的局域平均,由性质④

$$dL \propto A(x_2, y_2) A(x_2 + \lambda q \alpha_m, y_2 + \lambda q \beta_m) dx_2 dy_2,$$

略去常数,并求积分得

$$G(\alpha_m, \beta_m) = \iint a(x_2, y_2) a(x_2 + \lambda q \alpha_m, y_2 + \lambda q \beta_m) A(x_2, y_2) A(x_2 + \lambda q \alpha_m, y_2 + \lambda q \beta_m) dx_2 dy_2. \quad (14)$$

上式表明散斑图的频率成份不但与传递函数有关,而且与散射体的频率成份有关。

二 衍射晕公式及实验验证

单曝光散斑图的复透率为

$$t = c_2 - c_3 I(x_3, y_3)$$

式中 c_2, c_3 为常数。将散斑图放在图3的系统中观察衍射晕。将上式作F.T.得衍射晕复振幅

$$U'(x_f, y_f) = c_2 \delta(x_f, y_f) - c_3 \mathcal{F}\{I(x_3, y_3)\},$$

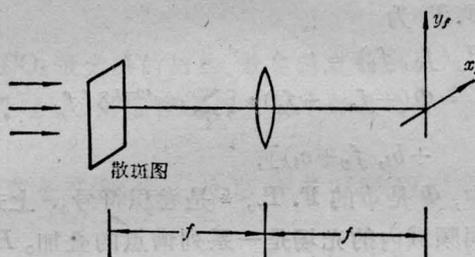


图 3

式中第一项是中心一个亮斑,对我们的讨论并不重要。因光强是个相对量,常数 $-c_3$ 可略去不计,故有用的部分为 $U(x_f, y_f) = \mathcal{F}\{I(x_3, y_3)\}$ 。将(12)式代入得

$$U(x_f, y_f) = \sum_m G(\alpha_m, \beta_m) e^{j2\pi\gamma_m} \Phi\left(-\frac{x_f}{\lambda f} + \alpha_m, -\frac{y_f}{\lambda f} + \beta_m\right),$$

取模的平方得衍射晕光强。 Φ 是散斑图口径(即试件轮廓的倒象)的衍射斑,是 δ 函数的很好近似。因而交叉项可以略去,得

$$I_f(x_f, y_f) = \sum_m |G(\alpha_m, \beta_m)|^2 \Phi^2\left(-\frac{x_f}{\lambda f} + \alpha_m, -\frac{y_f}{\lambda f} + \beta_m\right), \quad (15)$$

此为衍射晕公式。其求和形式及 Φ 因子的存在,表明晕是由一系列散斑颗粒构成的,颗粒的大小和形状由散斑图的口径决定。数量级的估计表明,测晕强时因探头的接收面积比散斑颗粒大许多,故实测结果是接收区内的平均值。由(15)式计算可得

$$I_m(x_f, y_f) = \left| G\left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}\right) \right|^2, \quad (16)$$

上式和文献[2, 3]的结论类似。较之进一步

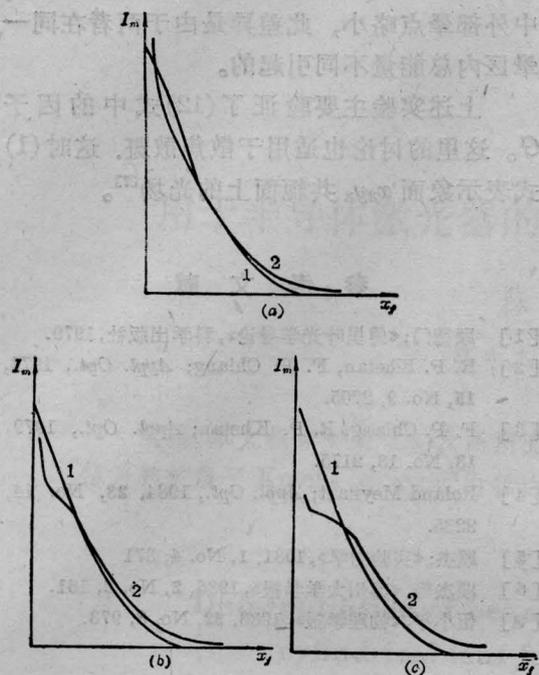


图 4

的是本文能解释晕的散斑结构[(15)式], 解释实际晕强分布和探测得到的晕强分布的区别[(15)与(16)的区别]。另外文献[2, 3]只限于天然散射体, 本文适用于更广的范围。

