中国激光

第 14 卷 第 4 期

光与 CO 激光介质共振作用的理论分析

王 裕 民

（中国科学院上海光机所）

提要：从一个简化的 CO 激光器解析模型出发，分析了单支振转跃迁和共振自吸收对 CO 振动分布函数的影响。研究了增益饱和特性及共振自吸收的泵浦效应。

Theoretical analysis of resonant interaction between light and CO laser medium

Wang Yumin

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

Abstract: Using a simplified analytical model of CO laser, we have analysed the influence of a single branch vibratational transition and resonant self-absorption on the vibrational distribution function and studied the characteristics of gain saturation and the pump effect of the resonant self-absorption.

通常要计算 CO 分子各振动能级粒子分布及其与光的共振作用，必须解近百个速率方程，这是很繁琐的。对 CO 激光器采用两能级近似是不恰当的。我们需要一个既简单又能反映各种能量交换过程的解析模型[1]。为了给出解析形式，Bran[2]，Г ордиеч 等人[3]将振动量子数看作连续变量，引入了具有连续变量的振动分布函数，以后又有些工作发展它[4,5]。本文采用更简化的形式，将光的作用用 δ 函数表示，由此研究了单支辐射对振动分布函数的影响；指出了增益饱和特性与通常的两能级近似的差别；研究了R支共振自吸收对振动分布函数的影响——共振自吸收的泵浦效应。

一、振动分布函数方程

在 CO 分子中由于振转谱线密集，往往出现谱线重叠。跃迁 $P_{l+1\to l}(J)$ 的增益轮廓有时与更高振动能级的 $R_{k+1\to k}(J')$ 线轮廓有交叠，因一般R支增益为负，因此表现为共振自吸收[6]。

设振动分布函数为 $f_v\equiv N_v/N_{CO}$，N_{CO} 为 CO 分子的密度。在单量子交换近似下分布函数满足以下方程[7]

$$\frac{\partial f_v}{\partial t}=\Pi_{v+1}-\Pi_v+q_v \qquad (1)$$

收稿日期：1985 年 3 月 13 日。

Π_{v+1} 为 $v+1$ 向 v 能级传输的净粒子流速率 ($s^{-1}\cdot cm^{-3}$)，包括通过 VV 碰撞、VT 弛豫、自发辐射及感应跃迁所引起的“粒子流”，

$$
\begin{aligned}
\Pi_{v+1}=&\sum_{m=0}^{\infty}\left[Q_{v+1,v}^{m,m+1}f_m f_{v+1}-Q_{v,v+1}^{m+1,m}f_{m+1}f_v\right]\\
&+(P_{v+1}+A_{v+1})f_{v+1}\\
&+\frac{I\sigma_{v+1}^{(P)}(J)}{h\omega_0}\left[f_{v+1}-\delta_v^{(P)}(J)f_v\right]\delta_{v,l}\\
&+\frac{I\cdot\sigma_{v+1}^{(R)}(J')}{h\omega_0}\left[f_{v+1}-\delta_v^{(R)}(J')f_v\right]\\
&\times\delta_{v,k}
\end{aligned}\tag{2}
$$

其中 $Q_{v+1,v}^{m,m+1}$ 为 VV 交换速率系数(如 $CO(v+1)+CO(m)\rightarrow CO(v)+CO(m+1)$)，$P_{v+1}$、$A_{v+1}$ 分别为 VT 弛豫及自发辐射引起 $v+1\rightarrow v$ 的交换速率，q_v 为电子碰撞激发经 $0\rightarrow v$ 的激发速率，直接由电子碰撞激发的振动能级一般在 $v<8$。I 为对应跃迁线 $P_{l+1\rightarrow l}(J)$ 的光强，

$$
\delta_{v,l}=\begin{cases}1(v=l)\\0(v\neq l)\end{cases}
$$

又 $\qquad \Pi_0=0,\ q_0=-\sum_{i=1}^{\infty}q_i,$

由(1)式得

$$
\frac{\partial\sum_{i=0}^{v}f_i}{\partial t}\simeq\Pi_{v+1}。\tag{3}
$$

进一步设[7]

$$
\left.\begin{aligned}
&Q_{v+1,v}^{m,m+1}\\
&\quad\simeq Q_{1,0}(v+1)(m+1)\exp\left[-\delta_{VV}|v-m|\right]\\
&P_{v+1}\simeq P_{1\rightarrow 0}(v+1)\exp(\delta_{VT}v)\\
&A_{v+1}\simeq A_{1\rightarrow 0}(v+1)
\end{aligned}\right\}\tag{4}
$$

