中国激光
第14卷 第12期

不用狭缝的三维漫射体一步彩虹全息术

国 承 山
(山东师范大学物理系)

提要：对 A. Beauregard 的方法[1]进行了新的理论分析，发现通过移动成像透镜得到的合成狭缝应该定位在成像透镜所在的平面上，而不是在其后焦面上；合成狭缝的宽度也应该由下式确定：$W=2\lambda f/\varepsilon_l$。并对上述理论分析结果进行了实验验证。

Rainbow holography without slit of 3-D stationary object

Guo Chengshan
(Department of Physics, Shandong Teachers University, Jinan)

Abstract: A new theoretical analysis Beauregard's method show that the synthetic slit obtained by translating the lens is located in the lens plane instead of in the back focal plane of the lens; and the width of the synthetic slit ought to be determined by the formula: $W=2\lambda f/\varepsilon_l$. The theoretical analysis and the experimental results concerned are presented.

最近，A. Beauregard 等人[1]提出一种不用狭缝的三维漫射体一步彩虹全息术。他们在文章中指出，通过在全息图记录过程中沿垂直光轴方向移动成像透镜能够获得一个定位在成像透镜后焦面上的合成狭缝；还给出了确定合成狭缝宽度 W 的公式

$$W=\frac{2\lambda f}{\left[1-\frac{z_0}{f}\right]\varepsilon_l}, \tag{1}$$

式中 ε_l 是在记录过程中成像透镜的位移量，z_0 是物体到成像透镜的距离。但是，我们认为，上述结论是值得商榷的。

图1是 Beauregard 的文章中所采用的记录光路。下面的分析中，我们也采用这一光路并尽量采用相同的符号。

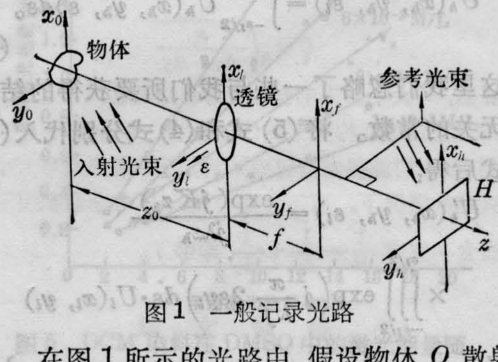

图1 一般记录光路

在图1所示的光路中，假设物体 O 散射的激光在成像透镜所在平面上的复振幅分布为 $O(x_l, y_l)$，透过透镜后的光场分布则为

$$U_l(x_l, y_l)=O(x_l, y_l)\times\exp\left[-j\frac{\pi}{\lambda f}(x_l^2+y_l^2)\right]。 \tag{2}$$

收稿日期：1986年8月27日。

如果透镜沿垂直光轴方向的 y_l 轴有一微小的位移 ε，则(2)式就变为

$$U_l(x_l,\ y_l,\ \varepsilon)=O(x_l,\ y_l)\exp\left\{-j\frac{\pi}{\lambda f}[x_l^2+(y_l-\varepsilon)^2]\right\}=\exp\left[-j\frac{\pi}{\lambda f}\ (\varepsilon^2-2\varepsilon y_l)\ \right]\cdot U_l(x_l,\ y_l) \tag{3}$$

如果位移量 ε 很小，以致可以忽略 ε^2 项，则(3)式可简化为

$$U_l(x_l,\ y_l,\ \varepsilon)=U_l(x_l,\ y_l)\cdot\exp\left[j\frac{\pi}{\lambda f}2\varepsilon y_l\right]。 \tag{4}$$

在与透镜相距 z_h 的全息干板上，物波的复振幅分布可由菲涅耳衍射公式直接求得

$$U_h(x_h,\ y_h,\ \varepsilon)=\frac{\exp(jKz_h)}{j\lambda z_h}\times\iint U_l(x_l,\ y_l,\ \varepsilon)\exp\left\{j\frac{\pi}{\lambda z_h}\times[(x_h-x_l)^2+(y_h-y_l)^2]\right\}dx_l dy_l。 \tag{5}$$