下面给出两方面的实验证明。首先测定了天然散射体激光散斑图的衍射晕强度。毛玻璃做散射体, 拍摄散斑图时用边长 $S=30$ mm 的正方形孔(A)做光阑。将该散斑图放在图 3 的系统中分析, 测定了 x_f 轴上的晕强。前面推导中假定了胶片的响应是线性的, 而实际上在散斑问题中非线性效应是难以避免的^[4]。拍摄了不同曝光量的散斑图。发现曝光量大小对实验曲线有影响, 如图 4。图中 1 号曲线是理论值(x_f 轴上的分布由(16)、(13)式求得为: $I_m(x_f) = \left[A \left(\frac{qx_f}{sf} \right) \right]$, 其中 $q=480$ mm, $f=300$ mm。图形关于纵轴对称, 图 4 中只画出 x_f 正半轴的部分)是实验曲线。图 4(a)~(c) 所用散斑图的曝光量之比为 1:2:4。一般说, 曝光量较小时线性较好。从图 4(c)~(a) 的趋势看, 曝光量越小, 实验越接近理论。可见在线性假定下(13)(15)

(16)式与实验符合。本实验中低频分量较大, 图 4(b)、(c) 中的低频部分因非线性效应有所衰减。

为了证实散斑图的频率成份与传递函数及原散射体的频率成份有关, 我们做了下述实验。第一步用天然散射体及特定孔径制得一张散斑图: 为此采用一对双孔。第一次曝光双孔水平放置, 第二次曝光双孔垂直放置^[5](相当于一的一般的一次曝光现在用两次曝光完成, 这样做是为了使所得散斑图的频率成份较为简单)。该散斑图是一个具有确定频率分布的人造散射体。该散射体的透过率由(12)、(13)式给出, 即(略去常数后)

$$h(x_1, y_1) = \phi(x_1, y_1) \sum_i a(b_i, c_i) e^{j2\pi(b_i x_1 + c_i y_1 + d_i)},$$

$$a(b_i, c_i) = \iint A_0(x_0, y_0) A_0(x_0 + \lambda_0 g_0 b_i, y_0 + \lambda_0 g_0 c_i) dx_0 dy_0. \quad (17)$$

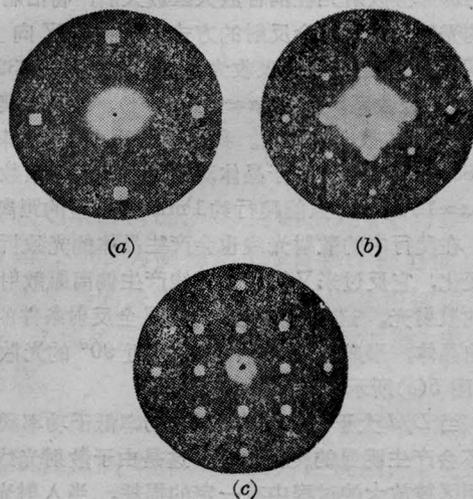


图 5

为避免混淆式中符号, 我们选用了 A_0 、 λ_0 和 g_0 来分别表示孔径、波长和象距。散射体的频率成份由(17)式描述, 其晕(此散射体实为一张散斑图):

$$I_m(x_f, y_f) = \left| a \left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f} \right) \right|^2 \quad (18)$$

