

丝状液晶重取向效应简并四波混频的理论分析

林则明 周海光 黄远不

(厦门大学物理系)

提要: 给出在某些简化下利用斜入射丝状液晶光致重取向效应简并四波混频 (DFWM) 后向波共轭特性、增益和自激振荡泵浦阈值的解析式; 对 MBBA 计算结果的阈值泵浦光强是很低的, 讨论了理论误差的若干主要因素。

Theoretical analysis of DFWM using induced reorientation of filamentary nematic liquid crystal

Lin Zhemin, Zhou Haiguang, Huang Yuanbo

(Department of Physics, Xiamen University, Xiamen)

Abstract: An analytic expression is derived under some simplifications concerning wave front conjugation property and pumping threshold for amplified reflection and self-oscillation in DFWM using a tilted filamentary nematic liquid crystal for which the induced optical reorientation is the dominant mechanism. It is shown that for MBBA the calculated threshold is very low. Some major factors concerning errors in the theoretical treatment are presented.

一、引言

近几年来, 关于晶体的非线性位相共轭理论和实验有了大量的报道^[1]。另一类很有前途的材料——液晶的非线性光学特性的研究也开始受到重视^[2]。液晶具有和最好的晶体可相比拟的三阶非线性光学极化率, 而且价格便宜, 加工容易。不久前 I. O. Khoo 等人报道了首次观察到利用中等功率连续激光引致的丝状液晶热非线性效应 DFWM 具有增益和自激能力波前复共轭的实验现象^[3]。

本文对丝状液晶的另一种非线性效应——光致重取向效应四波混频的位相共轭、增益和自激条件进行理论分析; 并给出对 MBBA 的计算结果。

二、理论分析和计算

光路安排如图一所示。1 和 2 为泵浦光; 4 和 3 分别表示信号光和反射光。液晶表面和 x 轴成 $\beta=45^\circ$ 角。所有光束在 $x-z$ 平面内传播。 2φ 角小于 1° 。入射光束 I_1, I_4 为

收稿日期: 1986 年 8 月 22 日。

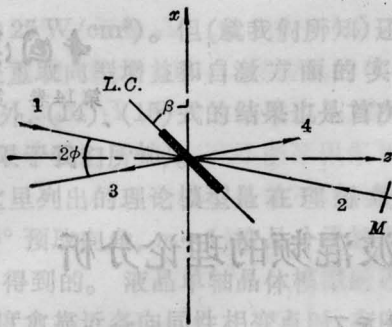


图1 光路安排

1, 2—泵浦光束; 3—共轭反射波; 4—信号光束;
L, C—液晶盒; M—全反镜; $\beta=45^\circ$

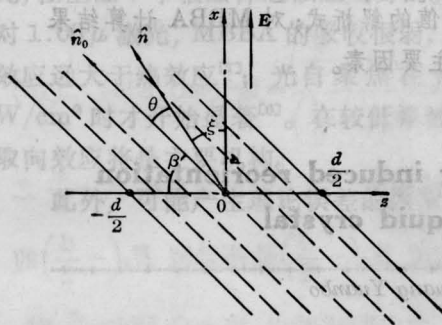


图2 液晶排列和角度关系

线偏振, 偏振方向在主平面内接近 x 轴。(略去 \vec{E} 与 \vec{D} 方向的微小差别)。液晶沿面取向。 \hat{n}_0 为予取向轴单位矢量, \hat{n} 表示重取向轴单位矢量。

根据液晶的单轴晶体模型, 非常光折射率为:

$$n_e(\beta) = \left[\frac{n_y^2 n_1^2}{n_1^2 \sin^2 \beta + n_y^2 \cos^2 \beta} \right]^{1/2} \equiv n \quad (1)$$

式中 n_y 和 n_1 分别表示平行和垂直光轴的主折射率。所以, 折射率改变量

$$\delta n = \frac{n^3 (n_y^2 - n_1^2)}{2n_y^2 n_1^2} \sin 2\beta \delta\beta \quad (2)$$

由(2)式可知, 只有当 $\beta=45^\circ$ 时, 才能得到最大的重取向效应。

由丝状液晶连续弹性体理论, 在所谓单常数和小重取向角近似下, 场致重取向角 θ 可表示为[4]

$$\theta = \frac{(\Delta\epsilon) E^2}{16\pi K} \left[\frac{d^2}{4} - z^2 \right] \quad (3) \quad (\beta=45^\circ)$$