如果在全息干板的曝光过程中，连续均匀地移动成像透镜，使它从 $y_l+\varepsilon_l/2$ 移到 $y_l-\varepsilon_l/2$，则这样记录的合成物波可写为

$$U'_h(x_h,\ y_h,\ \varepsilon_l)=\int_{-\varepsilon_l/2}^{\varepsilon_l/2}U_h(x_h,\ y_h,\ \varepsilon)d\varepsilon。 \tag{6}$$

这里我们忽略了一些与我们所要获得的结论无关的常数。将(5)式和(4)式分别代入(6)式后得：

$$\begin{aligned}U'_h(x_h,\ y_h,\ \varepsilon_l)&=\frac{\exp(jKz_h)}{j\lambda z_h}\times\iiint_{-\varepsilon_l/2}^{\varepsilon_l/2}\exp\left(j\frac{\pi}{\lambda f}2\varepsilon y_l\right)d\varepsilon\cdot U_l(x_l,\ y_l)\\&\quad\times\exp\left\{j\frac{\pi}{\lambda z_h}[(x_h-x_l)^2+(y_h-y_l)^2]\right\}\times dx_l dy_l\\&=\frac{\varepsilon_l\exp(jKz_h)}{j\lambda z_h}\cdot\iint L(y_l,\ \varepsilon_l)\cdot U_l(x_l,\ y_l)\\&\quad\times\exp\left\{j\frac{\pi}{\lambda z_h}[(x_h-x_l)^2+(y_h-y_l)^2]\right\}\times dx_l dy_l,\end{aligned} \tag{7}$$

式中，

$$L(y_l,\ \varepsilon_l)=\int_{-\varepsilon_l/2}^{\varepsilon_l/2}\exp\left(j\frac{\pi}{\lambda f}2\varepsilon y_l\right)d\varepsilon\cdot\frac{1}{\varepsilon_l}=\operatorname{sinc}\frac{\varepsilon_l y_l}{\lambda f}。 \tag{8}$$

由(7)式很容易看出，上述方式所记录的合成物波具有的形式在透镜平面上是

$$U'_l(x_l,\ y_l,\ \varepsilon_l)=L(y_l,\ \varepsilon_l)U_l(x_l,\ y_l), \tag{9}$$

而在透镜的后焦平面上则为

$$U'_f(x_f,\ y_f,\ \varepsilon_l)=\frac{\exp(j^{Kf})}{j\lambda f}\iint L(y_l,\ \varepsilon_l)U_l(x_l,\ y_l)\times\exp\left\{j\frac{\pi}{\lambda f}\cdot[(x_l-x_f)^2+(y_l-y_f)^2]\right\}\times dx_l dy_l。 \tag{10}$$

(8)式所表示的调制因子就是由成像透镜的横向移动所产生的合成狭缝。比较(9)式和(10)式我们很容易断定，该合成狭缝是定位在成像透镜所在平面上的；说合成狭缝定位在成像透镜的后焦面上是合适的。该合成狭缝的宽度就是 sinc 函数的中央主极大的宽度（最靠近主极大的两个极小之间的距离)。由(8)式可得出，这个宽度应由下式确定

$$W=\frac{2\lambda f}{\varepsilon_l} \tag{11}$$

显然，合成狭缝的宽度和物体到透镜 L 之间的距离 z_0 应该是没有关系的。

对于多次曝光的情况，即整个曝光过程分成 n 次完成，每两次曝光之间透镜 L 有一小的横向位移 Δ。用完全相同的理论分析我们可以得出，对于这种分次移动透镜的情况，所得到的调制因子同样应定位在透镜所在的平面上，只是调制因子的形式变得类似于多光束干涉场，而不再是一个 sinc 函数。我们还可以证明，此时作为合成狭缝的调制因子的零级主极大的宽度为

