中国激光
第14卷 第10期

超辐射中的量子拍

顾 樵
(西北大学物理系)

提要：将不同共振频率多原子系统集体自发辐射的量子理论用于讨论两个独立跃迁的两组原子的超辐射。在旋波近似、缓变包络近似及退关联近似下得到了辐射强度随时间变化的解析表达式。

Quantum beats in superradiance

Gu Qiao
(Department of Physics, Northwest University, Xian)

Abstract: A quantum theory for collective spontaneous emission of a multiatomic system with different resonance frequencies is applied here to the superradiant emission of two groups of atoms undergoing two independent transitions. An analytical expression for the emmited intensity as a function of time is obtained after making rotating wave approximation, slowly varying envelope approximation and decorrelation approximation.

一、引 言

超辐射拍是发生在多原子体系超辐射衰变过程中的一种量子拍。它的物理过程可简述为：在非相干激励下，体系中的原子最初布居在两个高能态 a、b，随后 a、b 态上的两组原子各自独立地衰变到低能态 c、d。在衰变过程中，频率为 $\omega_{ac}\equiv\omega_1$ 和 $\omega_{bd}\equiv\omega_2$ 的二辐射源发生瞬态相干作用，如果频差 $\omega_{12}\equiv|\omega_1-\omega_2|\ll\omega_1、\omega_2$，就会出现拍的现象，即辐射强度受到 ω_{12} 的调制。

超辐射拍的现象已经多次被观察到[1]。这几年人们的兴趣开始转向超辐射拍的理论研究[2]。本文通过超辐射拍的全量子理论描述，得到辐射强度的解析表达式。

二、辐射强度表达式[3]

按照全量子理论，两组二能级原子与辐射场的总哈密顿量在旋波近似下可以写为：

$$\hat{\mathscr{H}}=\sum_{\lambda}\hbar\omega_{\lambda}\hat{a}_{\lambda}^{+}\hat{a}_{\lambda}+\sum_{l=1}^{N_1}\hbar\omega_1\hat{R}_{l3}+\sum_{m=1}^{N_2}\hbar\omega_2\hat{R}_{m3}$$
$$+\sum_{\lambda}\sum_{l=1}^{N_1}\hbar(G_{l\lambda}\hat{a}_{\lambda}\hat{R}_{l+}+\text{c.c.})$$
$$+\sum_{\lambda}\sum_{m=1}^{N_2}\hbar(G_{\lambda m}\hat{a}_{\lambda}\hat{R}_{m+}+\text{c.c.})。\quad(2.1)$$

这里 ω_{λ}、$\hat{a}_{\lambda}^{+}$ 和 $\hat{a}_{\lambda}$ 分别是第 λ 个腔模的辐射

收稿日期：1986年6月16日。

频率、产生和湮灭算子。N_α ($\alpha=1$ 或 2)是第 α 组原子的数目，体系总原子数为 $N=\sum_\alpha N_\alpha=N_1+N_2$。$\omega_\alpha$ 是第 α 组原子的跃迁频率。j ($j=l$ 或 m) 标记第一组的第 l 个原子或第二组的第 m 个原子。$\{\hat{R}_{j1}, \hat{R}_{j2}, \hat{R}_{j3}\}$是第 j 个原子的赝自旋算子。$\hbar\omega_\alpha\hat{R}_{j3}$($\alpha=1$ 时，$j=l$; $\alpha=2$ 时，$j=m$) 是第 α 组的第 j 个原子的能量算子。$\hat{R}_{j\pm}$ 分别是第 j 个原子的能级升、降算子，它定义为

$$\hat{R}_{j\pm}=\hat{R}_{j1}\pm i\hat{R}_{j2}。\tag{2.2}$$

$G_{\lambda j}$ 是第 λ 个腔模与第 j 个原子的偶合常数[3]，

$$G_{\lambda j}=-i\omega_\alpha d_\alpha\left(\frac{2\pi}{\hbar\omega_\lambda V}\right)^{1/2}\times\boldsymbol{\epsilon}_\lambda\cdot\boldsymbol{u}_{d_\alpha}\exp\left(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}_j\right),\tag{2.3}$$