其中 δ_{VV}^{-1} 及 δ_{VT}^{-1} 分别代表 VV 及 VT 交换“半径”。近似有经验关系，$\delta_{VV}\sim 8.4/\sqrt{T}$，$\delta_{VT}\sim 2.08/\sqrt{T}$。

在强的非玻尔兹曼平衡条件下，一般 $\frac{\partial\ln f}{\partial v}\ll 1$，所以可将离散型变量 v 变为连续变量。f_v 用 $f(v)$ 代换。利用福克-普朗克近似，得稳态的分布函数方程：

$$
\begin{aligned}
-&\frac{\partial}{\partial v}\left[F(v)^2\left(1-\frac{T}{2\Delta E}\frac{\partial^2\ln f}{\partial v^2}\right)\right]\\
&+2\mu\left[\exp(\delta_{VT}v)+\frac{A_{10}}{P_{10}}\right]F(v)\\
&+\frac{I\cdot g_{l+1}^{(P)}(J)}{N_{CO}\nu\cdot h\omega_0}\delta(v-l)\\
&+\frac{I\cdot g_{k+1}^{(R)}(J')}{N_{CO}\nu\cdot h\omega_0}\delta(v-k)=0,
\end{aligned}\tag{5}
$$

其中

$$
F(v)\equiv(v+1)f(v)\tag{6}
$$

增益系数为

$$
\left.\begin{aligned}
&g_{l+1}^{(P)}(J)\\
&\quad=N_{CO}\sigma_{l+1}^{(P)}(J)\left[f(l+1)-\delta_l^{(P)}(J)f(l)\right]\\
&g_{k+1}^{(R)}(J')\\
&\quad=N_{CO}\sigma_{k+1}^{(R)}(J')\left[f(k+1)-\delta_k^{(R)}(J')f(k)\right]
\end{aligned}\right\}\tag{7}
$$

$$
\nu\equiv\frac{4\Delta EQ_{10}}{T\delta_{VV}^3},\tag{8}
$$

$$
\mu\equiv\frac{P_{10}}{2\nu},\tag{9}
$$

ν 为 VV 过程的特征交换速率，μ 代表 VT 过程与 VV 过程特征速率之比。一般 $\mu\ll 1$。光与能级 l，$l+1$ 及 k，$k+1$ 的共振相互作用以狄拉克 δ 函数表示。

二、近 似 解

实验结果及数值计算表明[8]，CO 分子振动分布函数远远偏离玻尔兹曼分布。并存在一个下降缓慢的“阱区”，阱区下限以 v^* 表示[4,7]，

$$
v^*\simeq\frac{E_1}{2\Delta E}\frac{T}{T_1}+1/2,\tag{10}
$$

其中 T_1 为由 $v=0$ 及 $v=1$ 能级粒子按玻尔兹曼分布所定义的温度，

$$
f(1)/f(0)=\exp(-E_1/T_1)\tag{11}
$$

在 $v\ll v^*$ 时，可忽略 VT 弛豫及自发辐射。分布函数近似为[9]

$$
\begin{aligned}
f(v)\simeq f(0)\exp\Big\{&-v\left(\frac{E_1}{T_1}-\frac{(v-1)\Delta E}{T}\right)\\
&-\frac{1}{2}\left(\frac{v}{v^*}\right)^2\Big\}。
\end{aligned}\tag{12}
$$

当 $v>v^*$ 时忽略 $\dfrac{\partial^2 \ln f}{\partial v^2}$ 项[3~5]。在 $I=0$ 时(5)式的稳态解为

$$(v+1)f^{(0)}(v)=C-\mu\Delta(v,\ v^*) \quad (13)$$

其中

$$C=f(0)(v^*+1)\exp[-v^{*2}\Delta E/T-1/2] \quad (13')$$

上述解要满足连续条件，即在边界 $v=v^*$ 上，(12)与(13′)应重合。C 是个很重要的量。它是振动温度 T_1 及平动温度 T 的函数。它反映了振动能级的泵浦强度。

$$\Delta(v,\ v^*)\equiv\frac{e^{\delta_{VT}v}-e^{\delta_{VT}v^*}}{\delta}+\frac{A_{10}}{P_{10}}(v-v^*) \quad (14)$$

