

Fermi 折射率光波导的场分布和模方程

范俊清

(中国科学院长春物理所)

提要: 发展了有关 Fermi 折射率平面光波导模式的研究, 给出了对 a 和 d 的任意组合值都适用的场分布和模方程的精确公式。

Field profiles and mode equations of optical waveguide with Fermi index profile

Fan Junqing

(Changchun Institute of Physics, Academia Sinica, Changchun)

Abstract: The research on modes of planar optical waveguides with Fermi index profile is developed. The exact expressions of field profiles and mode equations which suit the cases of arbitrary a and d combination are derived.

一、前言

Fermi 函数可用于描述许多平面光波导的折射率分布^[1~3], 在 1984 年以前, 这种折射率的光波导模式未得到严格解^[1,4]。不久前, 文献[5]求解了 Fermi 折射率光波导的波动方程, 推得了 $d > a \ln 2$ 情形下的模方程, 但其得到的模方程仅在 d/a 很大的情形下是近似精确的, 只适用于准阶跃折射率波导。由于 Fermi 折射率光波导在 d 接近于零附近时其基模未必是截止的^[4], 而且集成光学的大部分器件是在单模波导上制作的, 所以研究对 a 和 d 的任何值都适用的精确解是有必要和理论意义的。

本文给出了对 a 和 d 的任何值都适用的

Fermi 折射率光波导的场分布和模方程的严格公式。根据这些公式, 能以任意精度计算场分布和波导参数, 不论是准阶跃折射率或不是准阶跃折射率。

二、TE 模

设平面光波导的折射率为

$$n^2(x) = \begin{cases} n_0^2 + \Delta n^2 f(x) & x \geq 0 \\ n_0^2 & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中 n_0 是衬底折射率, $\Delta n^2 = n_s^2 - n_0^2$, n_s 是表面折射率, n_0 是包层折射率, f 是 Fermi 函数^[4],

$$f(x) = (1 - e^{-d/a} + e^{-\frac{x-d}{a}})^{-1} \quad (2)$$

收稿日期: 1986 年 1 月 14 日。

其中 α 和 d 分别是折射率形状和波导厚度的参数。

略去指数因子, TE 模的 y 方向电场分量满足方程

$$E_y'' + k^2(n^2 - N^2)E_y = 0 \quad (3)$$

式中 k 是真空波数, N 是模有效折射率。在式(3)中令*

$$E_y = (-\zeta)^n u(\zeta) \quad (4)$$

其中 $\zeta = \zeta_0 e^{-x/a}$, $\zeta_0 = 1 - e^{d/a}$, 并采用文[5]的推导方法, 可得方程(3)在不同区域上的两种解如下:

$$E_{y1} = A \left(\frac{\zeta}{\zeta - 1} \right)^n (1 - \zeta)^{-i\tau} \times F \left(\alpha, \gamma - \beta, \gamma, \frac{\zeta}{\zeta - 1} \right), \left| \frac{\zeta}{\zeta - 1} \right| < 1, \quad (5a)$$

$$E_{y2} = C [B(-\zeta)^{-i\tau} \times F(\alpha, \alpha - \gamma + 1, \alpha - \beta + 1, \zeta^{-1}) + C \cdot C], |\zeta| > 1 \quad (6a)$$

式中, A 和 C 是常数, F 表示超几何函数, 其他符号的意义与文[5]使用的相同(见文[5]式(6)~(19)), 但 B 相当于该文式(19)的 C 。其实, 式(5a)和(6a)与该文之式(18)和(19)相同, 仅差一因子 $(-1)^n$ 。这里没有采用与文[5]之另一解对应的 $(-\zeta)^n F(\alpha, \beta, \gamma, \zeta)$, 因为实算表明它收敛较差。

