

横流针板放电 CO₂ 激光器的理论计算模型

夏祖勇 丘军林

(华中工学院激光研究所)

摘要: 本文考虑了电子密度、电子温度、气流速度、气温、弛豫及激发速率等重要物理量沿流向的分布。给出了横流针板放电 CO₂ 激光器特性参量的理论计算模型。用该模型对 MGL-84 型激光器的增益、输出功率和效率进行了计算,其结果与实验结果较吻合。

A theoretical model for transverse flow pin-to-plate discharge CO₂ lasers

Xia Zuyong, Qiu Junlin

(Institute of Lasers, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan)

Abstract: A theoretical model is proposed to calculate the working parameters of transverse flow pin-to-plate discharge CO₂ lasers taking into consideration the distribution of the electron density, electron and gas temperature, gas velocity, excitation and relaxation rates in the flowing direction. Calculations of the small signal gain and output power of MGL-84 lasers are made with the model and the calculating results are in agreement with the experiment.

一、引言

针-板型 CO₂ 激光器由于放电稳定、结构紧凑,既能在有氦气时高效高功率地连续运行,也可在无氦时高效高功率地连续稳定运行,因此这种类型的器件将会有更广泛的应用。

对横流 CO₂ 激光器进行理论上的定量分析,已有较多的数值计算模型^[1~3]。为了更好地反映实验结果,我们针对横流针-板放电 CO₂ 激光器进行了理论计算。

二、模型的建立及求解

在一般的横流 CO₂ 激光器中,由于粒子在放电区的滞留时间远小于扩散时间^[4],因此轴向变化远不如流向变化重要,故可用一维近似模型来描述激光系统。

图 1 是典型的针-板横流 CO₂ 激光器放电区及光腔结构简图(激光垂直于纸面输出)。若坐标选择如图示,则描述稳态激光系统的一维动力学方程为:

收稿日期:1986年6月27日。

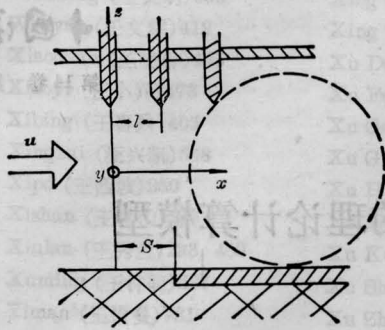


图1 针-板电极坐标模型图

$$\left. \begin{aligned}
 & \text{连续方程: } \rho u \frac{d(\rho_i/\rho)}{dx} = m_i R_i \\
 & \text{动量守恒: } \rho u \frac{du}{dx} + \frac{dP}{dx} = 0 \\
 & \text{能量守恒: } \rho u \frac{d(H + u^2/2)}{dx} \\
 & \quad = P_E - GI \\
 & \text{状态方程: } P = \rho \frac{K}{m} T \\
 & \text{电子能量守恒:} \\
 & P_E + n_e \left[\sum 3 \frac{m_e}{m_s} \nu_{ms} K (T - T_e) \right. \\
 & \quad + \sum \nu_{us} K (T - T_e) \\
 & \quad \left. - \sum \left(\frac{5}{2} K T_e + 2\epsilon_{is} \right) \right. \\
 & \quad \left. \times m_s \rho_s k_{is} \right] \\
 & = 0
 \end{aligned} \right\} (1)$$

上式中各物理量的意义为： ρ 为混合气体密度， u 为气体流速， ρ_i 为 i 类粒子密度， m_i 为 i 类粒子的质量， R_i 为 i 类粒子的产生速率； P 为混合气体总气压， H 为气体总焓； P_E 为注入电功率密度； G 为增益系数； I 为辐射强度； m 为混合气体平均粒子质量； T 为气体温度； n_e 为电子数密度； m_e 为电子质量； T_e 为电子温度， ν_{ms} 和 ν_{us} 为电子与 s 类气体粒子碰撞时的动量交换频率和能量交换频率， ϵ_{is} 为 s 类气体的电离能， k_{is} 为 s 类气体的电离速率系数。

