中国激光
第14卷 第10期

散斑全场分析的 moire 理论

顾 杰 沈永昭 姜锦虎

(苏州大学物理系)

提要：提出把散斑图看成随机栅迭加的概念，用 moire 方法建立了散斑全场分析的数学描述，得出与物理过程相符的条纹公式，并对散斑条纹对比度与试件变形量、滤波孔的关系、散斑条纹图上的二次散斑性质作了讨论。

Moire theory of whole-field speckle analysis

Gu Jie, Shen Yongzhao, Jiang Jinhu

(Department of Physics, Suzhou University, Suzhou)

Abstract: A mathematical description for considering a speckle gram as superposition of random gratings is proposed, wholefield speckle analysis by moire theory is treated, and a fringe formula which conforms to physical process is obtained. The relation between fringe visibility tested piece deformation and filtering aperture as well as the properties of secondary speckle are discussed.

一、散斑图看成栅的迭加

成象系统如图1。文献[1、5]提出单曝光散斑图的透过率为

$$t_1(x_1, y_1)=\phi(x_1, y_1)\sum_k a_k \exp[j2\pi(b_k x_1 + c_k y_1 + d_k)] \tag{1}$$

$$a_k=\iint A(\xi, \eta)A(\xi+\lambda q b_k, \eta+\lambda q c_k)d\xi d\eta \tag{2}$$

式中 A 是照相孔径的孔函数，ϕ 是散斑图轮廓的孔函数。将散斑图放在图2系统中分析，t_1 作 F.T. 后得衍射晕复振幅

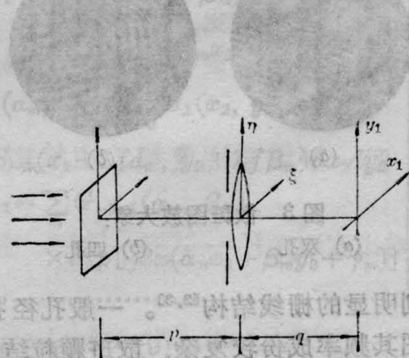


图 1

$$\mathscr{F}\{t_1(x_1, y_1)\} =[\sum_k a_k e^{j2\pi d_k}\delta(x_2-\lambda f b_k, y_2-\lambda f c_k)] *\Phi\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \tag{3}$$

收稿日期：1986年4月21日。

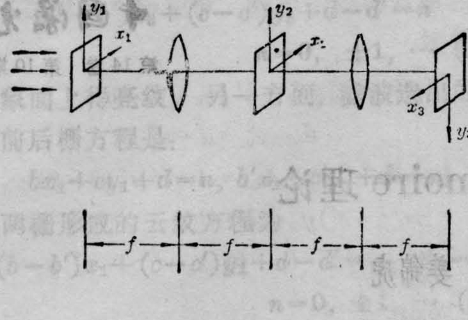


图 2

式中 $\Phi\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)=\mathscr{F}\{\phi(x_1, y_1)\}$。上式说明衍射晕是由一系列谱点构成。晕是中心对称的，对应于某一谱点必有对称的另一谱点，计及零频，它成为余弦光栅谱。可见(1)式的物理意义是散斑图是一系列随机栅的迭加。k 号栅的取向、节距为

$$\left.\begin{aligned}\varphi_k&=\operatorname{tg}^{-1}\left(-\frac{b_k}{c_k}\right)\\ p_k&=\frac{1}{\sqrt{b_k^2+c_k^2}}\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

图 3 是用双孔、四孔拍制散斑图的放大象，从

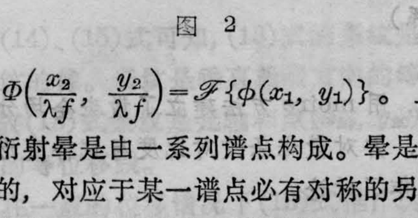


图 3 散斑图放大象：
(a) 双孔 (b) 四孔

中看到明显的栅线结构[2,3]。一般孔径拍制散斑图其频率成份较复杂，散斑颗粒结构[4]是各种频率栅迭加的结果。这是(1)式的实验基础。

二、滤波选频

设被测试件在两次曝光期间经历了刚体运动和均匀拉伸。某直线栅经上述变形后仍为直线栅，但取向、节距发生了变化。双曝光散斑图透过率为

$$t(x_1, y_1)=t_1(x_1, y_1)+t_2(x_1, y_1)\tag{5}$$

式中 $t_2(x_1, y_1)=\phi(x_1, y_1)\sum_k a_k\exp[j2\pi(b'_kx_1+c'_ky_1+d'_k)]$ (6)