在式(5a)和(6a)中含复值参数 α 、 β 、 B 和 $i\tau$ 等, 用于计算场分布时, 有时是不方便的。我们容易证明式(5a)和(6a)都是实值函数, 且对 $x \geq 0$ 恒有 $\zeta/(\zeta - 1) = v f(x) < 1$, 对 $d/a > \ln 2$ 和 $0 \leq x < a \ln(-\zeta_0)$ 有 $|\zeta| > 1$, 所以式(5a)及(6a)可分别写成如下形式:

$$E_{y1} = A [v f(x)]^n \sum_{i=0}^{\infty} C_i \times \cos[\varphi_i - \varphi(x)] [v f(x)]^i, x \geq 0, \quad (5b)$$

$$E_{y2} = 2C |B| \sum_{i=0}^{\infty} C'_i \times \cos[\varphi'_i - \varphi'(x)] (-\zeta_0 e^{-x/a})^{-i}, d/a > \ln 2 \text{ 且 } 0 \leq x < a \ln(-\zeta_0) \quad (6b)$$

式中

$$\begin{aligned} v &= 1 - e^{-d/a} \\ C_i &= \frac{1}{i!} \prod_{j=1}^i \frac{[(\eta + j - 1)^2 + \tau^2]^{1/2} \times [(\eta + j)^2 + \tau^2]^{1/2}}{(2\eta + j)}, \\ C_0 &= 1 \\ \varphi_i &= \sum_{j=1}^i \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{\tau}{\eta + j - 1} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\tau}{\eta + j} \right), \\ \varphi_0 &= 0 \\ C'_i &= \frac{1}{i!} \prod_{j=1}^i \frac{[(\eta + j - 1)^2 + \tau^2]^{1/2} \times [(\eta - j + 1)^2 + \tau^2]^{1/2}}{(j^2 + 4\tau^2)^{1/2}}, \\ C'_0 &= 1 \\ \varphi'_i &= \sum_{j=1}^i \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{2\tau}{j} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\tau}{\eta - j + 1} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\tau}{\eta + j - 1} \right), \varphi'_0 = 0 \\ \varphi(x) &= \tau \ln(1 - \zeta_0 e^{-x/a}) \\ \varphi'(x) &= \arg B - \tau \ln(-\zeta_0) + \frac{\tau}{a} x \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\eta = ak(N^2 - n_0^2)^{1/2}$ (即文[5]之式(8)), $|B|$ 和 $\arg B$ 分别表示 B 的模和幅角^[5]

$$|B| = \prod_{j=1}^{\infty} \frac{[(\eta + j)^2 + \tau^2]^{1/2} \times [(\eta + j - 1)^2 + \tau^2]^{1/2}}{[(j - 1)^2 + 4\tau^2]^{1/2} (2\eta + j)} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \arg B &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{\eta}{\tau} + \sum_{j=1}^{q-1} \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{2\tau}{j} - 2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{\tau}{\eta + j} \right) + R(q) \\ R(q) &= 2(\eta + q) \operatorname{tg}^{-1} \frac{\tau}{\eta + q} - q \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\tau}{q} \\ &\quad + \tau \ln \frac{(\eta + q)^2 + \tau^2}{q^2 + 4\tau^2} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

以下, 我们要根据上述结果, 进一步讨论场分布和模方程, 发展文[5]的结果, 分两种情形讨论。

1. 单模或 $d/a \leq \ln 2$ 的情形

根据式(5a)和(5b)及场在 $x < 0$ 区域是指数衰减的, 可得方程(3)在 $-\infty < x < +\infty$ 上于 $x = 0$ 处连续的解为

* 文[5]中此变换为 $E_y = \zeta^n u(\zeta)$, 本文改为 $E_y = (-\zeta)^n u(\zeta)$, 以使 E_y 为实函数。

下, W 近似满足方程(3)。这时, H_y 可由式(10)、(13)和(17)得到, 不在此一一列出。由 H_y 的表示式及 $E_z = (1/(i\omega\epsilon_0 n^2)) H'_y$ 在 $x=0$ 处连续的条件, 可以推得: 对 $d/a \leq \ln 2$ 实用的 TM 模方程为

$$\sum_{i=0}^{\infty} C_i D_i \cos\left(\varphi_i - \frac{d\tau}{a} - \psi'_i\right) v^i = 0 \quad (19)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} D_i &= \sqrt{\left[\frac{n_s^2}{n_0^2} p + \left(\eta + l - \frac{\Delta n}{n_s} \right) e^{-d/a} \right]^2 + (\tau v)^2} \\ \psi'_i &= \text{tg}^{-1} \frac{\tau v}{\frac{n_s^2}{n_0^2} p + \left(\eta + l - \frac{\Delta n}{n_s} \right) e^{-d/a}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