$$W=\frac{2\lambda f}{n\Delta}\approx\frac{2\lambda f}{\varepsilon_l} \tag{12}$$

我们用实验验证了上述理论分析的结果，由于实验设备的限制，仅就多次移动透镜的情况进行了实验。我们采用类似于图 1 的

（下转第 738 页）

阈值约 25 W/cm²)。但(就我们所知)还未看到有关重取向型增益和自激方面的实验报道；此外，(14)、(15)式的结果也是首次给出(同样限于我们所知)。

这里列出的理论模型是在理想条件下(如45°预取向角，$m=1$，液晶分子的完全排列等)得到的。液晶单轴晶体模型的近似性(当温度愈靠近各向同性相变点时，有序度下降，近似程度愈差)，折射率热效应(自聚焦现象等)给理论分析带来复杂化。但是，对MBBA来说，向列型范围为21～48°C；因此，在室温下单轴晶体近似还是好的。此外，对1.06 μ 激光，MBBA的吸收很弱，重取向效应远大于热效应[7]；光自聚焦在大于30 W/cm² 时才开始显著[6]。在较低泵浦下，重取向效应将是主要机构。

此外，可能产生理论误差的因素还有上述以平均重取向角 $\overline{\theta}$ 代替 $\delta\beta(z)$ 以及略去泵浦场的 z 分量对极化的贡献（虽然 $E_z \ll E_x$）等。因此，予计实验结果将与理论计算产生一定的偏离。

作者感谢陈书潮副教授审阅本文并提出宝贵意见.本研究得到福建省科学基金资助。

参 考 文 献

[1] Mark Cronin-Golomb *et al.*; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1984, **QE-20**, 12.

[2] I. C. Khoo, Y. R. Shen; *Opt. Engineering*, 1985, **24**, 579.

[3] I. C. Khoo; *Appl. Phys. Lett.*, 1985, **47**, 908.

[4] I. C. Khoo; *Phys. Rev. A.*, 1982, **25**, 1636.

[5] David J. Kinzer *et al.*; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, 1335.

[6] I. C. Khoo *et al.*; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1982, **QE-18**, 246.

[7] I. C. Khoo *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1985, **47**, No. 4, 350.

(上接第740页)

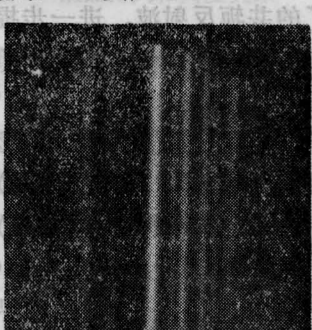

图2　在透镜平面上得到的合成狭缝的照片

记录光路，所用的激光波长为632.8 nm，成像透镜的焦距 $f=360$ mm，总曝光次数 $n=11$，每次曝光后透镜的横向位移量 $\varDelta=0.02$ mm。由(12)式可算得合成狭缝的宽度约为2 mm。将用上述参数记录的彩虹全息图用原参考光的共轭光再现，并用一块毛玻璃观察再现波。我们观察到，当毛玻璃位于透镜所在的平面上时，能看到一个非常清晰的合成狭缝像，图2就是在该平面上记录的合成狭缝像的照片。但是，如果毛玻璃偏离此平面向后焦面或前焦面方向移动，合成狭缝就会逐渐展宽，并越来越模糊。

我们改变物距，使 $z_0=1.5f$，然后重做上述实验。结果我们发现合成狭缝的宽度并未随 z_0 的变化而变化。

上述实验虽然只是在多次移动透镜的情况下进行的，但这足以证明我们的理论分析的正确性，也间接证明了在连续移动透镜情况下我们所得到的结果的正确性。

本文的工作是在陕西师范大学物理系激光研究室完成的。作者对周衍勋教授和秦秀香老师的热情支持深表感谢。

参 考 文 献

[1] A. Beauregard, R. A. Lessard; *Appl. Opt.*, 1984, **23**, No. 18, 3095.