中国激光

第14卷　第2期

染料碰撞脉冲锁模的理论研究

陈钜涛　刘玉璞　王之江

（中国科学院上海光机所）

提要：提出染料碰撞脉冲锁模新理论，它的物理图象清晰，能较好地说明锁模脉冲的性质，特别在频率方面。

Theoretical study on colliding pulse mode-locking of dye lasers

Chen Jutao, Liu Yupu, Wang Zhijiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

Abstract: A new theory of colling pulse mode-locking of dye lasers is presented. Its physical picture is clear. It gives better illumination on the properties of the mode-locked pulses, especially those of frequency.

一、前　　言

碰撞脉冲锁模染料激光器是产生超短脉冲的重要手段，已有很多文章对它进行了细致的实验和理论研究[1~4]。但这些理论分析大都是建立在速率方程近似的基础上，认为饱和吸收体与增益介质的饱和作用分别对脉冲前后沿削波，与脉冲加宽因素一起形成短脉冲。实际上就最常用的R6G、DODCI碰撞锁模而言，光场与介质的相互作用是相干作用，用速率方程近似描述是不能令人满意的。实际上，即使速率方程近似，也需引入唯象滤波器 $F(\omega)=\left[1+i\left(\dfrac{\omega-\omega_0}{\Delta\omega/2}\right)\right]^{-1}$ 来代表相干作用的总效果[4]。近来，有人试图用二能级系统的布洛赫方程来描述光与介质的相互作用以计算锁模性质。但理论和结果都不能令人信服。我们细致地考虑了锁模过程及光与介质相互作用的细节，用自恰场方法计算了碰撞脉冲锁模的性质，预期的结果与实验相符。

二、基本方程

碰撞脉冲锁模激光器如图1所示。增益介质设为二能级系统，如图2，中心频率 ω_g；极化常数 $\mu_g=\langle 1|\hat{p}|2\rangle$；$T_2^g$ 为解相时间，它与光的相互作用用密度矩阵方程描述[5]：

$$
\begin{cases}
\dot{n}=\dfrac{i\mu_g}{\hbar}(E_0\sigma_{21}^*-E_0^*\sigma_{21})\\
\dot{\sigma}_{21}=i(\omega-\omega_g)\sigma_{21}-\sigma_{21}/T_2^g\\
\qquad-\dfrac{i\mu_g}{2\hbar}E_0 n
\end{cases}
\tag{1}
$$

收稿日期：1985年12月16日。

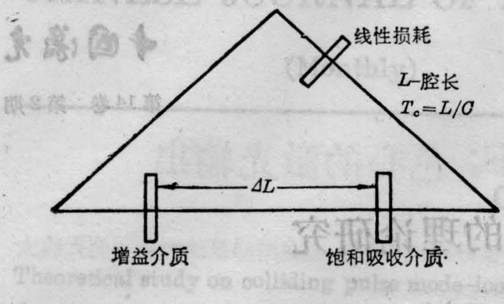

图1　碰撞锁模激光示意图

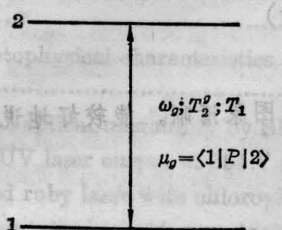

图2　增益介质能级示意图

T_2^g、T_1 分别为横向和纵向弛豫时间；$\omega_g=3.208\times10^{15}\,\mathrm{s^{-1}}$；对应波长 $\lambda_g=588\,\mathrm{nm}$

E_0 为光场 $E=\frac{E_0}{2}(e^{i(kz-\omega t)}+c\cdot c)$ 的慢变振幅，$n=\rho_{22}-\rho_{11}$ 为粒子数反转；σ_{21} 为密度矩阵对角元的慢变振幅。光场方程由麦克斯韦方程给出：

$$\frac{\partial\epsilon}{\partial z}-\frac{n}{c}\frac{\partial\epsilon}{\partial t}=-K_g\sigma_{21} \tag{2}$$

式中 $\epsilon=\frac{\mu_g}{\hbar}E_0$；$K_g=\frac{\omega N_g\mu_g^2}{2c\varepsilon\hbar}$，$N_g$ 为增益介质浓度（每单位体积的粒子数）。