上式每一项是(1)式中相应项的变形。作全场分析，对(5)式作 F.T. 后得谱面复振幅

$$\begin{aligned}U_2(x_2, y_2)&=\sum_k a_k\Big[e^{j2\pi d_k}\Phi\left(\frac{x_2}{\lambda f}-b_k, \frac{y_2}{\lambda f}-c_k\right)\\&\quad+e^{j2\pi d'_k}\Phi\left(\frac{x_2}{\lambda f}-b'_k, \frac{y_2}{\lambda f}-c'_k\right)\Big]\end{aligned}\tag{7}$$

Φ 表征了晕中的散斑颗粒，它的尺度远小于滤波孔尺度。滤波是让(7)式中落在滤波孔内的谱点通过。通常滤波孔是小圆孔

$$S(x_2-x_{20}, y_2-y_{20})=\begin{cases}1, & (x_2-x_{20})^2+(y_2-y_{20})^2\leqslant\frac{D^2}{4}\\ 0, & \text{其它区域}\end{cases}$$

D 是直径，(x_{20}, y_{20}) 是孔中心位置。(7)式的谱点有变形前后两部分，两者有一错位，如图 4。前一部分落入滤波孔内(实线圆)的谱点在后一部分中有对应点，它们落在虚线区域内。一般说虚线的形状不是圆，但偏离极小。两圆错位量 Δ 用 (x_{20}, y_{20}) 处谱点错位来表示。设 S_{-1} 是孔减去 S_1 后的区域，S_{-2} 为孔减去 S_2 的区域。S_1 中变形前的谱点在变形后移到了 S_2 中，S_{-1} 中变形前的谱点在变形后移到了滤波孔外，而 S_{-2} 中变形后的谱点是孔外变形前的谱点移来的。滤波后复振幅为

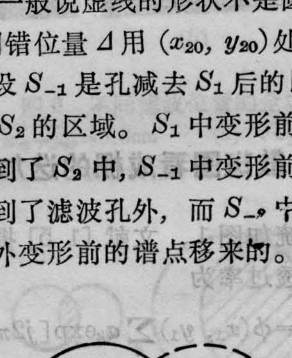


图 4

$$U_2'(x_2,y_2)=\sum_{S_1,k}a_k e^{j2\pi d_k}\Phi\left(\frac{x_2}{\lambda f}-b_k,\ \frac{y_2}{\lambda f}-c_k\right)$$
$$+\sum_{S_{-1},k}a_k e^{j2\pi d_k}\Phi\left(\frac{x_2}{\lambda f}-b_k,\ \frac{y_2}{\lambda f}-c_k\right)$$
$$+\sum_{S_2,k}a_k e^{j2\pi d_k}\Phi\left(\frac{x_2}{\lambda f}-b_k',\ \frac{y_2}{\lambda f}-c_k'\right)$$
$$+\sum_{S_{-2},k}a_k e^{j2\pi d_k}\Phi\left(\frac{x_2}{\lambda f}-b_k',\ \frac{y_2}{\lambda f}-c_k'\right)\qquad(8)$$

求和号下的 S 表示对此区域内的谱点求和。第一、三项的谱点一一对应，对条纹有贡献。第二、四次项无对应关系，使条纹对比度下降。

三、用 moire 理论推导全场分析公式

滤波孔很小，孔内诸谱点的强度可看作常数，$a_k=a$。将(8)式作 F.T. 得象面复振幅

$$U_3(x_3,y_3)=\phi(x_3,y_3)a[(A_1+A_2)+A_{-1}+A_{-2}]$$

式中

$$A_1=\sum_{S_1,k}\exp[j2\pi(b_kx_3+c_ky_3+d_k)]$$
$$A_2=\sum_{S_2,k}\exp[j2\pi(b_k'x_3+c_k'y_3+d_k')]$$
$$A_{-1}=\sum_{S_{-1},k}\exp[j2\pi(b_kx_3+c_ky_3+d_k)]$$
$$A_{-2}=\sum_{S_{-2},k}\exp[j2\pi(b_k'x_3+c_k'y_3+d_k')]$$