Δ 表示 VT 过程及自发辐射对分布函数的影响。公式(5)中我们假设感应辐射发生在 $l+1\to l$ 的 P 支，而共振吸收发生在 $k+1\to k$ 的 R 支。从(5)式可见，$v>l$ 能级所发生的辐射是不会影响到 $v<l$ 的能级的（注意它只在稳态情况下成立）。所以在光存在时，对于 $v^*\leqslant v\leqslant l$ 区域仍有

$$(v+1)f(v)=(v+1)f^{(0)}(v)=C-\mu\Delta(v,\ v^*) \quad (15)$$

对于 $l\leqslant v\leqslant k$ 区域，(5)式可写为：

$$\frac{dF^2}{dv}+2\mu(l^{\delta_{VT}v}+A_{10}/P_{10})F+W_{l+1}^{(P)}\delta(v-l)=0 \quad (16)$$

其中

$$\left.\begin{aligned}&F\equiv(v+1)f(v)\\&W_{l+1}^{(P)}=\frac{I\cdot g}{N_{CO}\cdot\nu\cdot h\omega}\\&g\equiv g_{l+1}^{(P)}(J)\\&\quad=N_{CO}\sigma_{l+1}^{(P)}(J)[f(l+1)-\delta_l^{(P)}(J)f(l)]\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

在 $v=l$ 边界上，也应满足衔接条件，即 $f(l)=f^{(0)}(l)$。由于 $\mu\ll 1$，当 $l<v<k$ 时，将 F 按 μ 的幂级数展开到一级近似得：

$$\begin{aligned}&(v+1)f(v)\\&\quad\simeq[C^2-W_l+2\mu C\Delta(l,\ v^*)\\&\qquad-2\mu\sqrt{C^2-W_l}\,\Delta(v,l)]^{1/2}\end{aligned} \quad (18)$$

为了给出增益系数表达式，(18)式中令 $v=l+1$，利用(17)式消去 F^2 得

$$\begin{aligned}&(l+1)^2\left[\frac{g}{N_{CO}\sigma_{l+1}^{(P)}(T)}+\delta_l^{(P)}(J)f(l)\right]^2\\&\quad=F(l)^2-W_{l+1}\\&\qquad-2\mu\sqrt{C^2-W_{l+1}}\,\Delta(l+1,l)\end{aligned} \quad (19)$$

其中 $F(l)^2=C^2-2\mu C\Delta(l,\ v^*)$。

上式中令 $I=0$，得小信号增益系数

$$\begin{aligned}&g^{(0)}\equiv g_{l+1}^{(0)}(J)\\&\quad=N_{CO}\sigma_{l+1}^{(P)}(J)[f^{(0)}(l+1)-\delta_l^{(P)}(J)f^{(0)}(l)]\end{aligned} \quad (20)$$

$f^{(0)}(v)$ 由(7.1)式给出。

(19)式可进一步近似为

$$\begin{aligned}&g^2+g\left\{2N_{CO}\delta_l^{(P)}(J)\sigma_{l+1}^{(P)}(J)f^{(0)}(l)\right.\\&\qquad\left.+\frac{I\sigma_{l+1}^{2(P)}(J)N_{CO}}{\nu\cdot h\omega(l+2)^2}[1-\mu\Delta(l+1,\ l)/C]\right\}\\&\quad=g^{(0)}N_{CO}\sigma_{l+1}^{(P)}(J)\\&\qquad\times[f^{(0)}(l+1)+\delta_l^{(P)}(J)f^{(0)}(l)]。\end{aligned} \quad (19')$$

