

利用非线性全息进行低噪声位相差放大

秦克琪 陈建文 王润文

(中国科学院上海光机所)

提要: 在 Mach-Zehnder 干涉仪的一臂中插入位相物体, 由双光束干涉得到非线性全息。两次利用其高阶衍射可获得大于 100 倍的低噪声位相差放大。本文给出了理论及实验结果。

Low noise phase-difference amplification by nonlinear holograms

Qin Keqi, Chen Jianwen, Wang Runwen

(Shanghai Institute of Optics and Fine Medhanic, Academia Sinica, Shanghai)

Abstract: Phase object is inserted into one of the two beams of the Mach-Zehnder interferometer. With the two beams interfering, nonlinear holograms are obtained. Using the high degree diffracted waves twice, we have obtained lower noise phase difference amplification of over 100 times. The theoretical results coincides with the experimental ones.

一、引言

利用位相差放大来检测光学元件或光学系统的畸变, 已有不少作者进行了这方面的工作^[1~4]。K. Matsumozo 等提出利用非线性全息的高阶衍射的干涉来放大位相差, 得到 14 倍的位相差放大^[2]。K. Matsuda 等人利用纵向反转剪切干涉得到 64 倍的位相差放大^[4], 但这时已被随机噪声淹没, 而且必须反复拍 ±1 级的干涉图, 很费时间。本文从理论及实验上综合了上述两种方法的优点, 采用两步非线性全息高阶衍射干涉法获得大于 100 倍的位相差放大。在大于 100 倍位相差放大后仍未被随机噪声淹没, 有较高的信噪比, 较 K. Matsuda 等人提出的噪声极限提高了三倍以上。

二、基本原理

在非线性记录的情况下, 随着光束比的不同, 曝光量及显影处理的不同, 全息图的振幅透射率 τ_H 一般并不正比于记录光的强度, 它与曝光量的关系可由下式表示:

$$\tau_H(x, y) = \alpha_0 + \alpha_1 H_0 + \alpha_2 H_0^2 + \alpha_3 H_0^3 + \dots + \alpha_n H_0^n + \dots \quad (1)$$

式中 H_0 是全息记录时的总曝光量, 曝光量与光强成正比; $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \dots$ 是与记录介质有关的比例常数。设物光复振幅 U_0 和参考光复振幅 U_r 分别为:

$$U_0(x, y) = A_0(x, y)e^{i\varphi_0(x, y)}$$

$$U_r(x, y) = A_r(x, y)e^{i\varphi_r(x, y)}$$

代入(1)式得到:

收稿日期: 1986年4月14日。

$$\begin{aligned} \tau_H(x, y) &= \alpha'_0 + \alpha'_1 |U_0 + U_r|^2 \\ &\quad + \alpha'_2 (|U_0 + U_r|^2)^2 + \dots \\ &= \beta_0 + \beta_1 A_0 A_r \{e^{i(\varphi_0 - \varphi_r)} + e^{-i(\varphi_0 - \varphi_r)}\} \\ &\quad + \beta_2 A_0^2 A_r^2 \{e^{iz(\varphi_0 - \varphi_r)} + e^{-iz(\varphi_0 - \varphi_r)}\} \\ &\quad + \dots \end{aligned}$$

β_n 为某新常数, 上式可进一步写为:

$$\tau_H(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp[jn(\varphi_0 - \varphi_r)] \quad (2)$$

由上式可见非线性全息可出现对称于零级直流量的高阶衍射。设一平面波经过某光学元件或光学系统后波面发生变形, 在记录平面上可由下式表示:

$$\begin{aligned} U_0 &= a_0 \exp ik\{\varphi(x, y) + x \sin \theta_0 + \delta_0\}, \\ k &= 2\pi/\lambda \end{aligned}$$

a_0 为物光的振幅, $\varphi(x, y)$ 为由于物体变形引入的、在记录平面 (x, y) 点上的相位畸变, θ_0 为物光波矢相对于记录平面法线方向的夹角, δ_0 为光波经光学系统的光程差。参考光可表为:

$$U_r = a_r \exp ik\{x \sin \theta_r + \delta_r\}$$

θ_r 为参考光相对于记录平面法线方向的夹角; δ_r 为参考光经光学系统的光程差。这样, 两束光在记录平面上的强度分布为:

$$\begin{aligned} I_1 &= |U_r + U_0|^2 = a_r^2 + a_0^2 + 2a_r a_0 \cos k \\ &\quad \times \{\varphi(x, y) + x(\sin \theta_0 - \sin \theta_r) \\ &\quad + \delta_0 - \delta_r\} \\ &= a_r^2 + a_0^2 + 2a_r a_0 \cos k \\ &\quad \times \{\varphi(x, y) + x \sin \theta_0 + \delta_{0-r}\} \end{aligned}$$