式中 $\boldsymbol{r}_j$ 是第 j 个原子的位置矢径，d_α 是第 α 组原子的偶极跃迁矩阵元 $\boldsymbol{d}_\alpha=\langle+|e\boldsymbol{r}_\alpha|-\rangle$ 的大小。$\boldsymbol{u}_{d_\alpha}$ 是 $\boldsymbol{d}_\alpha$ 方向上的单位矢量，$\boldsymbol{k}$ 是第 λ 个腔模的波矢量。$\boldsymbol{\epsilon}_\lambda$ 是与 $\boldsymbol{k}$ 正交的两个偏振方向中的任一个方向上的单位矢量。V 是腔模体系。

第 λ 个腔模的光子数算子 $\hat{n}_\lambda(t)=\hat{a}^+_\lambda(t)\times\hat{a}_\lambda(t)$ 的海森堡运动方程为

$$\dot{\hat{n}}_\lambda(t)=-\frac{i}{\hbar}[\hat{n}_\lambda(t),\ \mathscr{H}(t)]。\tag{2.4}$$

将(2.1)代入(2.4)得到

$$\begin{aligned}\dot{\hat{n}}_\lambda(t)=-i\Big\{&\sum_l[G^*_{\lambda l}\hat{a}^+_\lambda(t)\hat{R}_{l-}(t)\\&-G_{\lambda l}\hat{a}_\lambda(t)\hat{R}_{l+}(t)]\\&+\sum_m[G^*_{\lambda m}\hat{a}^+_\lambda(t)\hat{R}_{m-}(t)\\&-G_{\lambda m}\hat{a}_\lambda(t)\hat{R}_{m+}(t)]\Big\}。\end{aligned}\tag{2.5}$$

设(2.5)中的 $\hat{R}_{j-}(t)$ 可以写为

$$\hat{R}_{j-}(t)=\hat{S}_{j-}(t)e^{-i\omega_\alpha t}。\tag{2.6}$$

假定 $\hat{S}_{j-}(t)$ 是时间的缓变算子，解 $\hat{a}_\lambda(t)$ 的海森堡运动方程可以得到

$$\begin{aligned}\hat{a}_\lambda(t)=\hat{a}_\lambda(0)e^{-i\omega_\lambda t}&\\-\sum_L G^*_{\lambda L}\hat{R}_{L-}(t)\xi^*(\omega_\lambda-\omega_1)&\\-\sum_M G^*_{\lambda M}\hat{R}_{M-}(t)\xi^*(\omega_\lambda-\omega_2),&\end{aligned}\tag{2.7}$$

(2.7) 中的 L、M 分别表示第一组的第 L 个原子和第二组的第 M 个原子。$\xi(\omega_\lambda-\omega_\alpha)$定义为

$$\xi(\omega_\lambda-\omega_\alpha)=\mathscr{P}\frac{1}{\omega_\lambda-\omega_\alpha}-i\pi\delta(\omega_\lambda-\omega_\alpha),\tag{2.8}$$

这里 $\mathscr{P}$ 和 δ 表示"主部"和 δ 函数。

下面我们在状态

$$|\Phi_{N_1}\Phi_{N_2}\rangle|0\rangle\tag{2.9}$$

中求算子 $\hat{n}_\lambda(t)$ 的期待值。(2.9) 中的 $|0\rangle$ 表示光子真空态，而

$$|\Phi_{N_1}\Phi_{N_2}\rangle=\prod_{l=1}^{N_1}\prod_{m=1}^{N_2}|\theta\phi_1\rangle_l|\theta\phi_2\rangle_m\tag{2.10}$$

表示 N 个原子的状态，其中 $|\theta\phi_\alpha\rangle_j$ 表示第 α 组的第 j 个原子的状态，它由下式表示

$$\begin{aligned}|\theta\phi_\alpha\rangle_j=\sin\frac{\theta}{2}e^{-i\phi_\alpha/2}|+\rangle_j&\\+\cos\frac{\theta}{2}e^{i\phi_\alpha/2}|-\rangle_j,&\end{aligned}\tag{2.11}$$

这里的 θ 是时间的函数。ϕ_α 定义为

$$\phi_\alpha=\omega_\alpha t。\tag{2.12}$$

(2.11) 中的 $|\pm\rangle_j$ 应理解为任意 t 时刻 $\hat{R}_{j3}(t)$ 的本征态，而不限于 $t=0$ 时刻，即

$$\hat{R}_{j3}(t)|\pm\rangle_j=\pm\frac{1}{2}|\pm\rangle_j。\tag{2.13}$$

在海森堡图象中态矢不随时间变化，因而在(2.9)态中 $\hat{n}_\lambda(t)$ 的期待值的方法是近似的，它是文献[3]在单频情况下所采用的近似方法对双频情况的直接推广。