由此给出饱和强度（定义使 g 降为 $g^{(0)}/2$ 的光强）

$$\begin{aligned}I_s&=\frac{h\omega}{\sigma_{l+1}^{(P)}(J)}\\&\quad\times\nu\cdot\frac{1.5f^{(0)}(l+1)+0.5\delta_l^{(P)}(J)f^{(0)}(l)}{l-\mu\Delta(l+1,\ l)/C}\\&\quad\times(l+2)^2\\&=\frac{h\omega}{\sigma_1^{(P)}}\nu\\&\quad\times\frac{1.5f^{(0)}(l+1)+0.5\delta_l^{(P)}(J)f^{(0)}(l)}{1-\mu\Delta(l+1,\ l)/C}\\&\quad\times\frac{(l+2)^2}{l+1}\\&\simeq\frac{h\omega}{\sigma_1^{(P)}}\nu\cdot C\cdot\left[1.5+0.5\delta_l^{(P)}(J)\frac{l+2}{l+1}\right]\\&\quad\times\frac{l+2}{l+1}\cdot\frac{1-\mu\Delta(l+1,\ v^*)/C}{1-\mu\Delta(l+1,\ l)/C}\end{aligned} \quad (21)$$

（其中 σ_1 为 $v=1\to 0$ 的增益截面）。增益系数

$$\left.\begin{aligned}&g=-\beta+\sqrt{\beta^2+\gamma}\\&\beta=N_{CO}\delta_l^{(P)}(J)\sigma_{l+1}^{(P)}(J)f^{(0)}(l)\\&\qquad+\frac{I\sigma_{l+1}^{2(p)}(J)N_{CO}}{2\nu\cdot h\omega(l+2)^2}(1-\mu\Delta(l+1,\ l)/C)\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}\gamma=&N_{\mathrm{CO}}^{2}\sigma_{l+1}^{(P)}(J)^{2}\\&\times[f^{(0)}(l+1)^{2}-\delta_{l}^{(P)}(J)^{2}\cdot f^{(0)}(l)^{2}]\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

当

$$\delta_{l}^{(P)}(J)f^{(0)}(l)\gg f^{(0)}(l+1)-\delta_{l}^{(P)}(J)f^{(0)}(l) \tag{23}$$

时，CO 振转跃迁的增益饱和公式 (22) 才变为通常的二能级均匀展宽的增益饱和关系：

$$g\simeq\frac{g^{(0)}}{1+I/I_{s}}, \tag{23'}$$

其中

$$\begin{aligned}I_{s}\simeq&\frac{2h\omega}{\sigma_{1}^{(P)}}\nu\cdot C\cdot\left(\frac{l+2}{l+1}\right)\\&\times\frac{1-\mu\Delta(l+1,\ v^{*})/C}{1-\mu\Delta(l+1,\ l)/C}\end{aligned} \tag{24}$$

对于 $v>k$ 能级分布函数，它满足方程：

$$\begin{aligned}\frac{dF^{2}}{dv}&+2\mu\left(l^{\delta_{VT}v}+\frac{A_{10}}{P_{10}}\right)F\\&+W_{l+1}^{(P)}\delta(v-l)+W_{k+1}^{(R)}\delta(v-k)=0\end{aligned} \tag{25}$$

其中 $W_{k+1}^{(R)}\equiv\dfrac{Ig^{(R)}}{N_{\mathrm{CO}}\cdot\nu\cdot h\omega}$ 为自吸收能级的感应辐射系数。

$g^{(R)}=N_{\mathrm{CO}}\sigma_{k+1}^{(R)}(J')[f(k+1)-\delta_{k}^{(R)}(J')f(k)]$ 为 $R_{k+1\sim k}(J')$ 的增益系数。与计算 g 的过程一样可得

$$\left.\begin{aligned}g^{(R)}\equiv&g_{k+1\sim k}^{(R)}(J')=-\beta'+\sqrt{\beta'^{2}+\gamma'}\\\beta'=&N_{\mathrm{CO}}\Big[\sigma_{k+1}^{(R)}(J')\delta_{k+1}^{(R)}(J')f(k)\\&+\frac{\sigma_{k+1}^{2(R)}(J')J'}{2h\omega\cdot\nu\cdot(k+2)^{2}}(1-\mu\Delta(k+1,k)/C)\Big]\\\gamma'=&N_{\mathrm{CO}}^{2}\sigma_{k+1}^{2(R)}(J')\Big[C^{2}\Big(\frac{1-2\mu\Delta(k+1,v^{*})/C}{(k+2)^{2}}\\&-\delta_{k}^{2(R)}(J')\frac{1-2\mu\Delta(k,\ v^{*})/C}{(k+1)^{2}}\Big)\\&-W_{l+1}^{(P)}\Big(\frac{1-\mu\Delta(k+1,\ l)/C}{(k+2)^{2}}\\&-\delta_{k+1}^{2(R)}(J')\frac{1-\mu\Delta(k,\ l)/C}{(k+1)^{2}}\Big)\Big]\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