因锁模脉宽远小于粒子数衰减时间 T_1，纵向弛豫在方程中略去而作为影响初始条件的因素，每次脉冲到达增益介质时的动态初始粒子数反转为：

$$n_i=n_0+(n_f-n_0)\exp\left(-\frac{\Delta t}{T_1}\right) \tag{3}$$

$\Delta t=\frac{2\Delta L}{c}$ 或 $\frac{L-2\Delta L}{c}$ 为上次脉冲通过至此脉冲到达的时间；n_f 为上次脉冲通过后的剩余粒子数反转；n_0 代表泵浦强度；是不发生激光振荡时泵浦源将粒子数反转泵至的稳态值。

由于吸收体与光的相互作用是相干的，所以，在光强足够强，以致吸收作用能在 $\Delta t\sim T_2^a$ 时间内将基态粒子数抽至上能级情况下（即满足条件 $\frac{\frac{1}{2}E_{\max}\mu_a}{\hbar}T_{\min}\gtrsim\pi$，

$$T_{\min}=\min\mathrm{imum}(\Delta T,\ T_2^a),$$

ΔT 为脉宽，$E_{\max}$ 为光场最大值），在相互作用期间，饱和吸收体不但吸收光，而且发射光。这样，饱和吸收体不但是吸收体，而且也是激光介质。锁模的机制是：增益介质放大脉冲前沿，由于增益饱和它对脉冲后沿作用较小。饱和吸收体则在脉冲前沿吸收光而在其后沿发射光，吸收体的吸收-发射过程与增益体的放大-饱和过程形成了锁模脉冲并维持稳态工作。吸收体的吸收-发射过程还决定了锁模光波长从增益中心 λ_g 红移到吸收体发射波长 λ_e 附近，碰撞过程则加速了吸收-发射过程的发展。从而可以得到更窄的脉冲（可以证明，薄样品近似下，如果碰撞的两光场全同，碰撞的作用等同于将介质方程的 E_0 换成等效的 $\sqrt{2}\,E_0$）。在锁模情况下，吸收-发射、放大-饱和及线性损耗过程是互补的和平衡的。这时，锁模系统的自洽场方程有稳定的周期解，即脉冲。当增益体足够浓，泵浦足够大，工作状态可以变为非锁模，腔内光场变为准连续。饱和吸收体与光相互作用不再是相干的。这样，饱和吸收体只作为普通的吸收损耗而不是激光介质。激光的性质也会发生突变（$\lambda\sim\lambda_e=615\,\mathrm{nm}$ 变为 $\lambda\sim\lambda_g=588\,\mathrm{nm}$，$\Delta T\sim T_2^a$ 变至 $\Delta T\sim\infty$）。这时，系统的自洽场方程存在稳定的定态解。

用化简了的密度矩阵方程描述饱和吸收体与光的相互作用，并引入弛豫项：

$$\left\{\begin{aligned}
\dot{\rho}_a&=-i\omega_a\rho_a-\rho_a/T_2^a-\frac{i\mu_a}{\hbar}E(\rho_{22}-\rho_{11})\\
\dot{\rho}_e&=-i\omega_e\rho_e-\rho_e/T_2^e-\frac{i\mu_e}{\hbar}E(\rho_{44}-\rho_{33})\\
\dot{\rho}_{11}&=-\frac{i\mu_a}{\hbar}(\rho_a^*E-\rho_aE^*)+\rho_{33}/\tau_1'\\
\dot{\rho}_{22}&=\frac{i\mu_a}{\hbar}(\rho_a^*E-\rho_aE^*)-\rho_{22}/\tau_1
\end{aligned}\right.$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
\dot{\rho}_{33} &= -\frac{i\mu_e}{\hbar}(\rho_e^* E - \rho_e E^*) - \rho_{33}/\tau_1' \\
\dot{\rho}_{44} &= \frac{i\mu_e}{\hbar}(\rho_e^* E - \rho_e E^*) + \rho_{22}/\tau_1
\end{aligned}
\right.
\tag{4}
$$