将(2.7)代入(2.5)后，在态 (2.9) 中求 $\dot{\hat{n}}_\lambda(t)$ 的期待值，并利用 $\hat{a}_\lambda(0)|0\rangle=0$ 以及(2.8)得到

$$\begin{aligned}\langle\dot{\hat{n}}_\lambda\rangle=2\pi\Big[&\sum_{lL}G_{\lambda l}G^*_{\lambda L}\langle\hat{R}_{l+}\hat{R}_{L-}\rangle\delta(\omega_\lambda-\omega_1)\\&+\sum_{mM}G_{\lambda m}G^*_{\lambda M}\langle\hat{R}_{m+}\hat{R}_{M-}\rangle\delta(\omega_\lambda-\omega_2)\\&-i\sum_{lm}\{[G_{\lambda l}G^*_{\lambda m}\langle\hat{R}_{l+}\hat{R}_{m-}\rangle+\text{c.c.}]\\&\times[\xi^*(\omega_\lambda-\omega_2)-\xi(\omega_\lambda-\omega_1)]\}\Big]。\end{aligned}\tag{2.14}$$

假定在初始时刻两组原子被两个泵浦脉

冲（波矢为 $\boldsymbol{k}_a$）独立地激发到两个靠近的上能级。这个假定带来的第一个结果是原子被激发的时间起点不同，这是因为原子的空间位置不同因而感受到泵浦脉冲波前的时刻不同。我们可以对不同时间起点加以调整，具体的办法是[3]：给算子 $\hat{R}_{j\pm}$ 分别乘以位相因子 $\exp(\mp i\boldsymbol{k}_a\cdot\boldsymbol{r}_j)$，这样 $\hat{R}_{j+}$ 和 $\hat{R}_{j-}$ 便具有共同的时间起点。上述假定所带来的第二个结果是，由于原子被相同地处理，因而诸期待值 $\langle\cdot\cdot\rangle$ 实际上不依赖于求和指标 l、L；m、M[3]，当 (2.14) 中的前两个求和按 $l=L$ 和 $l\neq L$；$m=M$ 和 $m\neq M$ 处理，第三个求和按 $l\neq m$ 处理时，它能被写为

$$\langle\dot{\hat{n}}_\lambda\rangle=\frac{(2\pi\omega d)^2}{\hbar\omega_\lambda V}|\boldsymbol{\epsilon}_\lambda\cdot\boldsymbol{u}_d|^2\delta(\omega_\lambda-\omega)\times[N_1\langle\hat{R}_{a+}\hat{R}_{a-}\rangle+(|\beta_1|^2-N_1)\times\langle\hat{R}_{a+}\hat{R}_{A-}\rangle+N_2\langle\hat{R}_{b+}\hat{R}_{b-}\rangle+(|\beta_2|^2-N_2)\langle\hat{R}_{b+}\hat{R}_{B-}\rangle+(\beta_1\beta_2^*\langle\hat{R}_{a+}\hat{R}_{b-}\rangle+\text{c.c.})],\tag{2.15}$$

这里第一组内特定的 l、L 原子已被任意的 a、A 原子代替，同样第二组内特定的 m、M 原子已被任意的 b、B 原子代替。另外已将 (2.14) 中隐含的 ω_a、d_a 用相应的平均值

$$\omega=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$$

$$d=\frac{d_1+d_2}{2}$$

所代替，并考虑到了 (2.8) 及 (2.3)。(2.15) 中的 β_a 由下式给出

$$\beta_a=\sum_j\exp[i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_a)\cdot\boldsymbol{r}_j]。\tag{2.16}$$

从而辐射强度为

$$I(t)=\sum_P\iint\rho(\omega_\lambda)\hbar\omega_\lambda\langle\dot{\hat{n}}_\lambda\rangle d\omega_\lambda d\Omega_k,\tag{2.17}$$

这里 $\sum_P$ 表示对偏振求和，$\rho(\omega_\lambda)$ 为模密度，

$$\rho(\omega_\lambda)=\frac{V}{(2\pi c)^3}\omega_\lambda^2。\tag{2.18}$$

将 (2.15) 及 (2.18) 代入 (2.17) 得到

$$I(t)=I_1(0)[N_1\langle\hat{R}_{a+}\hat{R}_{a-}\rangle+\nu_1N_1^2\langle\hat{R}_{a+}\hat{R}_{A-}\rangle+N_2\langle\hat{R}_{b+}\hat{R}_{b-}\rangle+\nu_2N_2^2\langle\hat{R}_{b+}\hat{R}_{B-}\rangle+\mu N_1N_2\langle\hat{R}_{a+}\hat{R}_{b-}\rangle,\tag{2.19}$$