象面光强

$$\begin{aligned}I_3(x_3,y_3)&=U_3U_3^*\\&=\phi(x_3,y_3)a^2[(A_1+A_2)(A_1^*+A_2^*)\\&\quad+A_{-1}A_{-1}^*+A_{-2}A_{-2}^*+A_1A_{-1}^*\\&\quad+A_1^*A_{-1}+A_1A_{-2}^*+A_1^*A_{-2}\\&\quad+A_2A_{-1}^*+A_2^*A_{-1}+A_2A_{-2}^*\\&\quad+A_2^*A_{-2}+A_{-1}A_{-2}^*+A_{-1}^*A_{-2}]\end{aligned}\qquad(9)$$

先求中括号中第一项。注意到 S_1 和 S_2 中变形前后的谱点一一对应，A_1A_2 相加用 S_1 表示求和区

$$\begin{aligned}&(A_1+A_2)(A_1^*+A_2^*)\\&=4\left|\sum_{S_1,k}\exp\{j\pi[(b_k+b_k')x_3+(c_k+c_k')y_3\right.\\&\quad\left.+d_k+d_k']\}\right.\\&\times\cos\pi[((b_k-b_k')x_3+(c_k-c_k')y_3+d_k-d_k']\,|^2,\end{aligned}$$

孔内谱点的频带很狭，对应谱点的频差近似为常数

$$b_k-b_k'=b-b',\ c_k-c_k'=c-c',$$
$$d_k-d_k'=d-d'$$

$$\begin{aligned}(A_1+A_2)(A_1^*+A_2^*)&=4\cos^2\pi[(b-b')x_3\\&\quad+(c-c')y_3+d-d']\\&\quad\times\left|\sum_{S_1,k}\exp j\pi[(b_k+b_k')x_3+(c_k+c_k')y_3\right.\\&\quad\left.+d_k+d_k']\right|^2\end{aligned}\qquad(10)$$

$$b=\frac{x_{20}}{\lambda f}\qquad c=\frac{y_{20}}{\lambda f}$$

考虑进统计性质，求得 (10) 式后一个因子为[1]

$$\left|\sum_{S_1,k}\cdots\cdots\right|^2=\sum_m G_{1,1}(\alpha_m,\beta_m)\exp[j2\pi(\alpha_mx_3+\beta_my_3+\gamma_m)]$$

$$G_{1,1}(\alpha_m,\beta_m)=\iint S_1(x_2,y_2)S_1(x_2+\lambda f\alpha_m,\ y_2+\lambda f\beta_m)dx_2dy_2\qquad(11)$$

类似地可求得其它各项

$$\left.\begin{aligned}&A_{-1}A_{-1}^*=\sum_m G_{-1,-1}(\alpha_m,\beta_m)\\&\qquad\times\exp[j2\pi(\alpha_mx_3+\beta_my_3+\gamma_m)]\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\&A_1A_{-1}^*=\sum_m G_{1,-1}(\alpha_m,\beta_m)\\&\qquad\times\exp[j2\pi(\alpha_mx_3+\beta_my_3+\gamma_m)]\\&G_{1,-1}(\alpha_m,\beta_m)=\iint S_1(x_2,y_2)\\&\qquad\times S_{-1}(x_2+\lambda f\alpha_m,\ y_2+\lambda f\beta_m)dx_2dy_2\\&A_1^*A_{-1}=\sum_m G_{-1,1}(\alpha_m,\beta_m)\\&\qquad\times\exp[j2\pi(\alpha_mx_3+\beta_my_3+\gamma_m)]\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\end{aligned}\right\}\qquad(12)$$