如图2所示，放电气体分子的激发和弛豫过程用五能级近似模型来描述，所考虑的包括气体分子电离、复合在内的重要反应过程为：

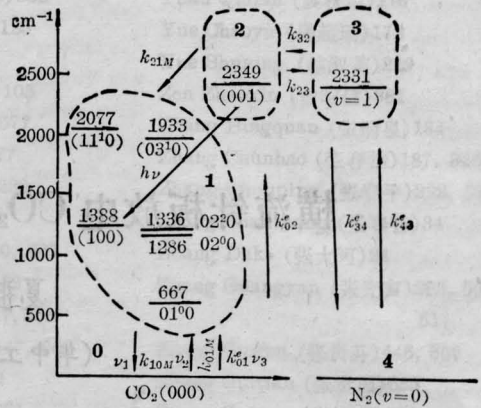
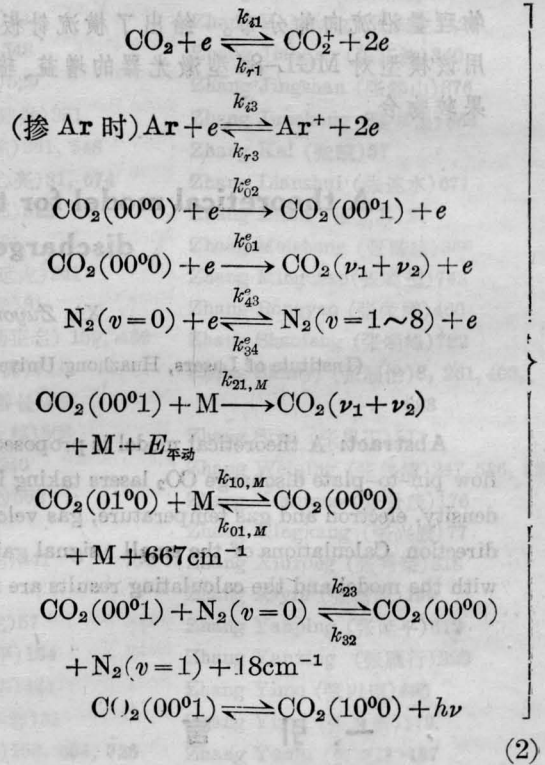


图2 激发和弛豫的五能级近似模型



反应式中 k_{i1} 、 k_{r1} 及 k_{i3} 、 k_{r3} 分别是 CO_2 及 Ar 的电离速率系数和复合速率系数。 k_{ij}^c 表示电子碰撞激发(或消激发)使粒子从 i 能级跃迁到 j 能级的速率系数， $k_{ij,M}$ 是和中性粒子 M ($M = \text{CO}_2$ 、 N_2 、 Ar 或 He) 发生碰撞时某粒子从 i 能级跃迁到 j 能级的速率系数。

(2)式可归纳为

$$\sum A_i \xrightleftharpoons[k_{\text{反向}}]{k_{\text{正向}}} \sum B_i \quad (3)$$

由(3)式就可求得(1)式里的粒子产生速率 R_i , 系数 $k_{ij, M}$ 可参考文献[5]里的数据, 而系数 $k_{正向}$ 与 $k_{反向}$ 的关系是:

$$k_{正向} = \left(\frac{8}{\pi m_e} \right)^{1/2} (KT_e)^{-3/2} \int_{\epsilon_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{\epsilon}{KT_e}\right) \times \epsilon \cdot \sigma(\epsilon) d\epsilon \quad (4)$$

$$k_{反向} = k_{正向} \exp\left(-\frac{\Delta\epsilon}{KT_e}\right) \quad (5)$$

式中, ϵ_0 是电离能或激发能, $\sigma(\epsilon)$ 是电离或激发截面, 其数据可参考[6]。

(1) 式里的 ν_{m1} 、 ν_{m2} 、 ν_{u1} 、 ν_{u2} 可直接引用[7]里的实验曲线, 而 ν_{m3} 则通过下式计算:

$$\nu_{m3} = \frac{2}{3} \sqrt{2K(T/m_3 + T_e/m_e)} N_3 \sigma_{m3} \quad (6)$$

式中 N_3 是 Ar(或 He) 的粒子数密度, σ_{m3} 是电子与 Ar(或 He) 碰撞的动量转移截面, 其数据参考[11], 所有的碰撞频率表达式见附录表 A。