反映了频率在频域内的分布。图 5(a) 是散射

体的晕照片,它的轮廓是个五孔。

第二步用上述散射体摄制激光散斑图。取孔径 A 为一足够大的圆孔,把图 5(a) 的五孔全包含在内,这样得到的散斑图的晕如图 5(b) 所示。因为 A 足够大,故(14)式变为

$$G\left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}\right) = \iint a(x_2, y_2) a\left(x_2 + \frac{qx_f}{f}, y_2 + \frac{qy_f}{f}\right) dx_2 dy_2, \quad (19)$$

而 a 只在五孔内不为零。所以由(16), (17) 给出的晕轮廓应和用天然散射体通过图 5(a) 形式的五孔所拍得散斑图的晕轮廓一样。图 5(c) 即为五孔散斑图的晕。比较图 5(b) 和 5(c), 可知此结论正确,从而验证了(14)式和(16)式。和图 5(c) 相比图 5(b) 晕

中外部晕点略小,此差异是由于两者在同一晕区内总能量不同引起的。

上述实验主要验证了(12)式中的因子 G 。这里的讨论也适用于散焦散斑。这时(1)式表示象面 x_3y_3 共轭面上的光场^[7]。

参 考 文 献

- [1] 顾德门;《傅里叶光学导论》,科学出版社,1979。
- [2] R. P. Khetan, F. P. Chiang; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 9, 2205.
- [3] F. P. Chiang, R. P. Khetan; *Appl. Opt.*, 1979, **18**, No. 13, 2175.
- [4] Roland Meynart; *Appl. Opt.*, 1984, **23**, No. 14, 2235.
- [5] 顾杰;《实验力学》,1981, **1**, No. 4, 371
- [6] 顾杰等,《苏州大学学报》,1986, **2**, No. 2, 161.
- [7] 伍小平,《物理学报》,1983, **32**, No. 8, 973.

(上接第 512 页)

件的那部分散射光在耦合放大区放大后,将沿着晶体的光轴方向通过全反射的方式离开照明区向上、向下爬行,直至被晶体吸收为止。晶体在波长 632.8 nm 处的吸收系数较小($\alpha \approx 2.5 \text{ cm}^{-1}$),故可以爬至 1 cm 高度才被全部吸收。我们也曾用氩激光束($\lambda = 488.0 \text{ nm}$)照明,由于晶体对该波长的吸收系数较大($\alpha \approx 12 \text{ cm}^{-1}$),只能爬行约 1 mm 多一些的距离。

在爬行中的散射光线也会产生晶体的光致折射率变化,它反过来又使散射光线产生偏离原散射方向的散射光。这些散射光中不满足全反射条件的将射出晶体,形成实验中所观察到的近 90° 的光散射(见图 5(c)所示)。

当 D/d 大于阈值时,入射光功率低于功率阈值也不会产生明显的爬行效应。这是由于散射光线在照明区被放大的过程中有一定的损耗。当入射光功率增大时,爬行效应愈加显著,损耗掉的能量愈多,这就使得透射功率几乎不随入射功率而改变(见图 6),由图中可以清楚地看出,只要入射功率大于 150 mW,继续增加入射功率,30 分钟后透射光功率的稳

定值 I , 趋于某个最低值。这一特性表明, $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体薄片中所观察到的这一光爬行效应有可能用于光学限制器。

本实验用的样品是哈尔滨工业大学提供的,在此表示谢意。对温金珂、吴仲康老师在工作中给予的协助表示感谢。

本课题为国家自然科学基金资助项目。

参 考 文 献

- [1] P. A. Augustov *et al.*; *Appl. Phys.*, 1982, **A29**, 169.
- [2] E. M. Avakyan *et al.*; *Sov. Phys. Solid State*, 1983, **25**, 1887.
- [3] D. L. Staebler, J. J. Amodel; *J. Appl. Phys.*, 1972, **43**, 1042.
- [4] Jack Feinberg *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1980, **51**, 1297.

(南开大学物理系)

张光寅 武原庆 刘思敏 王进雄

1986 年 5 月 23 日收稿