解方程(25)，注意在边界上$(v=k)$满足衔接条件与以前类似地可得 $v\geqslant k+1$ 时振动分布函数，

$$\begin{aligned}(v&+1)f(v)\\\simeq&[C^{2}-(W_{l+1}^{(P)}+W_{k+1}^{(R)})-2\mu C\Delta(l,\ v^{*})\\&-2\mu\sqrt{C^{2}-(W_{l+1}^{(P)}+W_{k+1}^{(R)})}\\&\times\Delta(v,\ l)]^{1/2}\end{aligned} \tag{27}$$

三、数值结果及讨论

我们利用以上得到的公式研究了光对振动分布函数的影响、共振自吸收的泵浦效应以及介质的增益饱和特性。在以下具体例子中气体成分为 CO:Xe:Ne=1:1.5:15，气压 ~30 Torr。假设 $T_{\mathrm{rot}}=T$。为了与一般实验结果及文献中结果大致一致，取 $T_{1}=2800\mathrm{K}$。图 1 给出了 $T=300\mathrm{K}$ 及 350K 时，当 $P_{11\sim10}(18)$ 和 $P_{12\sim11}(16)$ 分别振荡时的振动分布函数。由图 1 或(5)式可见，$v=l+1\rightarrow l$ 发生跃迁时，$v\leqslant l$ 的能级并不受影响，而 $v>l$ 所有能级的分布函数都减小了。这也就解释了 CO 激光器中高振动态的跃迁对低层跃迁几乎没有影响，但低层跃迁对高振动态的激光跃迁影响很大[9]。