(1) 式中的电子密度计算时必须考虑其流向分布, 文献[7]里对一排针放电的电子密度分布已作了详细研究, 那么对多排针放电, 我们可将其电子密度分布近似表示为:

$$\left. \begin{aligned} n_e(x) &= \frac{1}{\sqrt{\pi} \sigma \tau_e} \sum_i \frac{I_i}{e v_{ai}} f[x - S - (i-1)l] \\ f(x) &= g(x-x_0) \exp(\xi_e^2) \operatorname{erfc}(\xi_e) \\ g(x-x_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] \\ \operatorname{erfc}(\xi_e) &= \int_{\xi_e}^{\infty} \exp(-\eta^2) d\eta \\ \xi_e &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_e} - \frac{x-x_0}{\sigma} \right) \\ v_{ai} &= \frac{e \cdot E_i}{m_e \cdot \sum_s \nu_{ms}} \end{aligned} \right\} (7)$$

式中, σ 、 τ_e 、 x_0 分别为分布线型半宽度、衰减常数、中心偏离度。S及 l 的意义见图 1, I_i 及 E_i 分别为第 i 排针的针电流和排电场强度。计算时, σ 、 τ_e 、 x_0 的值可根据具体的电极尺寸, 参照[8]的数据用相似比较法选取。 I_i 及 E_i 的值则是实测值: $E_i \approx (V_i - V_0) / Z_i$,

V_i 为第 i 排针的排电压, V_0 为阴极位降 ($\sim 300 \sim 400 \text{V}^{[9]}$), Z_i 为折合的针-板间距。

综合以上各方程式, 经过推导和整理得到如下微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= (P_E - GI) / \mathcal{A} \\ \frac{du}{dx} &= \frac{Ku}{KT - mu^2} \frac{dT}{dx} \\ \frac{dN}{dx} &= -\frac{N}{KT} \left(mu \frac{du}{dx} + KN \frac{dT}{dx} \right) \\ \frac{dn_3}{dx} &= \frac{n_3}{N} \frac{dN}{dx} \\ &+ \frac{1}{u} (n_e N x_2 k_{43}^e - n_3 N x_1 k_{32}) \\ &+ n_2 N x_2 k_{23} - n_3 n_e \beta_1 \\ &+ n_1 n_3 k_{32} + n_2 n_3 \beta_2 \\ \frac{dn_2}{dx} &= \frac{n_2}{N} \frac{dN}{dx} \\ &+ \frac{1}{u} [n_e N x_1 k_{02}^e + n_3 n x_1 k_{32} \\ &- n_2 N \beta_3 - (n_1 + n_2) n_e k_{02}^e \\ &+ n_1 n_2 k_{21,1} + n_2 n_3 \beta_4 - n_1 n_3 k_{32} \\ &+ n_1^2 k_{21,1} - GI/h\nu] \\ \frac{dn_1}{dx} &= \frac{n_1}{N} \frac{dN}{dx} \\ &+ \frac{1}{u} \left[N^2 \beta_5 + n_e N x_1 k_{01}^e \right. \\ &- n_3 N x_1 k_{01,2} - (n_1 + n_2) n_e k_{01}^e \\ &+ n_2 N \beta_6 - n_1 N \beta_7 + n_1 n_2 \beta_8 \\ &+ n_2 n_3 \beta_9 + n_1 n_3 \beta_{10} + n_1^2 \beta_{11} \\ &+ n_2^2 \beta_{12} + \frac{G}{h\nu} \left. \right] \\ \frac{dG}{dx} &= \frac{G}{N} \frac{dN}{dx} - \Delta GI \\ &+ h\nu [-N^2 \gamma_1 + n_e N \gamma_2 + n_3 N \gamma_3 \\ &- (n_1 + n_2) n_e \gamma_4 - n_2 N \gamma_5 \\ &+ n_1 N \gamma_6 + n_1 n_2 \gamma_7 + n_2 n_3 \gamma_8 \\ &- n_1 n_3 \gamma_9 + n_1^2 \gamma_{10} - n_2^2 \gamma_{11}] \end{aligned} \right\} (8)$$