对 $d/a > \ln 2$ 情形的模方程为

$$\tau \ln(-\zeta_0) - \arg B + \Phi_{\text{TM}} = (2m+1) \frac{\pi}{2} \quad (21)$$

式中

$$\Phi_{\text{TM}} = \text{tg}^{-1} \frac{\sum_{i=0}^{\infty} C'_i S_i \sin(\varphi'_i + \psi''_i) (-\zeta_0)^{-i}}{\sum_{i=0}^{\infty} C'_i S_i \cos(\varphi'_i + \psi''_i) (-\zeta_0)^{-i}} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} S_i &= \sqrt{\left(\frac{\Delta n^2}{2n_s^2} e^{-d/a} + \frac{n_s^2}{n_0^2} p - l \right)^2 + \tau^2} \\ \psi''_i &= \text{tg}^{-1} \frac{\tau}{\frac{\Delta n^2}{2n_s^2} e^{-d/a} + \frac{n_s^2}{n_0^2} p - l} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

四、传输特性和场分布图形

为了对上述结果有一直观了解, 我们利用第二节的公式计算了一例 TE 模的传输特性和场分布。计算中取 $n_s = 1.643$, $n_0 = 1.513$, $n_0 = 1$, $a = 0.35 \mu\text{m}$ [2]。图 1 示出的是归一化模有效折射率 $b = (N^2 - n_0^2)/(n_s^2 - n_0^2)$ 随 d 变化的曲线, 其中 $d < 0.4 \mu\text{m}$ 的曲线是按式(11)计算的, $d > 0.4 \mu\text{m} > a \ln 2$ 的部分是按式(15)计算的; 圆点表示实验数据 [4]。由此图可以看到, 理论结果与实验数据符合; 在 $0 < d < a \ln 2$ 范围内, 基模没有截止, 这与文 [4] 用 WKB 法计算的一致。

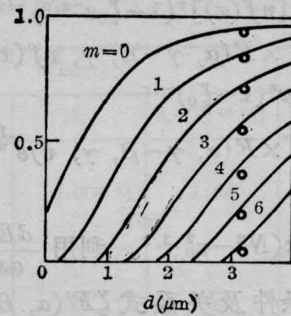
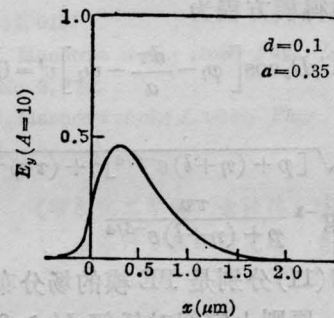
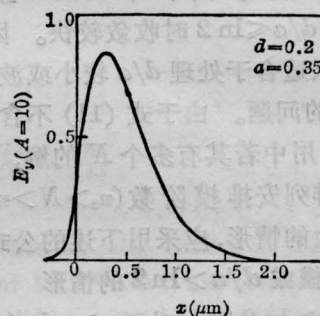