式中, $\Delta\epsilon = \epsilon_{//} - \epsilon_{\perp} = n_y^2 - n_1^2$; K 是液晶弹性模量; E 是电场强度。

分析(3)式可得出, 对所有的 z 值 θ 均取正值, 它对 δn 的贡献是单方向的; 而且, 除了很接近边界的小区域外, θ 值很接近 $\theta_{\max}(z=0)$ 。因此, 以 $\bar{\theta}$ 代替 $\delta\beta(z)$ 不会带来显著的理论误差。令

$$\delta\beta = \bar{\theta} = \frac{2}{d} \int_{-d/2}^0 \theta(z) dz = \frac{(\Delta\epsilon)}{96\pi K} d^2 E^2 \quad (4)$$

把(4)式代入(2)式, 令 $\beta=45^\circ$

$$\begin{cases} \delta n = C_1 E^2 \\ C_1 = \frac{n^3 (\Delta\epsilon)^2 d^2}{192\pi K \epsilon_{//} \epsilon_{\perp}} \end{cases} \quad (5)$$

由于 $I_1, I_2 \gg I_3, I_4$; 同时, I_1, I_2, I_4 都在主平面内(x 方向)偏振, 感应电场 E_3 的 y 分量的传播常数 $K_y = \frac{\omega}{c} n_0$ 与 $K_x = \frac{\omega}{c} n_e(\beta)$ 相差很大, 因此, 不可能满足位相匹配条件; 当考虑反射波 I_3 的 x 方向偏振分量时, 实际上只有 x 方向的总电场对非线性极化强度 $P_{NL,x}^{(3)}$ 有贡献。即

$$\begin{aligned} P_{NL,x}^{(3)}(\omega = \omega + \omega - \omega) &= \mathcal{X}_{xxxx}^{(3)} E_x E_x E_x \\ &\equiv \mathcal{X}^{(3)} E^3 \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\mathcal{X}^{(3)} \equiv \mathcal{X}_{xxxx}^{(3)}$ 只是极化率张量的一个有效元。另一方面, 由物质方程,

$$P_{NL}^{(3)} = \frac{n}{2\pi} \delta n \cdot E \quad (7)$$

以上几式给出:

$$\begin{cases} P_{NL,x}^{(3)}(\omega = \omega + \omega - \omega) = C_2 E^3 \\ C_2 = \frac{n^4 (\Delta\epsilon)^2 d^2}{384\pi^2 K \epsilon_{//} \epsilon_{\perp}} \end{cases} \quad (8)$$

式中 E 是总电场。在平面波模型下, E^3 由下式表示:

$$\begin{aligned} E^3(\vec{r}, t) &= \frac{1}{8} [E_1(z) e^{-i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \\ &+ E_2(z) e^{-i(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} + E_3(z) e^{-i(\omega t - \vec{k}_3 \cdot \vec{r})} \\ &+ E_4(z) e^{-i(\omega t - \vec{k}_4 \cdot \vec{r})} + C. C.]^3 \end{aligned}$$

上式展开共有 512 项。但实际上, 满足位相匹配的项数只有 60 项。仔细分析表明,

$P_{NL}^{(3)}(\vec{r}, t, \omega_3)$ 可表示为:

$$P_{NL}^{(3)}(\vec{r}, t, \omega_3) = C_2 \cdot \frac{6}{8} [E_1 E_2 E_4^* + (E_1 E_1^* + E_2 E_2^* + E_3 E_3^* + E_4 E_4^*) E_3] \cdot e^{-i(\omega t - \vec{k}_3 \cdot \vec{r})} + C. C \quad (9a)$$

式中因子6是3个数的全排列数目。

令:

$$\begin{cases} (E_1 E_1^* + E_2 E_2^* + E_3 E_3^* + E_4 E_4^*) = \frac{8\pi}{Cn} I_0 \\ I_0 = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \end{cases} \quad (10)$$