方程组(8)中符号 \mathcal{A} 、 $\beta_1 \sim \beta_{12}$ 、 $\gamma_1 \sim \gamma_{11}$ 以及 Δ 的定义在附录中的表 B 里给出。在推导(8)式时, 还用了下面的关系式

$$\left. \begin{aligned} n_0 + n_1 + n_2 &\approx x_1 N \\ n_3 + n_4 &\approx x_2 N \\ N_3 &\approx x_3 N \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$G = h\nu (f_2 B_{21} n_2 - f_1 B_{12} n_1)$$

式中 f_2 、 f_1 分别为激光上能级 ($00^0 1$) 和下能级 ($10^0 0$) 的粒子数占图 2 所示的能级 2 和能级 1 的总粒子数的份数, B_{21} 、 B_{12} 是受激辐射和受激吸收系数, 这些量的表达式亦见表 B。

利用方程组 (8) 加上 (1) 式里的电子能量守恒, 只要确定了放电区入口处 ($x=0$) 的各参变量初值, 就可计算出 $x>0$ 各点处的小信号增益系数 G 、气体温度等值以及输出光功率值。我们选用 Treaner^[10] 法对微分方程组 (9) 式求解, 具体激光参量的主要求解过程及各初值确定如下:

(1) 计算小信号增益

计算小信号增益时, 小信号辐射强度 I 由 Planck 公式^[11] 给出:

$$I = \frac{C_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(C_2/\lambda T) - 1} \cdot \frac{\lambda^2}{c} \Delta\nu \quad (10)$$

式中 $C_1 = 3.742 \times 10^4 \text{ W} (\mu\text{m}^4) \cdot \text{cm}^{-2}$, $C_2 = 1.439 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$, $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$, c 为光速, $\Delta\nu$ 为线宽 (见表 B)。其它各参量初值为

$T_0 =$ 入口温度 (实验值)

$u_0 =$ 入口风速 (实验值)

$N_0 = P/KT_0$; P 为总气压

$$n_{10} = x_1 N_0 \exp\left(-\frac{960.1}{T_0}\right)$$

$$n_{20} = x_1 N_0 \exp\left(-\frac{3380.1}{T_0}\right)$$

$$n_{30} = x_2 N_0 \exp\left(-\frac{3353.9}{T_0}\right)$$

$$G_0 = h\nu n_{20} \left[f_2 B_{21} - f_1 B_{12} \exp\left(\frac{3380.1 - 960.1}{T_0}\right) \right]$$

(2) 计算输出功率

计算输出功率时, 增益 G 为阈值:

$$G = -\frac{1}{2L} \ln(r_1 r_2) \quad (11)$$

式中 r_1 、 r_2 为反射率, L 为增益长度。输出功

率则可表示为:

$$\Phi = A \int_0^W GI dx \quad (12)$$

式中 A 为输出镜面积, W 为流向增益区长度。计算 Φ 时各初值的确定与 (1) 里相同。放电区气温的变化以及光电转换效率可随同 Φ 一同算出。

三、计算实例

应用上述模型对华中工学院激光研究所

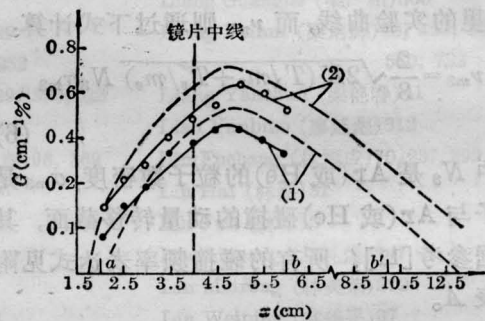


图 3 两种混合气体的小信号增益随流向分布 (坐标 x 与图 1 对应)

风速: 35m/s, 输入功率: 7kW; (1)— $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ (1:7:20), 90Torr; (2)— $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{Ar}$ (1.5:10:10), 60Torr; 虚线为理论计算结果