式中

$$I_1(0)=\int I_1(\boldsymbol{k},0)d\Omega_k,\tag{2.20}$$

$$\nu_a=\frac{1}{I_1(0)}\int I_1(\boldsymbol{k},0)\left(\frac{|\beta_a|^2}{N_a^2}-\frac{1}{N_a}\right)d\Omega_k,\tag{2.21a}$$

$$\mu=\frac{1}{I_1(0)}\int I_1(\boldsymbol{k},0)\frac{\beta_1\beta_2^*}{N_1N_2}d\Omega_k,\tag{2.21b}$$

$$I_1(\boldsymbol{k},0)=\frac{\omega^4d^2}{2\pi c^3}\sum_P|\boldsymbol{\epsilon}_\lambda\cdot\boldsymbol{u}_d|^2。\tag{2.22}$$

将 (2.22) 代入 (2.20) 不难算得

$$I_1(0)=\frac{\hbar\omega}{\tau_1},\tag{2.23}$$

而式中

$$\tau_1=\frac{3}{4}\frac{\hbar c^3}{\omega^3d^2}。\tag{2.24}$$

显然，τ_1 是单个原子的激发态寿命，$I_1(0)$ 是 $t=0$ 时单个原子的辐射强度。

利用 (2.13) 以及

$$\hat{R}_{j\pm}(t)|\mp\rangle_j=|\pm\rangle_j,\tag{2.25}$$

容易求出 $\hat{R}_{j3}(t)$ 以及 $\hat{R}_{j\pm}(t)$ 在态 (2.9) 中的期待值：

$$\langle\hat{R}_{j3}\rangle=-\frac{1}{2}\cos\theta,\tag{2.26a}$$

$$\langle\hat{R}_{j\pm}\rangle=\frac{1}{2}\sin\theta e^{\pm i\phi_a}。\tag{2.26b}$$

利用

$$\langle\hat{R}_{j+}\hat{R}_{j-}\rangle=\frac{1}{2}+\langle\hat{R}_{j3}\rangle,\tag{2.27}$$

以及退关联近似：

$$\langle\hat{R}_{j+}\hat{R}_{j-}\rangle\approx\langle\hat{R}_{j+}\rangle\langle\hat{R}_{j-}\rangle,\tag{2.28}$$

并注意到 (2.26)，容易求出 (2.19) 中的诸 $\langle\cdot\cdot\rangle$，再利用 (2.12) 后，(2.19) 变为

$$I(t)=I_1(0)\left[\frac{N}{2}(1-\cos\theta)+\nu\frac{N^2}{4}\sin\theta+\mu\frac{N_1N_2}{2}\sin^2\theta\cos\omega_{12}t,\right]\tag{2.29}$$

式中 $\nu=\frac{1}{N^2}(\nu_1 N_1^2+\nu_2 N_2^2)$

$$=\frac{1}{I_1(0)}\int I_1(\boldsymbol{k},0)\times\left(\frac{|\beta_1|^2+|\beta_2|^2}{N^2}-\frac{1}{N}\right)d\Omega_{k}。\tag{2.30}$$

根据能量守恒有

$$I(t)=-\hbar\omega\frac{d}{dt}\langle\hat{R}_3\rangle,\tag{2.31}$$

这里

$$\langle\hat{R}_3\rangle=\sum_{l=1}^{N_1}\langle\hat{R}_{l3}\rangle+\sum_{m=1}^{N_2}\langle\hat{R}_{m3}\rangle。\tag{2.32}$$

利用(2.26a), (2.32)变为

$$\langle\hat{R}_3\rangle=-\frac{N}{2}\cos\theta。\tag{2.33}$$

将(2.29)的左端用(2.31)代换, 将(2.29)右端的 $\cos\theta$、$\sin\theta$ 通过(2.33)换成 $\langle\hat{R}_3\rangle$ 的函数, 这样(2.29)变成关于 $\langle\hat{R}_3\rangle$ 的常微分方程