把上面三式代入(9)得

$$\begin{aligned}I_3(x_3,y_3)&=\phi(x_3,y_3)a^2\{4\cos^2\pi[(b-b')x_3\\&\quad+(c-c')y_3+d-d']\\&\quad\times\sum G_{1,1}e^{j2\pi(\alpha_mx_3+\beta_my_3+\gamma_m)}\\&\quad+\sum Ge^{j2\pi(\alpha_mx_3+\beta_my_3+\gamma_m)}\}\end{aligned}\qquad(13)$$

$$\begin{aligned}G&=G_{-1,-1}+G_{-2,-2}+G_{1,-1}+G_{-1,1}\\&\quad+G_{1,-2}+G_{-2,1}+G_{2,-1}+G_{-1,2}+G_{2,-2}\\&\quad+G_{-2,2}+G_{-1,-2}+G_{-2,-1}\end{aligned}$$

当 $(b-b')x_3+(c-c')y_3+d-d'=n$

$$n=0, ,\pm1, \cdots \quad (14)$$

时象面上得亮纹。另一方面，滤波选出的变形前后栅方程是：

$$bx_1+cy_1+d=n,\ b'x_1+c'y_1+d'=n_2$$

此两栅形成的云纹方程为

$$(b-b')x_1+(c-c')y_1+d-d'=n_1-n_2=n$$
$$n=0,\ \pm1, \cdots \quad (15)$$

比较(14)、(15)式可知，(13)式的条纹是选用栅云纹的像。云纹是垂直栅线方向的等位移线，故(13)式条纹是光轴和点(x_{20}, y_{20})连线方向的等位移线。

在一般的位移情况下(13)式推广为

$$I_3(x_3, y_3)=\phi(x_3, y_3)a^2\Big[4\cos^2\frac{\pi}{\lambda f}(ux_{20}+vy_{20})\sum_m G_{1,1}e^{j2\pi(\alpha_m x_3+\beta_m y_3+\gamma_m)}+\sum_m Ge^{j2\pi(\alpha_m x_3+\beta_m y_3+\gamma_m)}\Big] \quad (16)$$

u、v是试件在x、y方向的位移，在散焦散斑法中，u、v是像面共轭面上的客观散斑位移场。式中各项的意义是：ϕ是散斑图轮廓的像；a^2是滤波孔处晕的强度；求和及余弦因子表示二次散斑场被等位移线调制。和文献[4]中的条纹公式相比，(16)式直接体现了条纹上的斑点结构，并能导出对比度公式。

四、条纹对比度和二次散斑

对比度定义$V=\dfrac{I_{3\max}-I_{3\min}}{I_{3\max}+I_{3\min}}$，将(17)式代入

$$V=\frac{\left\{\begin{array}{l}\sum_m (G_{1,1}+G)e^{j2\pi(\alpha_m x_3+\beta_m y_3+\gamma_m)}\\-\sum_m Ge^{j2\pi(\alpha_m x_3+\beta_m y_3+\gamma_m)}\end{array}\right.}{\left\{\begin{array}{l}\sum_m (G_{1,1}+G)e^{j2\pi(\alpha_m x^3+\beta_m y_3+\gamma_m)}\\+\sum_m Ge^{j2\pi(\alpha_m x_3+\beta_m y_3+\gamma_m)}\end{array}\right.} \quad (17)$$

式中$G_{1,1}$和G由滤波孔及错位量Δ决定。若错位量等于零，则S_{-1}、S_{-2}为零，G为零，$V=1$。这是极限情况。一般地说对比度依赖于$G_{1,1}$和G的相对大小，粗略地说图4

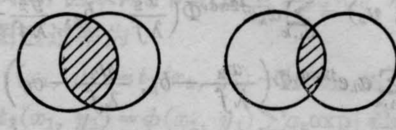
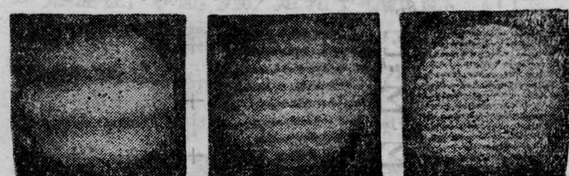