式中 $\sin \theta_0 = \sin \theta_0 - \sin \theta_r,$
 $\delta_{0-r} = \delta_0 - \delta_r.$

如为非线性记录, 则全息图的振幅透射率按 (2) 式应为:

$$\begin{aligned} T_1 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp ink \\ &\quad \times \{\varphi(x, y) + x \sin \theta_0 + \delta_{0-r}\} \end{aligned}$$

式中 b_n 是 n 阶衍射透射率的振幅, 由 a_r, a_0 及曝光量与显影处理等条件决定。

现用两相互成一定角度的光束照明全息图:

$$\begin{aligned} B &= c_1 \exp ik\{xv \sin \theta_x + y\alpha \sin \theta_y + \Delta_1\} \\ &\quad + c_2 \exp ik\{-x\mu \sin \theta_x - y\beta \sin \theta_y + \Delta_2\} \\ &= B_1 + B_2 \\ \nu, \mu, \alpha, \beta &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

θ_x, θ_y 的引入是为了减小两衍射光的空间频率, 从而减小由于透镜带来的误差。并使两组高阶衍射在 x 和 y 方向上有一位移, 让两特定级次衍射的空间频率较接近而又不至于重叠; Δ_1, Δ_2 分别为两光束的光程差; c_1, c_2 为两光束的振幅。由此得高阶透射衍射波为:

$$D = BT_1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n [P_n + Q_n]$$

其中

$$\begin{aligned} Q_n &= c_2 \exp ik\{n\varphi + x(n \sin \theta_0 - \mu \sin \theta_x) \\ &\quad - y\beta \sin \theta_y + n\delta_{0-r} + \Delta_2\} \\ &= c_2 \exp ik\{n\varphi + x \sin \theta_{c,x}^{n,\mu} \\ &\quad - y\beta \sin \theta_y + n\delta_{0-r} + \Delta_2\} \\ P_n &= c_1 \exp ik\{n\varphi + x \sin \theta_{c,x}^{n,\nu} + y\alpha \sin \theta_y \\ &\quad + n\delta_{0-r} + \Delta_1\} \\ \sin \theta_{c,x}^{n,\nu} &= n \sin \theta_0 + \nu \sin \theta_x, \\ \sin \theta_{c,x}^{n,\mu} &= n \sin \theta_0 - \mu \sin \theta_x. \end{aligned}$$

在全息干板后放一透镜, 在透镜的后焦面上用空间滤波器选出 B_1 光束的 $-N$ 阶衍射及 B_2 光束的 $+N'$ 阶衍射, $N' \neq N$, 即所选的两衍射级次不一定相等。

所以 $V_1 = c_1 b_{-N} \exp ik\{-N\varphi + x \sin \theta_{c,x}^{-N,\nu} + y\alpha \sin \theta_y - N\delta_{0-r} + \Delta_1\}$
 $V_2 = c_2 b_{N'} \exp ik\{N'\varphi + x \sin \theta_{c,x}^{N',\mu} - y\beta \sin \theta_y + N'\delta_{0-r} + \Delta_2\}$

记录 V_1, V_2 的干涉强度分布:

$$\begin{aligned} I_2 &= |V_1 + V_2|^2 = (c_1 b_{-N})^2 + (c_2 b_{N'})^2 \\ &\quad + 2c_1 c_2 b_{-N} b_{N'} \cos k\{(N' + N)\varphi \\ &\quad + [(N' + N) \sin \theta_0 - (\mu + \nu) \sin \theta_x] \\ &\quad - y(\alpha + \beta) \sin \theta_y + (N' + N)\delta_{0-r} \\ &\quad + (\Delta_2 - \Delta_1)\} \end{aligned}$$

第2次记录同前一样也是非线性记录, 其全息图的振幅透射率可写为:

$$T_2 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} t_m \exp ikm \{ (N' + N)\varphi \\ + x[(N' + N)\sin\theta_c - (\mu + \nu)\sin\theta_x] \\ - y(\alpha + \beta)\sin\theta_y + (N' + N)\delta_{0-r} \\ + (\Delta_2 - \Delta_1) \}$$

再用两光束照明上述全息图,

$$U = U_1 + U_2 = d_1 \exp ik \{ x\nu_1 \sin\theta_{x1} \\ - y\alpha_1 \sin\theta_{y1} + \Delta_3 \} + d_2 \exp ik \\ \times \{ -x\mu_1 \sin\theta_{x1} + y\beta_1 \sin\theta_{y1} + \Delta_{21} \} \\ \nu_1, \mu_1, \alpha_1, \beta_1 = 0, 1, 2 \dots$$