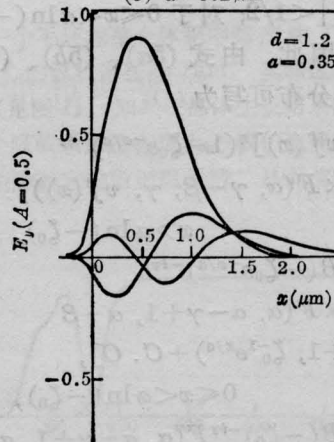
图 1 归一化模有效折射率 b 与 d 的关系曲线



(a) $d = 0.1 \mu\text{m}$



(b) $d = 0.2 \mu\text{m}$



(c) $d = 1.2 \mu\text{m}$

图 2 场分布图形

图 2 表示场分布图形。其中(a)和(b)分别是 $d=0.1\mu\text{m}$ ($N_0=1.544$) 和 $d=0.2\mu\text{m}$ ($N_0=1.552$) 的情形, 它们是据式(10)画的。这两种情形波导只存在一个模。(c)是 $d=1.2\mu\text{m}$ 时波导存在的三个模($N_0=1.612$, $N_1=1.568$, $N_2=1.530$)的场分布图形, 它是据式(13)画的。在上述图形的计算中利用了式(5b)和式(6b), 由这些图可以看到, 在 $x<0$ 和 $x\rightarrow\infty$ 时场呈指数衰减形式, 在其他处场呈振荡形式, 且振动峰数为 $m+1$ 。这与其他波导特性相似。此外, d 很小时(如(a)和(b)的情形)场可深至表面下大于 d 很多处, 这是因 d/a 很小, 折射率比较缓变造成的。

五、结 语

我们详细研究了 Fermi 折射率平面光

波导的模式, 给出了对任何 a 和 d 的值都适用的场分布和模方程的严格公式, 发展了已有工作。结果可用于许多平面光波导的研究^[1~3]。

参 考 文 献

- [1] P. K. Tien et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1974, **24**, No. 10, 503.
- [2] 董贺超, 范俊清; 《中国激光》, 1984, **11**, No. 11, 691.
- [3] 董贺超, 范俊清; “苯甲酸质子交换 LiNbO₃ 波导折射率分布函数的拟合”, 中国第三届集成光学学术会议论文集, 1985, p. 77.
- [4] 范俊清, 董贺超; 《光学学报》, 1984, **4**, No. 7, 620.
- [5] 杨指南, 陈倜荣; 《光学学报》, 1985, **5**, No. 5, 440. T. R. Chen, Z. L. Yang; *Appl. Opt.*, 1985, **24**, No. 17, 2809.

一种新型 CO-CO₂ 选支激光器研制成功

1986 年底, 中国科学院上海光机所研制出一种新型的封离式室温工作 CO-CO₂ 选支激光器, 它能在 CO₂ 激光器工作波段和 CO 激光器工作波段调谐输出激光。工作气体为 CO-CO₂-N₂-Xe-He 的混合气体放电管长为 1m, 采用适当共振腔结构和选支技术, 在 5.2~6.3 μm 和 9.2~10.8 μm 光谱区获得近两百条激光输出, 强线功率达数瓦。改变 CO₂ 气体浓度, 将同时改变 CO 和 CO₂ 激光光谱线的相对强度和谱线数目。目前该器件已连续运转超

过 100 小时。

由于一台选支 CO-CO₂ 激光器能起到二台激光器的作用, 有效地提高了器件的使用功能, 为激光光谱研究和有关激光检测带来方便, 因此, 这种激光器可望得到更为广泛的应用。

(中国科学院上海光机所 归振兴 张顺怡

沈桂荣 王润文

1987 年 1 月 6 日收稿)

激光热处理宽带扫描转镜研制成功

天津纺织工学院激光加工研究室承担的国家科委“六·五”攻关项目《激光热处理中光束处理新技术——正多面体光学转镜的研究》于一九八六年十二月六日在天津通过国家级鉴定。市售的千瓦级 CO₂ 激光器, 输出的激光光强分布一般来说是不均匀的, 因而一次处理宽度较窄(小于 4mm)。天津纺织工学院采用正多面转镜方式, 成功地实现了千瓦级 CO₂ 激光热处理的宽带扫描。已研制成功两种样机: GJ-II 型, 在 2kW 激光功率下一次淬硬宽度在 9~26mm 范围内连续可调, 光束摆动频率在

~56,000 次/分范围内连续可调。GJ-III 型, 在 2kW 功率下一次淬硬宽度在 7~29.5mm 范围内连续可调, 光束摆动频率在 0~128,000 次/分内连续可调。经在块规等若干产品上进行激光淬火、激光熔敷、激光合金化等方面的应用, 证明该转镜具有一次硬化宽度大、硬度分布均匀、扫宽和扫频均能连续可调等特点, 完全适用于 1~10kW 高功率 CO₂ 激光较大面积的热处理。

(天津纺织工学院 杨洗陈

1986 年 12 月 29 日收稿)