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{R}_3\rangle=\frac{1}{\tau_1}\left(\nu+\mu\frac{2N_1N_2}{N^2}\cos\omega_{12}t\right)\times\langle\hat{R}_3\rangle^2-\frac{1}{\tau_1}\langle\hat{R}_3\rangle-\frac{1}{\tau_1}\left(\frac{N}{2}+\nu\frac{N^2}{4}+\mu\frac{N_1N_2}{2}\cos\omega_{12}t\right)。\tag{2.34}$$

初始 $t=0$ 时刻, 原子处在各自的上能级, 即

$$\langle\hat{R}_3\rangle_{t=0}=\frac{N}{2}。\tag{2.35}$$

由(2.34)及(2.35)解得

$$\langle\hat{R}_3\rangle=N\left\{\frac{1}{k(t)+1}\exp\left[-\frac{\mu N}{\tau_1}\times\left(\frac{\nu}{\mu}+\frac{t}{\mu N}+\frac{2N_1N_2}{N^2}\times\frac{\sin\omega_{12}t}{\omega_{12}}\right)\right]-\frac{1}{2}\right\},\tag{2.36}$$

式中

$$k(t)=-\frac{\mu N}{\tau_1}\int_0^t\left(\frac{\nu}{\mu}+\frac{2N_1N_2}{N^2}\cos\omega_{12}t'\right)\times\exp\left[-\frac{\mu N}{\tau_1}\left(\frac{\nu}{\mu}t'+\frac{t'}{\mu N}+\frac{2N_1N_2}{N^2}\frac{\sin\omega_{12}t'}{\omega_{12}}\right)\right]dt'。\tag{2.37}$$

将(2.36)代入(2.31)得到

$$\begin{aligned}I(t)=I(0)\mu N\Bigg\{&\frac{1}{k(t)+1}\left(\frac{\nu}{\mu}+\frac{1}{\mu N}+\frac{2N_1N_2}{N^2}\cos\omega_{12}t\right)\\&\times\exp\left[-\frac{\mu N}{\tau_1}\left(\frac{\nu}{\mu}t+\frac{t}{\mu N}+\frac{2N_1N_2}{N^2}\frac{\sin\omega_{12}t}{\omega_{12}}\right)\right]\\&-\frac{1}{[k(t)+1]^2}\left(\frac{\nu}{\mu}+\frac{2N_1N_2}{N^2}\cos\omega_{12}t\right)\\&\times\exp\left[-2\frac{\mu N}{\tau_1}\left(\frac{\nu}{\mu}t+\frac{t}{\mu N}+\frac{2N_1N_2}{N^2}\frac{\sin\omega_{12}t}{\omega_{12}}\right)\right]\Bigg\}。\end{aligned}\tag{2.38}$$

式中 $k(t)$ 仍由(2.37)表示, 而

$$I(0)=N\frac{\hbar\omega}{\tau_1}\tag{2.39}$$

是 $t=0$ 时刻 N 个原子的辐射强度, 它表明超辐射拍起始于普通的自发辐射。

(2.37)～(2.39) 就是我们所得到的 N 原子系统超辐射拍的辐射强度的一般表达式。

下面从(2.16)、(2.21b)及(2.30)出发, 进一步讨论 μ、ν 的含义。假定样品的原子足够多, 而且在空间均匀分布, 这样(2.16)的求和可以用下面的积分代替

$$\beta_\alpha=\frac{N_\alpha}{V}\int_V d^3\boldsymbol{r}\exp[i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_\alpha)\cdot\boldsymbol{r}]。\tag{2.40}$$

假定 $N_1=N_2=\frac{N}{2}$, 另外由于 $\omega_{12}\ll\omega_1$、ω_2, 也可以假定 $\boldsymbol{k}_1=\boldsymbol{k}_2\equiv\boldsymbol{k}_0$。在这两个条件下, 按照(2.40)不难算出(2.21b)及(2.30)中的两个因子:

$$\frac{\beta_1\beta_2^*}{N_1N_2}=\frac{1}{V^2}\int_V d^3\boldsymbol{r}\int_V d^3\boldsymbol{r}'e^{i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)\cdot(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')},\tag{2.41a}$$

$$\frac{|\beta_1|^2+|\beta_2|^2}{N^2}-\frac{1}{N}$$

$$=\frac{1}{2V^2}\int_V d^3\boldsymbol{r}\int_V d^3\boldsymbol{r}' e^{i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)\cdot(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}。\tag{2.41b}$$