同样可以写出其它三个极化强度分别为:

$$P_{NL}^{(3)}(\vec{r}, t, \omega_4) = \frac{6C_2}{8} [E_1 E_2 E_3^* + \frac{8\pi}{Cn} I_0 E_4] e^{-i(\omega t - \vec{k}_4 \cdot \vec{r})} + C. C. \quad (9b)$$

$$P_{NL}^{(3)}(\vec{r}, t, \omega_1) = \frac{6C_2}{8} [E_3 E_4 E_2^* + \frac{8\pi}{Cn} I_0 E_1] e^{-i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} + C. C. \quad (9c)$$

$$P_{NL}^{(3)}(\vec{r}, t, \omega_2) = \frac{6C_2}{8} [E_3 E_4 E_1^* + \frac{8\pi}{Cn} I_0 E_2] e^{-i(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} + C. C. \quad (9d)$$

(9a~d) 方括弧内的头一项显然是来源于四波之间的参量相互作用, 而后一项则表示两两光束之间的能量交换。下面借助常用的缓变波近似, 求解一维波动方程。通过适当的直接计算, 得到耦合方程组:

$$\frac{dE_1^*(z)}{dz} = -iC_3 E_1^* - iC_4 E_3^* E_4^* E_2 \quad (11a)$$

$$\frac{dE_2(z)}{dz} = -iC_3 E_2 - iC_4 E_3 E_4 E_1^* \quad (11b)$$

$$\frac{dE_3(z)}{dz} = -iC_3 E_3 - iC_4 E_1 E_2 E_4^* \quad (11c)$$

$$\frac{dE_4^*(z)}{dz} = -iC_3 E_4^* - iC_4 E_2^* E_3^* E_1 \quad (11d)$$

式中,

$$\begin{cases} C_3 = \frac{24\pi^2 \omega C_2 I_0}{C^2 n^2} \\ C_4 = \frac{3\pi \omega C_2}{Cn} \end{cases} \quad (12)$$

其中 C_2 由(8)式决定。 I_0 表示总光强。由(11a~d)容易证明, I_0 与 z 无关, 所以 C_3 和 C_4 是常数。在实验条件下, $I_1, I_2 \gg I_3, I_4$, 所以, 可采用泵浦不衰减近似。求解(11c~d)两式, 引入以下的边界条件:

$$\begin{cases} E_3\left(\frac{d}{2}\right) = 0 \\ E_4^*\left(-\frac{d}{2}\right) = E_{40}^* \end{cases} \quad (13)$$

取 $E_1 = E_1^* =$ 实数; $E_2 = m E_1 e^{i\varphi_2}$ 。式中 $m e^{i\varphi_2}$ 表示反射镜 M 的电场反射率。容易求得:

$$E_3\left(-\frac{d}{2}\right) = i e^{i\varphi_2} E_{40}^* \operatorname{tg}(m C_4 E_1^2 d) \quad (14)$$

$$R \equiv \frac{I_3\left(-\frac{d}{2}\right)}{I_4\left(-\frac{d}{2}\right)} = \operatorname{tg}^2(m C_4 E_1^2 d) \quad (15)$$

由(14)式看出, 除了一固定相移 $\varphi_1 + \frac{\pi}{2}$ 之外, 后向波 $E_3\left(-\frac{d}{2}\right)$ 是信号波 $E_4\left(-\frac{d}{2}\right)$ 的复共轭。由(15)式看出, 当 $m C_4 E_1^2 d \gg \frac{\pi}{4}$ 时, 得到放大的共轭反射波。进一步提高泵浦光强 I_1 时, 有可能形成自激振荡(参量振荡)。

以 MBBA 丝状液晶为例。其参数(室温 20°C) 如下^[5]: $K = 5 \times 10^{-7}$ (达因), $n_1 = 1.58$, $n_2 = 1.85$, $\beta = 45^\circ$ 时, 由(1)式解得 $n^2 = 2.88$, 若取 $d = 100 \mu\text{m}$, $\lambda_0 = 1.06 \mu\text{m}$, $m \sim 1$; 由(15)式求得 $R = 1$ 时的临界泵浦光强为 $I_{1c} \sim 1 (\text{W}/\text{cm}^2)$; 相应的自激阈值光强 $I_{1s} \sim 2 (\text{W}/\text{cm}^2)$ 。若以 $I = 2 (\text{W}/\text{cm}^2)$ 代入(3)式, 求得 $\theta_{\max} \sim 1^\circ$ 。所以小重取向角的假设是合理的。