图 2 给出了共振自吸收对振动分布函数

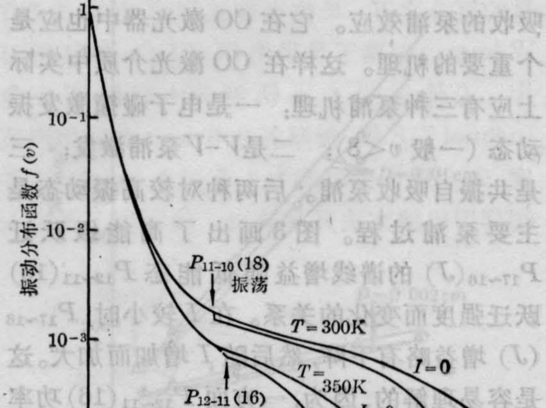

图 1 P 支振荡对 $f(v)$ 的影响

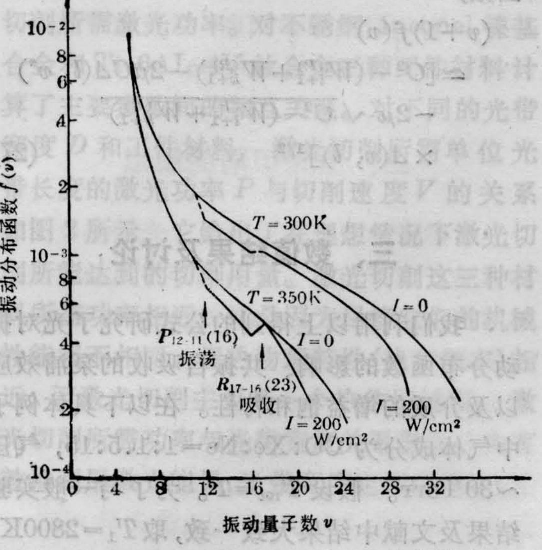

图 2　R 支的共振自吸收对分布函数的影响

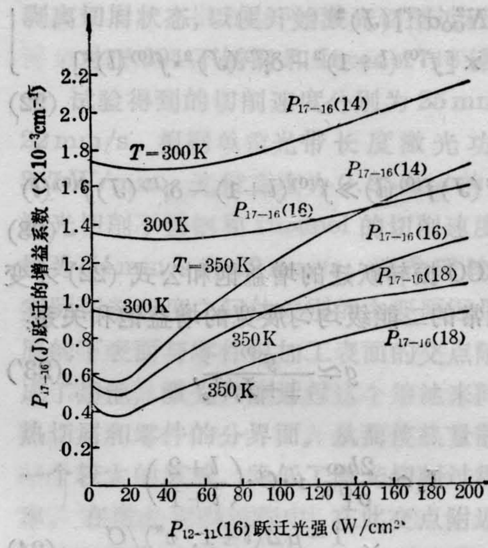

图 3　$P_{17\sim16}(J)$ 的增益系数与 $P_{12\sim11}(16)$ 振荡功率的关系

的影响。$P_{12\sim11}(16)$ 的增益轮廓与 $R_{17\sim16}(23)$ 的吸收轮廓有交叠，一方面 $P_{12\sim11}(16)$ 的辐射引起 $v\geqslant12$ 能级分布函数的减小；另一方面由于 $R_{17\sim16}(23)$ 的吸收却引起 $v\geqslant17$ 能级分布函数的增加。为了更好地说明问题，图中画出 $I=200\,\text{W/cm}^2$ 的情况。有趣的是 $v=17$ 能级的粒子数增加了，而 $v=16$ 能级粒子数却减少了。因此使一系列的 $P_{17\sim16}(J)$ 谱线的增益有较明显的增大。这一现象在实验上已观察到了[9]。我们将它称为共振自吸收的泵浦效应。它在 CO 激光器中也应是个重要的机理。这样在 CO 激光介质中实际上应有三种泵浦机理：一是电子碰撞激发振动态（一般 $v<8$）；二是V-V泵浦激发；三是共振自吸收泵浦。后两种对较高振动态是主要泵浦过程。图 3 画出了高能级跃迁 $P_{17\sim16}(J)$ 的谱线增益随低能态 $P_{12\sim11}(16)$ 跃迁强度而变化的关系。在 I 较小时，$P_{17\sim16}(J)$ 增益略有下降，然后随 I 增加而加大。这是容易理解的，因为，一方面 $P_{12\sim11}(16)$ 功率的增加引起了 $v=17$ 能级粒子数的减少（通过 VV 过程）；另一方面又因自吸收（$R_{17\sim16}(23)$）引起了 $v=17$ 能级粒子数增加。由图 2 也可看到，存在共振自吸收与无共振吸收