这样(2.30)与(2.21b)两式的比值为

$$\frac{\nu}{\mu}=\frac{1}{2}。\tag{2.42}$$

将(2.42)代入(2.38)及(2.37)，并引入变换

$$T=\frac{\mu N}{\tau_1}t,\tag{2.43a}$$

$$T_0=\frac{\mu N}{\tau_1}\frac{1}{\omega_{12}},\tag{2.43b}$$

得到

$$I(T)=I(0)\mu N\left\{\frac{1}{k(T)+1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\mu N}+\frac{1}{2}\cos\frac{T}{T_0}\right)\exp\left[-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\mu N}\right)T-\frac{T_0}{2}\sin\frac{T}{T_0}\right]-\frac{1}{[k(T)+1]^2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\frac{T}{T_0}\right)\times\exp\left[-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\mu N}\right)T-T_0\sin\frac{T}{T_0}\right]\right\},\tag{2.44a}$$

$$k(T)=-\int_0^T\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\frac{T'}{T_0}\right)\times\exp\left[-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\mu N}\right)T'-\frac{T_0}{2}\sin\frac{T'}{T_0}\right]dT'。\tag{2.44b}$$

(2.41a)的积分与样品的形状有关, 对于圆柱形样品, 这一积分为

$$\frac{\beta_1\beta_2^*}{N_1N_2}=4\left\{\frac{\sin\left[\frac{1}{2}\mathscr{L}(1-\cos\psi)\right]}{\frac{1}{2}\mathscr{L}(1-\cos\psi)}\right\}^2\times\left\{\frac{J_1(\mathscr{R}\sin\psi)}{\mathscr{R}\sin\psi}\right\}^2,\tag{2.45}$$

其中 ψ 是 $\boldsymbol{k}$ 与 $\boldsymbol{k}_0$ 的夹角, J_1 是一阶贝塞耳函数, $\boldsymbol{k}_0$ 沿柱轴方向, 而

$$\mathscr{L}=\frac{2\pi}{\lambda}L,\tag{2.46a}$$

$$\mathscr{R}=\frac{2\pi}{\lambda}R,\tag{2.46b}$$

L、R 是圆柱样品的长度和横截面半径, λ 是辐射波长。将(2.45)代入(2.21b)得到

$$\mu=\frac{6}{(\mathscr{L}\mathscr{R})^2}\int_{-1}^{1}\frac{dx(1+x^2)}{(1-x)^2(1-x^2)}\times\sin^2\left[\frac{1}{2}\mathscr{L}(1-x)\right]\times J_1^2[\mathscr{R}(1-x^2)^{1/2}]。\tag{2.47}$$

由(2.47)可以给出 μ 的两个极限值[3]

$$\mu=\begin{cases}\frac{3}{8\pi}\left(\frac{\lambda^2}{A}\right) & A\gg\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2,\ L\ll\frac{A}{\lambda}\ (\text{盘状样品}) \quad (2.48a)\\ \frac{3}{8}\left(\frac{\lambda}{L}\right) & L\ll\frac{\lambda}{2\pi},\ A\ll\lambda L\ (\text{针状样品}) \quad (2.48b)\end{cases}$$

式中 A 是样品横截面积。

现在讨论 $\omega_{12}=0$ 的极限行为, 这时将 $\frac{1}{T_0}=0$ 代入(2.44), 化简后再利用(2.43)得

$$I(t)=\frac{\hbar\omega}{4\mu\tau_1}(1+\mu N)^2\operatorname{sech}^2\left(\frac{t-\tau_D}{\tau_R}\right),\tag{2.49}$$

式中

$$\tau_R=\frac{2\tau_1}{1+\mu N},\tag{2.50a}$$

$$\tau_D=\tau_R\ln(\mu N)^{\frac{1}{2}}。\tag{2.50b}$$

(2.49) 正是普通超辐射的辐射强度表达式, 它与全量子理论的结果[3]完全相同, 与半经典理论的结果相一致。

表达式(2.44)为将超辐射拍应用于高分辨率光谱学提供了理论基础。由它出发可以推导出一个由辐射强度曲线确定频差 ω_{12} 的极简单的关系式[1], 这个关系式提供了一个测定能级精细结构的新方法。

参 考 文 献

[1] Gu Qiao; in "Second International Conference Trends in Quantum electrontics", ed. S. M. Bochum, European Physical Society, 1985, 359.

[2] C. Leonardi *et al.*; *J. Phys. B.*, 1982, **15**, 4017.

[3] L. Allen *et al.*; "Optical Resonance and Two-Level Atoms", Wiley, New York, 1975, p. 175, 182, 179, 187.