衍射光为 $D_1 = T_2 U = T_2 U_1 + T_2 U_2$

使 U_1 光束的 $-M$ 级衍射与 U_2 光束的 $+M'$ 级衍射同时垂直于记录平面, 即它们的衍射方向相同, 傅里叶频谱相重叠。在透镜后焦面上用空间滤波系统选出该 $+M'$ 、 $-M$ 级衍射

$$\omega_1 = d_1 t_{-M} \exp ik \{ -M(N' + N)\varphi \\ - x[M(N' + N)\sin\theta_c \\ - M(\mu + \nu)\sin\theta_x - \nu_1 \sin\theta_{x1}] \\ - y[\alpha_1 \sin\theta_{y1} - M(\alpha + \beta)\sin\theta_y] \\ - M(N' + N)\delta_{0-r} \\ - M(\Delta_2 - \Delta_1) + \Delta_3 \}$$

$$\omega_2 = d_2 t_{M'} \exp ik \{ M'(N' + N)\varphi \\ + x[M'(N' + N)\sin\theta_c \\ - M'(\mu + \nu)\sin\theta_x - \mu_1 \sin\theta_{x1}] \\ + y[\beta_1 \sin\theta_{y1} - M'(\alpha + \beta)\sin\theta_y] \\ + M'(N' + N)\delta_{0-r} \\ + M'(\Delta_2 - \Delta_1) + \Delta_4 \}$$

调节两再现光倾角 θ_{x1} 、 θ_{y1} 使衍射方向垂直于记录平面, 这时上两式中位相因子除了 $\varphi(x, y)$ 外所有与 x, y 有关的量都为零, 即方括号项必为零:

$$M'(N' + N)\sin\theta_c - M'(\mu + \nu)\sin\theta_x \\ - \mu_1 \sin\theta_{x1} = 0 \\ \beta_1 \sin\theta_{y1} - M'(\alpha + \beta)\sin\theta_y = 0 \\ M(N' + N)\sin\theta_c - M(\mu + \nu)\sin\theta_x \\ - \nu_1 \sin\theta_{x1} = 0 \\ \alpha_1 \sin\theta_{y1} - M(\alpha + \beta)\sin\theta_y = 0$$

这时 ω_1, ω_2 已去掉(除了由于 φ 带来的以外)横向位相调制, 即:

$$\omega_1 = d_1 t_{-M} \exp ik \{ -M(N' + N)\varphi \\ - M(N' + N)\delta_{0-r} \\ - M(\Delta_2 - \Delta_1) + \Delta_3 \} \\ \omega_2 = d_2 t_{M'} \exp ik \{ M'(N' + N)\varphi \\ - M'(N' + N)\delta_{0-r} \\ - M'(\Delta_2 - \Delta_1) + \Delta_4 \}$$

这两光束在记录平面上的强度分布为:

$$I_3 = |\omega_1 + \omega_2|^2 = (d_1 t_{-M})^2 + (d_2 t_{M'})^2 \\ + 2d_1 d_2 t_{-M} t_{M'} \cos k \\ \times \{ (M' + M)(N' + N)\varphi \\ + (M' + M)(N' + N)\delta_{0-r} \\ + (M' + M)(\Delta_2 - \Delta_1) + \Delta_4 - \Delta_3 \}$$

可见上式的横向强度分布由 $(M' + M)(N' + N)$ 所决定, 即变形物体的位相畸变被放大了 $(M' + M)(N' + N)$ 倍。其他的位相因子与 (x, y) 无关, 并不会改变由 φ 所引起的横向强度分布。

适当调节光路可使得:

$$[(M' + M)(N' + N)\delta_{0-r} \\ + (M' + M)(\Delta_2 - \Delta_1) + \Delta_4 - \Delta_3] \\ \rightarrow 2k\pi$$

$$k = 0, 1, 2 \dots$$

这时记录的强度分布为:

$$I = (d_1 t_{-M})^2 + (d_2 t_{M'})^2 \\ + 2d_1 d_2 t_{-M} t_{M'} \cos k \\ \times \{ (M' + M)(N' + N)\varphi \}$$

如选取 $M' = M, N' = N$, 并使两光强度相等, 即 $d_1 t_{-M} = d_2 t_{M'}$, 上式进一步简化为:

$$I = 2(d_1 t_M)^2 [1 + \cos 4MN\varphi]$$

三、实验装置及步骤

首先在 Mach-Zehnder 干涉仪的一臂中插入位相物体 P , 在本文位相物体 P 为一非理想平面的平板玻璃, 如图 1 所示。 L_1 及 F_1 是滤波系统, 主要用来改善光斑质量; L_2 为准直透镜系统; M_1, M_2 为全反镜; BS_1, BS_2