图 5

中两圆交迭区越大，对比度越好。

下面以特例来说明。刚体转动圆板问题中谱点错位$\Delta=\varphi\sqrt{x_{20}^2+y_{20}^2}$，$\varphi$是试件转动量。固定滤波孔大小，改变滤波位置，孔离光轴越远，Δ越大，交迭区越小，见图5。从图6可以看出随孔的外移，对比度变差。固定孔位置，改变孔大小。孔越大，交迭区的相对比例越大，见图7，条纹对比度也越好，见图8(a)～8(c)的实验照片。注意图8(c)～8(e)，当孔继续增大时，条纹对比度又下降了，特别是边缘部分。前面推导(13)式时把对应谱点的频差取为常数，事实上各谱点对的频差并不精确相等。各谱点对在象面上产生的云纹的条纹间距，取向也有差异。孔较小时，差异可忽略。孔较大时，差异也大，差异越大的云纹迭加，条纹的质量越差，且首先从边缘部分开始变坏。图9是个示意性的实验结果。中图条纹用较大孔(6 mm 直径)滤波得到，四周各图是用较小孔(2 mm)在上述



(a) (b) (c)

图6 不同滤波位置的全场条纹

(a) $\sqrt{x_{20}^2+y_{20}^2}=0.5\text{cm}$ (b) $\sqrt{x_{20}^2+y_{20}^2}=1.5\text{ cm}$

(c) $\sqrt{x_{20}^2+y_{20}^2}=2.5\text{ cm}$

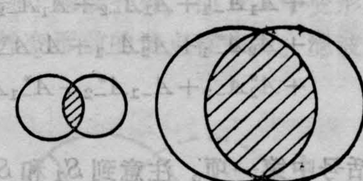


图 7

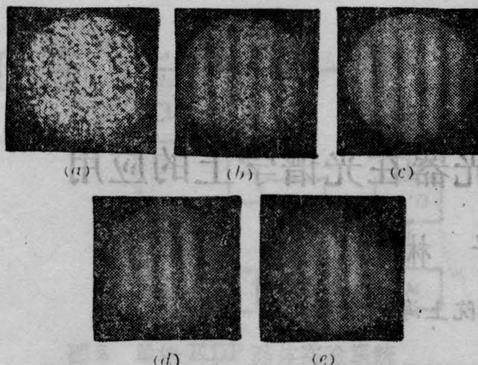


图 8　不同直径滤波孔的全场条纹

(a) $D=0.45$ mm;　(b) $D=1$ mm;　(c) $D=3$ mm;　(d) $D=4.5$ mm　(e) $D=6$ mm

大孔内各位置滤波得到。小孔所得条纹质量不错，但条纹间隔、方向各异，它们的迭加——即中图的条纹质量显著下降。可见，滤波孔选择适当才能得到较好的条纹。

从图 6 和图 8 还可看出，像面上二次散斑颗粒的大小对条纹可见度有很大影响。(16)式中两求和项说明二次散斑可看成随机栅的迭加，栅的频率成份由滤波孔大小、形状

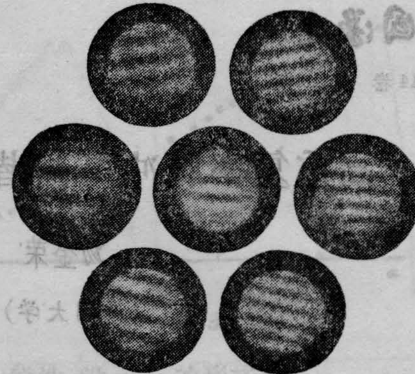


图 9

决定。高频成份多的散斑图颗粒较小，反之较大。滤波孔通常比照相孔小许多，故二次散斑颗粒比一次散斑颗粒大许多。滤波孔越小，二次散斑颗粒越大，条纹的可见度越差。

参　考　文　献

[1] 顾杰，沈永昭;《中国激光》, 1987, **14**, No. 8, 490.

[2] Duffy D. E.; *Exp. Mech.*, 1974, **14**, No. 9, 378.

[3] Hung Y. Y. *et al.*; *Appl. Opt.*, 1975, **14**, 168.

[4] Khetan R. P., Chiang P. F.; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 9, 2205.