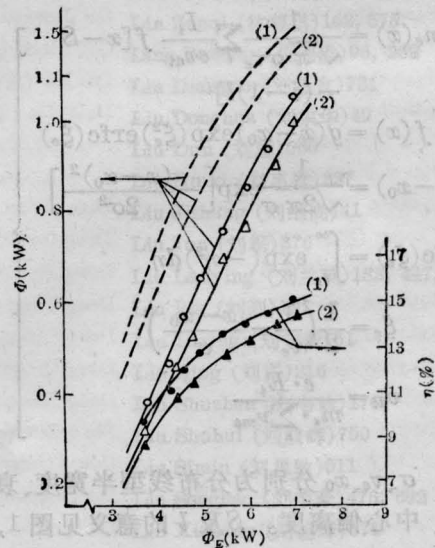


图 4 两种混合气体的输出功率及效率与输入功率的关系

风速: 35m/s, (1)— $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{Ar}$ (1.5:10:10), 60Torr; (2)— $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ (1:7:20), 90Torr; 实线为实验曲线, 虚线为理论计算曲线

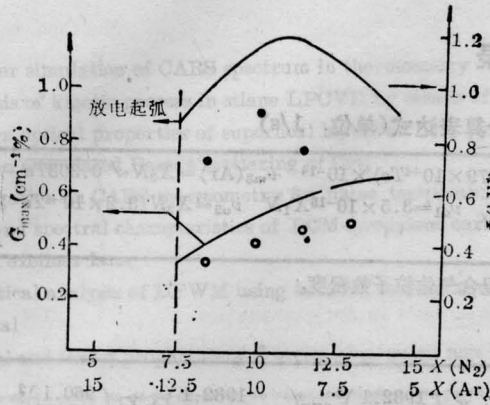


图5 小信号增益及输出功率与 N_2 : Ar 的相对比例关系

风速: 35m/s, 总压 60Torr, 输入功率 6.1kW, $CO_2:N_2:Ar=1.5:X(N_2):X(Ar)$, ○—增益实测值, ●—功率实测值, 实线为理论计算结果

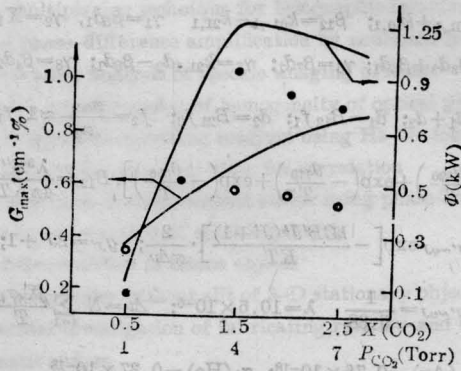


图6 峰值小信号增益及输出功率同 CO_2 分压的关系

风速: 35m/s, 输入功率 6.5kW, $CO_2:N_2:Ar=X(CO_2)(P_{CO_2}):10(38.5Torr):10(38.5Torr)$, ○—增益实测值, ●—功率实测值, 实线为理论计算结果

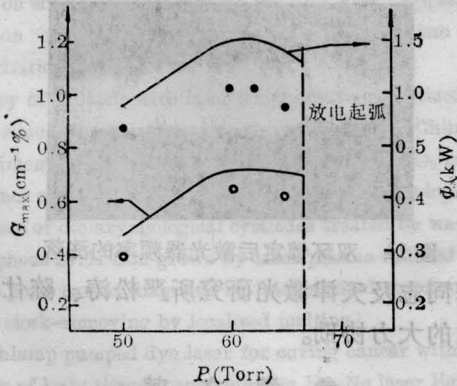


图7 小信号增益及输出功率与总气压的关系

风速 35m/s, 输入功率 7kW, $CO_2:N_2:Ar=1.5:10:10$, ○—增益实测值, ●—功率实验值, 实线为计算结果

研制的 MGL-84 型 1 kW 针-板放电横流 CO_2 激光器进行了理论计算。激光器的放电长度为 740 mm, 针-板间距 33 mm, 反射镜的反射率 $r_1 > 98\%$, $r_2 = 15\%$ 。该激光器能在无氦气(即用 Ar 代替 He)时连续稳定有效地运行。

图 3 和图 4 是掺 Ar 和掺 He 在最佳总气压及混合气体的气比时的小信号增益、输出功率和效率。图中表明, 计算结果与实验结果比较吻合。

图 4 中我们还看到掺 Ar 时(即无 He 时)的效率及激光功率比掺 He 时高, 这是由于掺 Ar 时对 N_2 的振动激发更有利。

图 5 至图 7 是改变气压比例和总气压时的增益计算值同实验值的比较, 二者亦吻合得较好。

对实验工作中曾给予大力协助的龚志伟、孙书华、唐宗化等同志致以衷心的感谢!