式中 $\rho_a = \langle 2|\Psi|1\rangle$; $\rho_e = \langle 4|\Psi|3\rangle$; ρ_{11}、ρ_{22}、ρ_{33}、ρ_{44} 分别为各能级的粒子占有数。注意到在吸收体中两反向传播的脉冲发生碰撞，将各量展开为傅氏级数[6]：

$$
\left\{
\begin{aligned}
E &= \frac{1}{2}(E + e^{i(kz-\omega t)} + E - e^{i(-kz-\omega t)} + c\cdot c) \\
\rho_\nu &= \Big(\sum_{p=0}^{\infty} \sigma_p^{\nu+} e^{2ipkz}\Big) e^{i(kz-\omega t)} \\
&\quad + \Big(\sum_{p=0}^{\infty} \sigma_p^{\nu-} e^{-2ipkz}\Big) e^{i(-kz-\omega t)} \\
\rho_{jj} &= n_0^j + \sum_{p=1}^{\infty} (n_p^j e^{2ipkz} + n_p^{j*} e^{-2ipkz}) \\
\nu &= a,\ e; \quad j = 1,\ 2,\ 3,\ 4。
\end{aligned}
\right.
\tag{5}
$$

将(5)代入(4)式，化简后可得如下无穷维微分方程组，计算时截断至 $p=0$, 1。即只考虑平均粒子数反转及粒子数瞬态光栅，这代表 E_+、E_- 通过粒子数的直接自耦合和直接互耦合。

$$
\left\{
\begin{aligned}
\dot{\sigma}_p^{a+} &= -i(\omega_a - \omega)\sigma_p^{a+} - \sigma_p^{a+}/T_2^a \\
&\quad - \frac{i\mu_a}{2\hbar}((n_p^2 - n_p^1)E_+ + (n_{p+1}^2 - n_{p+1}^1)E_-) \\
\dot{\sigma}_p^{a-} &= -i(\omega_a - \omega)\sigma_p^{a-} - \sigma_p^{a-}/T_2^a \\
&\quad - \frac{i\mu_a}{2\hbar}(n_p^{2*} - n_p^{1*})E_- + (n_{p+1}^{2*} - n_{p+1}^{1*})E_+) \\
\dot{\sigma}_p^{e+} &= -i(\omega_e - \omega)\sigma_p^{e+} - \sigma_{p+}^{e}/T_2^e \\
&\quad - \frac{i\mu_e}{2\hbar}((n_p^4 - h_p^3)E_+ + (n_{p+1}^4 - n_{p+1}^3)E_-) \\
\dot{\sigma}_p^{e-} &= -i(\omega_e - \omega)\sigma_p^{e-} - \sigma_p^{e-}/T_2^e \\
&\quad - \frac{i\mu_e}{2\hbar}((n_p^{4*} - n_p^{3*})E_- + (n_{p+1}^{4*} - n_{p+1}^{3*})E_+) \\
\dot{n}_0^1 &= -\frac{i\mu_a}{2\hbar}(E_+\sigma_0^{a+*} + E_-\sigma_0^{a-*} \\
&\quad - E_+^*\sigma_0^{a+} - E_-^*\sigma_0^{a-}) + n_0^3/\tau_1' \\
\dot{n}_0^2 &= \frac{i\mu_a}{2\hbar}(E_+\sigma_0^{a+*} + E_-\sigma_0^{a-*} \\
&\quad - E_+^*\sigma_0^{a+} - E_-^*\sigma_0^{a-}) - n_0^2/\tau_1 \\
\dot{n}_0^3 &= -\frac{i\mu_e}{2\hbar}(E_+\sigma_0^{e+*} + E_-\sigma_0^{e-*} \\
&\quad - E_+^*\sigma_0^{e+} - E_-^*\sigma_0^{e-}) - n_0^3/\tau_1' \\
\dot{n}_0^4 &= \frac{i\mu_e}{2\hbar}(E_+\sigma_0^{e+*} + E_-\sigma_0^{3-*} \\
&\quad - E_+^*\sigma_0^{c+} - E_-^*\sigma_0^{e-}) + n_0^2/\tau_1 \\
\dot{n}_p^1 &= -\frac{i\mu_a}{2\hbar}(E_+\sigma_{p-1}^{a-*} + E_-\sigma_p^{a-*} \\
&\quad - E_+^*\sigma_p^{a+} - E_-^*\sigma_{p-1}^{a+}) + n_p^3/\tau_1'; \quad p \neq 0 \\
\dot{n}_p^2 &= \frac{i\mu_a}{2\hbar}(E_+\sigma_{p-1}^{a-*} + E_-\sigma_p^{a-*} \\
&\quad - E_+^*\sigma_p^{a+} - E_-^*\sigma_{p-1}^{a+}) - n_p^2/\tau_1; \quad p \neq 0 \\
\dot{n}_p^3 &= -\frac{i\mu_e}{2\hbar}(E_+\sigma_{p-1}^{e-*} + E_-\sigma_p^{e-*} \\
&\quad - E_+^*\sigma_p^{e+} - E_-^*\sigma_{p-1}^{e+}) - n_p^3/\tau_1'; \quad p \neq 0 \\
\dot{n}_p^4 &= \frac{i\mu_e}{2\hbar}(E_+\sigma_{p-1}^{e-*} + E_-\sigma_p^{e-*} \\
&\quad - E_+^*\sigma_p^{e+} - E_-^*\sigma_{p-1}^{e+}) + n_p^3/\tau_1; \quad p \neq 0 \\
p &= 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ \infty
\end{aligned}
\right.
\tag{6}
$$