(上接第 613 页)

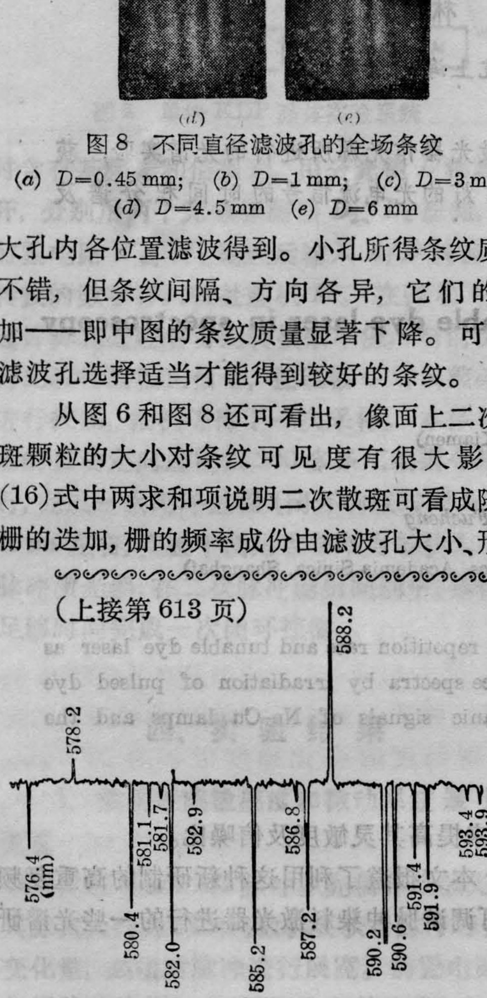


图 3　Ne-Cu 灯中脉冲光电流信号的时间积分谱（放电电流 15 mA）

也可用锁相放大器来探测光电流光谱[3]。图 4 给出了自制 Kr-U 灯的光电流光谱，图中只标出强线的波长值。另外，利用感生荧光的衰减曲线测出了 Ne $2p_2$ 能级的寿命。

三、结　论

把新研制的高重复率脉冲可调谐染料激

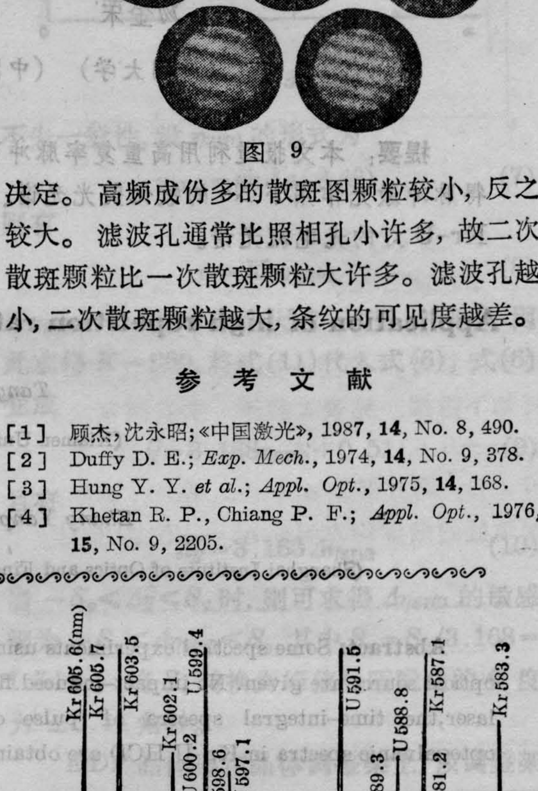


图 4　Kr-U 灯的光电流光谱（单位 nm）

光器作激光光谱实验，获得了脉冲激光作用下 Ne 的敏化荧光谱。发现脉冲激光激发与连续激光激发一样，仍然存在碰撞转移过程。另外还获得 Ne-Cu 灯的脉冲光电流信号的时间积分谱及 Kr-U 灯的光电流光谱，这些实验表明高重复率、窄线宽脉冲可调谐染料激光器在激光光谱研究中将发挥较好的作用。

参　考　文　献

[1] 胡企铨等;《光学学报》, 1984, **4**, No. 3, 212.

[2] 汤金荣等;《中国激光》, 待发表。

[3] 景春阳等;《光学学报》, 1986, **6**, No. 5, 396.