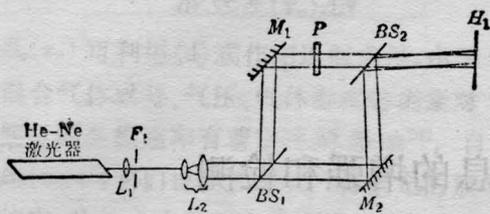


图 1

为 50% 分光镜。He-Ne 激光器的偏振方向垂直于入射面，光束 1 与光束 2 之间的夹角约为 1° 。两光束强度比约为 1:1。在 H_1 上放置干板记录由 P 所引起的位相调制的全息图。为了使 H_1 的高阶衍射有足够的强度，提高光能利用率，减小由于 BS_2 带来的光强损失，在拍 H_1 的高阶衍射干涉时用图 2(a) 的光路。空间滤波系统 F_2 处于 L_3 的后焦面，两小孔的距离不大于 1mm。以减小两衍射光的空间频率。其频谱如图 2(b) 所示。调节两光束的倾角，选出 N' 和 $-N$ 级衍射，并在 H_2 上记录干涉全息图。选择不同的 N' 及 N 主要是考虑两衍射光的强度越近越好。

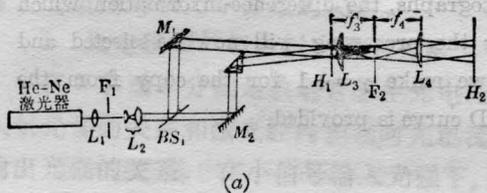


图 2

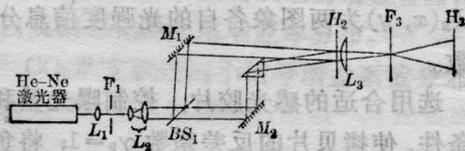


图 3

将处理后的 H_2 放在 H_1 的位置上，如图 3。空间滤波器在 $(x, y) = 0$ 处有一小孔，调节两光束使得 $+M'$ 及 $-M$ 级衍射垂直于记录平面，实验中尽量使 M' 及 $-M$ 衍射光的光强相等，以提高条纹的对比度。另外必须精确校对光路以减少由此带来的误差。

四、结果讨论

图 4(a)~(h) 是实验拍得的 H_3 干涉图样。因 BS_1 的分光比不准确度为 50%，两重现光强度不等，所以选取了不同的 N' 、 N 。

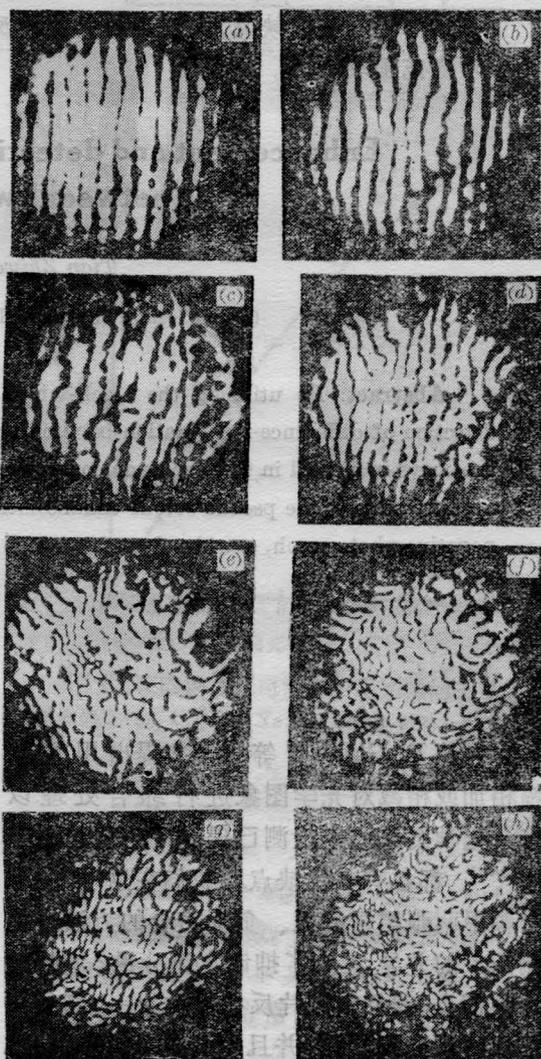


图 4

(下转第 419 页)

$$(n^{2\omega} - n^\omega) = |[(n_R^{2\omega} - n_R^\omega) - (n_L^{2\omega} - n_L^\omega)]| \quad (25)$$