光场方程由麦克斯韦方程化简而得：

$$
\frac{\partial \epsilon_\pm}{\partial z} \mp \frac{n}{c}\frac{\partial \epsilon_\pm}{\partial t} = -\beta_a K_a \sigma_0^{a\pm} - \beta_e K_e \sigma_0^{e\pm}
\tag{7}
$$

式中，$\epsilon_\pm = \frac{\mu_a}{\hbar}E_\pm$; $K_a = \frac{\omega N_a \mu_a^2}{2c\varepsilon\hbar}$; $K_e = \frac{\omega N_a \mu_a \mu_e}{2c\varepsilon\hbar} = \left(\frac{\mu_e}{\mu_a}\right)K_a$; $\beta_a = \frac{n_0^1 + n_0^2}{n_0^1 + n_0^2 + n_0^3 + n_0^4}$; $\beta_e = 1 - \beta_a$。这里 β_a 表示处于二能级子系统 1-2 的粒子数与总粒子数之比，N_a 为饱和吸收体浓度(单位体积的粒子数)。

三、计 算 结 果

用下列参数描述模型，用自洽场方法分析碰撞脉冲锁模的性质。

$\alpha_a = K_a l_a$; $\alpha_g = K_g l_g$; 其中 l_a、l_g 为两介质的厚度。α_a、α_g 为小信号吸收和增益。$m = \frac{\mu_a}{\mu_g}\sqrt{\frac{S_g}{S_a}}$; $R = \frac{\mu_e}{\mu_a}$, 其中 S_a、S_g 为在两介质处的光斑面积。γ 为线性损耗。

$$
\mathscr{E} = \int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\mu_g}{\hbar}E_+\right)^2 dt
$$

为脉冲的能量。

(1) 各参数对碰撞锁模性质的影响

图 4 和图 5 给出小信号吸收 α_a 的影响。随着 α_a 增加，锁模脉冲中心波长向红移，稳定区范围约 595～624 nm，与实验结果 600～630 nm 相近[7]。这个现象可这样解释，小信号吸收加大，则以 $\lambda_a=580$ nm 为中心的短波吸收增加。而吸收光形成的粒子数反转快速弛豫到子系统 3-4(见图 3)，使其粒子数反转增加，以中心波长 $\lambda_e=615$ nm 发谢的光相应增加短波吸收增加与长波发射增加促使锁模脉冲波长红移。由图还可见，曲线中有一极小点，在其附近，脉宽与自相关宽度对小信号吸收不敏感。

图 6、7 给出了泵浦对锁模性质的影响。

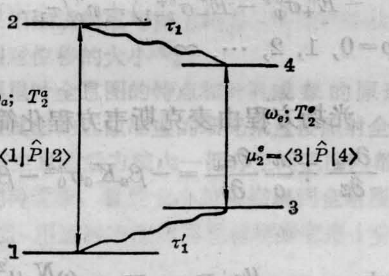

图 3 饱和吸收体能级示意图

T_2^a、T_2^e 分别是横向弛豫时间；$\omega_a=3.250\times10^{15}\,s^{-1}$ ($\lambda_a=580$ nm)；$\omega_e=3.065\times10^{15}\,s^{-1}$ ($\lambda_e=615$ nm)；τ_1、τ_1' 为快弛豫时间