三、讨论

Khoo 等人报道过观察到 MBBA 的 DFWM 共轭反射波(Ar 激光, 514.5 nm)^[6]; 在另一篇文章中^[8], 报道了观察到热效应引起的增益和自激共轭反射波。($R = 1$ 的泵浦

阈值约 25 W/cm^2)。但(就我们所知)还未看到有关重取向型增益和自激方面的实验报道;此外, (14)、(15)式的结果也是首次给出(同样限于我们所知)。

这里列出的理论模型是在理想条件下(如 45° 预取向角, $m=1$, 液晶分子的完全排列等)得到的。液晶单轴晶体模型的近似性(当温度愈靠近各向同性相变点时,有序度下降,近似程度愈差),折射率热效应(自聚焦现象等)给理论分析带来复杂化。但是,对 MBBA 来说,向列型范围为 $21\sim 48^\circ\text{C}$;因此,在室温下单轴晶体近似还是好的。此外,对 1.06μ 激光, MBBA 的吸收很弱,重取向效应远大于热效应^[7];光自聚焦在大于 30 W/cm^2 时才开始显著^[6]。在较低泵浦下,重取向效应将是主要机构。

此外,可能产生理论误差的因素还有上

述以平均重取向角 $\bar{\theta}$ 代替 $\delta\beta(z)$ 以及略去泵浦场的 z 分量对极化的贡献(虽然 $E_z \ll E_x$)等。因此,预计实验结果将与理论计算产生一定的偏离。

作者感谢陈书潮副教授审阅本文并提出宝贵意见。本研究得到福建省科学基金资助。

参 考 文 献

- [1] Mark Cronin-Golomb *et al.*; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1984, **QE-20**, 12.
- [2] I. C. Khoo, Y. R. Shen; *Opt. Engineering*, 1985, **24**, 579.
- [3] I. C. Khoo; *Appl. Phys. Lett.*, 1985, **47**, 908.
- [4] I. C. Khoo; *Phys. Rev. A.*, 1982, **25**, 1636.
- [5] David J. Kinzer *et al.*; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, 1335.
- [6] I. C. Khoo *et al.*; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1983, **QE-18**, 246.
- [7] I. C. Khoo *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1985, **47**, No. 4, 350.

(上接第 740 页)

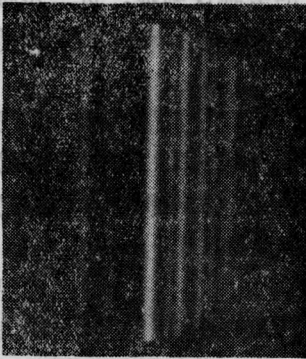


图 2 在透镜平面上得到的合成狭缝的照片

记录光路,所用的激光波长为 632.8 nm ,成像透镜的焦距 $f=360 \text{ mm}$,总曝光次数 $n=11$,每次曝光后透镜的横向位移量 $\Delta=0.02 \text{ mm}$ 。由(12)式可算得合成狭缝的宽度约为 2 mm 。将用上述参数记录的彩虹全息图用原参考光的共轭光再现,并用一块毛玻璃观察再现波。我们观察到,当毛玻璃位于透镜所在的平面上时,能看到一个非常清晰的合

成狭缝像,图 2 就是在该平面上记录的合成狭缝像的照片。但是,如果毛玻璃偏离此平面向后焦面或前焦面方向移动,合成狭缝就会逐渐展宽,并越来越模糊。

我们改变物距,使 $z_0=1.5f$,然后重做上述实验。结果我们发现合成狭缝的宽度并未随 z_0 的变化而变化。

上述实验虽然只是在多次移动透镜的情况下进行的,但这足以证明我们的理论分析的正确性,也间接证明了在连续移动透镜情况下我们所得到的结果的正确性。

本文的工作是在陕西师范大学物理系激光研究室完成的。作者对周衍勋教授和秦秀香老师的热情支持深表感谢。

参 考 文 献

- [1] A. Beaugard, R. A. Lessard; *Appl. Opt.*, 1984, **23**, No. 18, 3095.