参 考 文 献

- [1] R. K. Seals *et al.*; *AIAA Paper*, 1971, 71~588.
- [2] T. A. Cool; *J. Appl. Phys.*, 1969, **40**, No 9, 3563.
- [3] 高智;《物理学报》, 1979, **28**, No. 6, 807.
- [4] H. A. Hassan *et al.*; *AIAA Journal*, 1972, **10**, No. 4, 414.
- [5] R. L. Taylor, S. Bitterman; *Rev. Mod. Phys.*, 1969, **41**, No. 1, 26.
- [6] H. S. W. Massay *et al.*; *Electronic and ionic impact phenomena*, 2nd. ed., Oxford 1969, Vol II.
- [7] L. S. Forst, A. V. Phelps; *Phys. Rev.*, 1964, **136**, No. 6, A1538.
- [8] S. Veguri, H. Komura; *HODEN KENKYU* (in Japanese), 1975, **61**, 52.
- [9] V. P. Garashchuk *et al.*; *Sov. J. Quant. Electr.*, 1982, **12**, No. 10, 1316.
- [10] 上海机械学院编;《FORTRAN 应用程序库》, 上海科技文献出版社, 1984.
- [11] 史斌星;“量子物理”, 清华大学出版社, 1980.

附录

表 A 动量及能量转移碰撞频率计算表达式(单位: 1/s)

$$\nu_{m1} = X_1 N (7.25 - 1.08 \times 10^{-4} T_e) \times 10^{-14} \quad \nu_{m2} = X_2 N (0.7 + 12.79 \times 10^{-4} T_e) \times 10^{-14} \quad \nu_{m3}(\text{Ar}) = X_3 N \sqrt{0.303 T_e} \\ \times (1.21 \times 10^{-4} T_e - 0.2) \quad \nu_{m3}(\text{He}) = 3.47 \times 10^{-16} X_3 N \sqrt{0.303 T_e} \quad \nu_{u1} = 3.5 \times 10^{-15} X_1 N \quad \nu_{u2} = X_2 N (3.2 \times 10^{-4} T_e - 3.4) \times 10^{-15}$$

注: X_1, X_2, X_3 分别为 $\text{CO}_2, \text{N}_2, \text{He}$ (或 Ar) 的组份数, N 为混合气体粒子数密度。