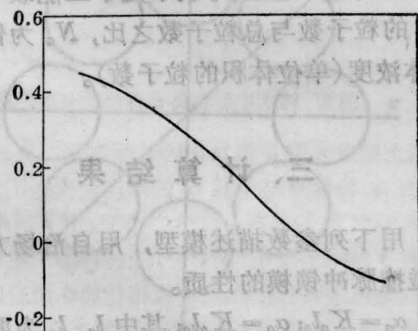

图 4 频率随 α_a 的变化

参数：$T_2^a=4.44\times10^{-15}$ s; $m=4.5$; $R=0.8$; $\tau_1=\tau_1'=0.08T_2^a$; $T_2^e=1.1T_2^a$; $\alpha_g=0.9$; $T_2^g=1.0T_2^a$; $T_1=0.8T_c$; $n_0=0.95$; $\gamma=0.1$, $\Delta L/L=0.25$

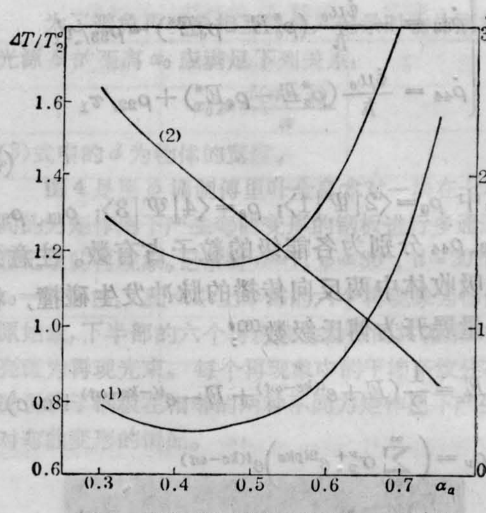

图 5 脉宽(1)和能量(2)随 α_a 的变化

(参数与图 4 相同；另一曲线为自相关宽度)

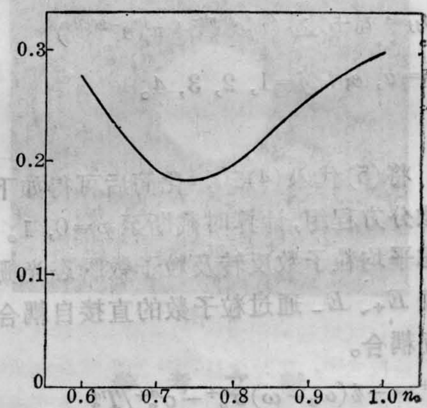

图 6 频率随 n_0 的变化

参数 $T_2^a=4.44\times10^{-15}$s; $m=3.5$; $R=0.8$; $\alpha_a=0.45$; $\tau_1=\tau_1'=0.08T_2^a$; $T_2^e=1.1T_2^a$; $\alpha_g=0.9$; $T_2^g=1.0T_2^a$; $T_1=0.8T_c$; $\gamma=0.1$; $\Delta L/L=0.25$

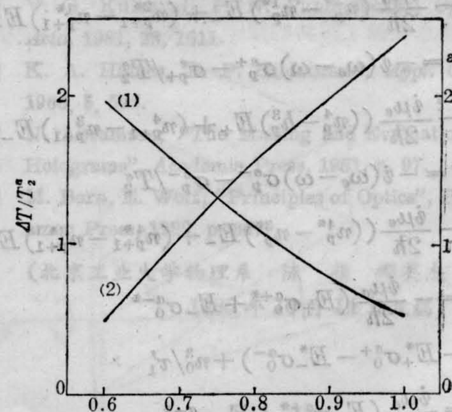

图 7 脉宽(1)和能量(2)随 n_0 的变化

(参数与图 6 相同)