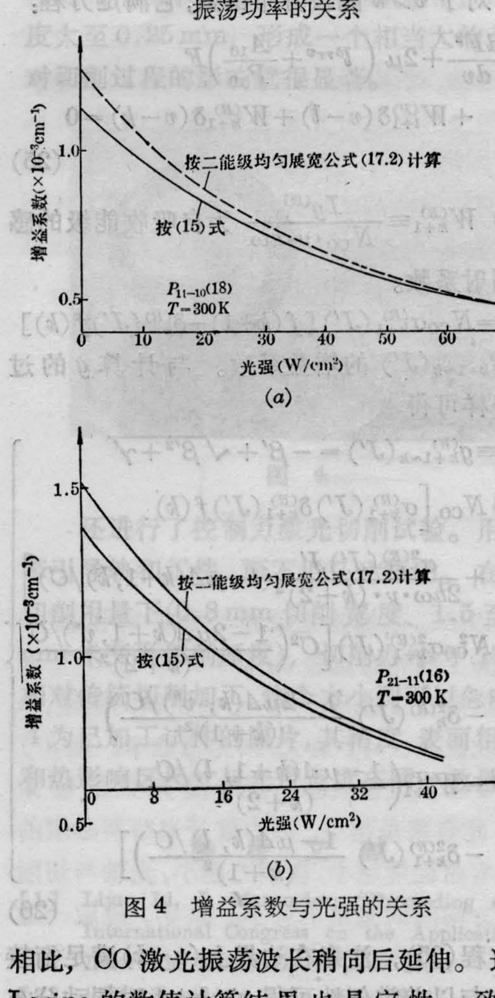

图 4　增益系数与光强的关系

相比，CO 激光振荡波长稍向后延伸。这与 Lacina 的数值计算结果也是定性一致的。

图 4(a) 及(b)给出 $P_{12\sim11}(16)$ 及 $P_{11\sim10}(18)$两条线的增益饱和特性。图中还画出了按二能级均匀加宽的增益饱和曲线。由公式(22)及图可见，由于各振动能级有很强的耦合，CO激光介质的增益饱和特性与二能级模型的增益饱和特性是略有区别的。但在满足(23′)式的关系时，两者就一致了。关于饱和强度，从公式(21)可见，与两能级系统不同的是：它不仅取决于弛豫速率(与两能级情况类似但此处是VV弛豫速率) $I_s\propto\nu$，而且与泵浦强度有关，即 $I_s\propto C(T_1, T)$。改变放电电流即改变了泵浦强度，也即改变了 T_1。因而 I_s 也发生了改变。I_s 与放电电流的关系我们已进行过测量[10]。图5给出了计算的 I_s 与 T 的关系。I_s 随放电介质温度升高而很快地下降，这是CO激光介质特有的温度效应。它是由于非谐性CO分子V-V能量交换所产生的效应。事实上，当温度升高时，CO振动分布函数的“阱区”下限迅速增加[公式(10)]，使参数 C 很快地减小，因而导致了 I 很快地减小。

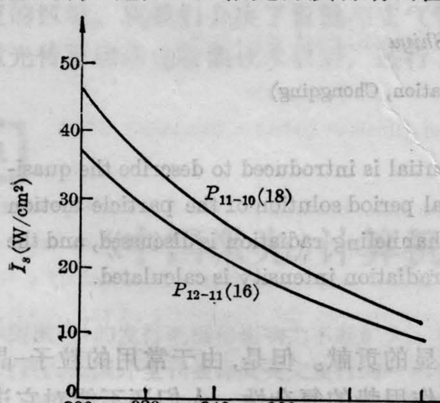

图5 饱和强度与温度的关系

四、结论

我们给出了一个简化处理CO激光介质与光相互作用的解析公式。分析了P支的共振辐射、R支共振自吸收对振动分布函数的影响；增益饱和特性及共振自吸收的泵浦效应。这些基本上与已知的实验是一致的。关于本文得到的共振自吸收泵浦效应与Lacina[6]数值计算的结果也是一致的(由于R支吸收引起高振动态增益的增强)。

参考文献

[1] 王裕民等;《光学学报》, 1983, **3**, No. 9, 797.

[2] C. A. Bram; *Physica*, 1972, **86**, 533.

[3] Б. Ф. Гордиец *и др.*; *ПМТФ*, 1974, №3, 13.

[4] А. П. Напартовиц *и др.*; *Кван. элекр.*, 1977, **4**, №10, 2125.

[5] 高智，孙文超;《物理学报》, 1980, **29**, No. 7, 905。

[6] W. B. Lacina *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1975, **26**, No. 3, 86.

[7] С. А. Жданов *и др.*; *ЖЭТФ*, 1979, **76**, №3, 86.

[8] J. W. Rich; *JAP*, 1971, **42**, 2719.

[9] 归振兴，张顺怡;《中国激光》, 1983, **10**, No. 6, 343.

[10] 王裕民等;《光学学报》, 1984, **4**, No. 6, 507.

简讯

同时辐射六种可见光波长的连续 He-Ne 激光器

同时在六条可见光波长上获得激光振荡的连续He-Ne激光器在中国计量科学研究院研制成功，这是国际上第一台有这种性能的He-Ne激光器。

1986年12月，中国计量科学研究院赵克功同志携带该院1986年11月份制造的两支He-Ne激光管到西德联邦技术物理研究院工作时，用它们同时调出六条可见光激光波长，它们是612、629、633、635、640和650nm，对它们所作的稳定性测量表明，波长稳定性均在10^{-10}以上。

据有关专家估计，这种激光器将在计量学、光谱学、测量技术等方面有很高的应用价值，并可创一些新的测试方法。 (纪 钟)