由于已知的绝大多数晶体,其 $(n^{2\omega} - n^\omega)$ 都比 $|[(n_R^{2\omega} - n_R^\omega) - (n_L^{2\omega} - n_L^\omega)]|$ 大。因此,用上述办法总可以使(25)得到实现,从而得到相匹配。也可以用上述方法做到使(25)近于成立,然后用加磁场改变(25)右边项,以达更精确匹配。

2) 非双折射的旋光晶体: 对这类晶体,我们无法调整 $(n^{2\omega} - n^\omega)$ 的值,但可以选择一些晶体,使得(25)中两边的值尽量靠近,然后加磁场以增加右边项的绝对值,变化磁场使(25)得到满足。不幸的是现在所知的最好的自然旋光性晶体(如石英等),其单位长度旋转的角度最大只不过是 10^2 rad/cm 数量级,还远小于匹配要求。而要使(25)式近于满足,自然旋光率要大于 10^3 rad/cm 。而要把 10^2 rad/cm 提高一个数量级,需加非常大的磁场强度。故此类晶体难以得到采用,必须寻找更大的自然旋光率的晶体。目前在液晶中的某些种类,如胆固醇安息酸盐等可超过 10^3 rad/cm ,相信今后还会发现一些其它有希望的晶体。

当然,各种晶体都有其透明窗口,例如 AgGaS_3 等的透明窗口是从 $0.8 \mu\text{m}$ 到 $12 \mu\text{m}$ 。它们可望做为这个波段的倍频材料,从而弥补了正常倍频晶体所受的透明窗口限

制,把倍频器件伸到远红外。除此之外,由于旋光晶体倍频后的输出光的偏振方向随晶体长度变化,于是用旋光晶体做为倍频材料,可按要求设计晶体长度,使倍频光的偏振方向与泵浦光的偏振方向成某个角度,如 0° 、 45° 或 90° 等。即不但起倍频作用,也可起转动作用。当然,对旋光晶体的SHG研究,不单是应用上的兴趣,而且也具有理论上的兴趣^[8]。

六、结 论

在旋光晶体中,要实现SHG的完全位相匹配是不可能的,但在一定条件下,即使(12)或(13)式中之 \bar{d} 得到满足时,可以实现半位相匹配。当 \bar{d} 分量较大,且有合适的透明窗口时,就有望做为倍频材料。

参 考 文 献

- [1] H. Rabin, P. P. Bey; *Phys. Rev.*, 1967, **156**, 1010.
- [2] H. J. Simon, N. Bloembergen; *Phys. Rev.*, 1968, **171**, 1104.
- [3] A. Yariv; *Quant. Electr.*, 1975, 431.
- [4] A. Yariv; *Quant. Electr.*, 1975, 422.
- [5] M. V. Hobden; *Acta. Crystallogr.*, 1968, **A24**, 676.
- [6] B. H. Kasper, J. H. Mcfee; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1971, **QE-7**, 563.
- [7] E. K. Belove *et al.*; *Inorg. Mater.*, 1967, **3**, 543.
- [8] A. Yariv, J. F. Lotspeich; *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**, 273.

(上接第423页)

图4(a)为 $N=2, N'=3; M'=0, M=1$,即放大了 $(N+N')(M+M')=5$ 倍;(b)为 $(M'+M)(N+N')=(2+2)(2+3)=10$ 倍;(c)为 $N'=4, N=5; M=M'=1$,放大了18倍,(d)~(h)分别为 $26\times, 36\times, 52\times, 78\times, 104\times$ 。(h)的衍射级次选择为 $N'=6, N=7; M=M'=4$ 。 $(N'+N)(M+M')=104$ 。由图4(h)可看出放大104倍的干涉图样仍可看到有规律的条纹。未受随机噪声的严重影响,有较高的信噪比。这主要是由于只用两步全

息记录,大大减少了多步全息带来的随机噪声。实验上如采用高质量的光学系统,如高质量全反射镜及分光镜,仔细校对光路可望得到更高倍的低噪声位相差放大。

参 考 文 献

- [1] O. Bryngoloh; *JOSA*, 1968, **59**, 142.
- [2] K. Matsumoto *et al.*; *JOSA*, 1970, **60**, 30.
- [3] S. Toyooka; *Appl. Opt.*, 1974, **13**, No. 8, 2014.
- [4] K. Matsuda *et al.*; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 16, 2763.