在稳定区内泵浦强度增加，锁模脉冲能量加大，脉宽变窄，而频率的变化都是先向红移，然后向短波移。一般来说泵浦强度增加，激光会向增益中心 $\lambda_g=588\,\mathrm{nm}$ 靠，即向短波移。但另一方面，泵浦强度增加会导致脉冲能量增加，使饱和吸收体增加吸收，与之相联系的在长波 $\lambda_e=615\,\mathrm{nm}$ 附近的光发射相应增加，这是红移因素。

(2) 啁啾与波形

计算结果表明，脉冲的瞬时频率不是纯粹的负啁啾，而是脉冲前后沿有较大的正啁啾，脉冲中部有较小的负啁啾，可以近似写为 $\omega(t)=\omega_0-\alpha t+\beta t^2+\gamma t^3$。图 8 为饱和吸收体小信号吸收增加时脉冲光强最大处的 $\left.\frac{d\omega}{dt}\right|_{I\max}$ 的变化，它近似于脉冲中部的较小啁啾。图 9 为稳定区中部附近的典型波形和瞬态频率，可见脉冲中部约总能量的 70% 为负啁啾，半宽度内频率扫过约 3.2 nm。与实验结果 1 nm 大略相等[8]。脉冲的负啁啾是饱和吸收体与增益体共同作用的结果。饱和体吸收需要在脉冲前部吸收短波分量，而在后部则发射长波分量。由于饱和作用的关系，增益体的受激发射在脉冲前部总比后部多，这要求在多数情况下，稳态脉冲是负啁啾的。

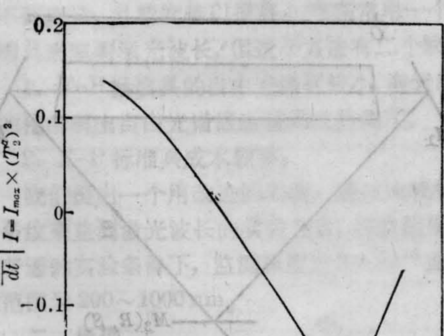

图 8 饱和吸收体浓度增加引起负啁啾增加

(参数同图 4)

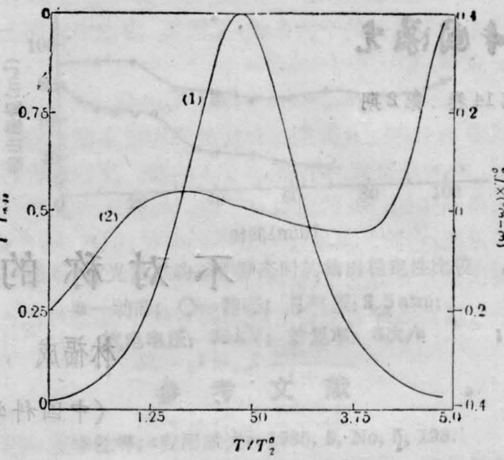

图 9 典型的脉冲波形(1)和瞬态频率(2)

参数 $\alpha_a=0.55$，其余与图 4 相同

用高斯和双曲正割波形去拟合计算结果，发现在脉冲较窄的情况下（$\Delta T<0.8T_2^a$），双曲正割波形吻合较好；而较宽情况下（$\Delta T>1.2T_2^a$），高斯波形吻合较好；中等宽度脉冲的波形则是从双曲正割波形向高斯波形过渡。

感谢张影华和张国轩同志的有益讨论。感谢钱家钧、沈慧娟同志提供计算机使用的方便和帮助。

参 考 文 献

[1] R. L. Fork *et al.*: *IEEE J. Quant. Electr.*, 1983, **QE-19**, No. 4, 500.

[2] D. Kühlke *et al.*; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1983, **QE-19**, No. 4, 526.

[3] Masayuki *et al.*; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1984, **QE-20**, No. 7, 197.

[4] D. Kühlke *et al.*; *Opt. and Quant. Electr.*, 1985, **16**, No. 1, 57

[5] A. Yariv; Quant. Electr., (John Wiley & Sins, Inc., New York, London, Sydney, Toronto, 1967), p. 152.

[6] Paul Mandel; *Opt. Commun.*, 1984, **51**, No. 2, 87.

[7] J.-C. Diels *et al.*; 《中国激光》, 1983, **10**, No. 8-9, 582.

[8] W. Dietel *et al.*: *Opt. Commun.*, 1982, **43**, No. 10, 433.

收稿日期：1985年10月24日。