表 B

$$\mathcal{A} = KN \left\{ u \left[\frac{7}{2} X_1 + \frac{7}{2} X_2 + \frac{5}{2} X_3 + X_1 \left(\frac{3380}{T} \right)^2 \exp\left(-\frac{3380}{T}\right) + X_1 \left(\frac{1932.1}{T} \right)^2 \exp\left(-\frac{1932.1}{T}\right) + X_1 \left(\frac{960.1}{T} \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp\left(-\frac{960.1}{T}\right) + X_2 \left(\frac{3353.9}{T} \right)^2 \exp\left(-\frac{3353.9}{T}\right) \right] + \frac{1}{KT/mu^2 - 1} \right\}; \quad \beta_1 = k_{23}^2 + k_{34}^2; \quad \beta_2 = k_{32} - k_{23}; \quad \beta_3 = X_2 k_{23} \\ + \sum_{i=1}^3 X_i k_{21,i}; \quad \beta_4 = k_{21,2} - \beta_2; \quad \beta_5 = X_1 \sum_{i=1}^3 X_i k_{01,i}; \quad \beta_6 = \beta_3 - \beta_5 - X_2 k_{23} - X_1 k_{01,1}; \quad \beta_7 = \beta_5 + X_1 k_{01,1} + \sum_{i=1}^3 X_i k_{10,i}; \quad \beta_8 = \\ k_{10,1} + 2k_{01,1} - k_{21,1}; \quad \beta_9 = k_{01,2} - k_{21,2}; \quad \beta_{10} = k_{01,2} + k_{10,2}; \quad \beta_{11} = k_{01,1} + k_{10,1}; \quad \beta_{12} = k_{01,1} - k_{21,1} \quad \gamma_1 = \beta_5 d_1, \quad \gamma_2 = X_1 \\ \times (k_{02} d_2 - k_{01} d_1); \quad \gamma_3 = X_1 (k_{32} d_2 + k_{01,2} d_1); \quad \gamma_4 = k_{02}^2 d_2 + k_{01}^2 d_1; \quad \gamma_5 = \beta_3 d_2 + \beta_6 d_1; \quad \gamma_6 = \beta_7 d_1; \quad \gamma_7 = k_{21,1} d_2 - \beta_8 d_1; \quad \gamma_8 = \beta_4 d_2 \\ - \beta_9 d_1; \quad \gamma_9 = k_{32} d_2 + \beta_{10} d_1; \quad \gamma_{10} = k_{21,1} d_2 - \beta_{11} d_1; \quad \gamma_{11} = \beta_{12} d_1; \quad \Delta = d_1 + d_2; \quad d_1 = B_{12} f_1; \quad d_2 = B_{21} f_2; \quad f_2 = \frac{n_{001}}{n_2} \approx 1.0 f_1 \\ = \frac{n_{100}}{n_1} \approx \exp\left(-\frac{\theta_{100}}{T}\right) / \left[\exp\left(-\frac{\theta_{100}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{\theta_{010}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{\theta_{020}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{\theta_{110}}{T}\right) + \exp\left(-\frac{\theta_{030}}{T}\right) \right]; \quad B_{12} = \frac{\lambda^3 B''}{4\pi K T} \\ \times g_{J'} A_{v'J' \rightarrow vJ} \exp\left[-\frac{hCB''J(J+1)}{KT}\right] \cdot \frac{2}{\pi \Delta \nu}; \quad B_{21} = \frac{\lambda^3 B'}{4\pi K T} g_{J'} A_{v'J' \rightarrow vJ} \exp\left[-\frac{hCB'J'(J'+1)}{KT}\right] \cdot \frac{2}{\pi \Delta \nu}; \quad g_{J'} = 2J' + 1; \\ J' = 19; \quad J'' = 20; \quad B' = 0.3866 \times 10^{-2}; \quad B'' = 0.3897 \times 10^{-2}; \quad A_{v'J' \rightarrow vJ} = \frac{1}{5.38} \quad \lambda = 10.6 \times 10^{-6}; \quad \Delta \nu = N \sum_{i=1}^3 \frac{X_i \sigma_i}{T} \\ \times \sqrt{\frac{8KT}{\pi} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_i} \right)}; \quad \sigma_1 = 1.3 \times 10^{-18}; \quad \sigma_2 = 0.87 \times 10^{-18}; \quad \sigma_3(\text{Ar}) = 0.76 \times 10^{-18}; \quad \sigma_3(\text{He}) = 0.37 \times 10^{-18}$$

注: ① 线宽 $\Delta \nu$ 只考虑均匀加宽。 ② 表里所有参量单位已标准化(即 M. K. S 制)。

(上接第 721 页)

激光器被慢环锁住以后, 误差电压幅值可由图 10 给出, 由腔鉴频率得出激光频率波动约为 $6 \text{ MHz}_{\text{P-P}}$ 。再把快环锁住, 误差电压幅值可由图 11 给出, 由误差电压幅值 400 mV 可算得激光器线宽小于 $300 \text{ kHz}_{\text{P-P}}$ 。

感谢天津电子计算机研究所袁维本、于

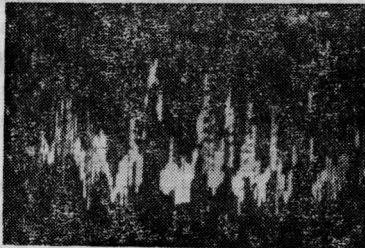


图 10 锁慢环后, 激光器频率涨落

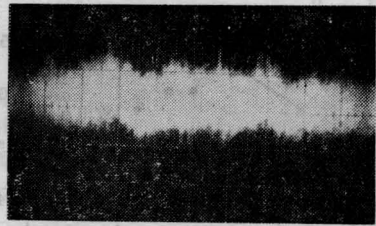


图 11 双环锁定后激光器频率的涨落
洁梅同志及天津激光研究所严松涛、陈仕奇同志的大力协助。

参 考 文 献

- [1] 傅济时;《中国激光》, 1985, 12, No. 8, 510.
- [2] J. Helmcke et al.; Appl. Opt., 1982, 21, No. 9, 1686.