

象散光学系统的象平面全息术

刘淑辉 厉志明

(浙江大学物理系)

提要:从理论上分析了象散光学系统产生象平面全息图的可能性,并在实验上得到证实。采用这种技术摄制的全息图,在白光点源照明下再现,可获得有一定深度的无畸变的黑白色全息象。

Image-plane holography of astigmatic system

Liu Shuhui, Li Zhiming

(Department of Physics, Zhejiang University)

Abstract: Possibility of producing image-plane holograms of astigmatic system is analyzed theoretically, and verified experimentally. When the hologram fabricated by such technique is reconstructed with white light point source, a distortionless, white-black holographic image with certain depth is obtained.

一、引言

典型的象平面全息图通常有两种制作方法,即利用球面凸透镜将景物成象在全息底片附近的一步完成法^[1,2],以及用准直或近准直参考束制作一张传统的菲涅耳全息图,尔后由第一张全息图产生的实象来制作象平面全息图的两步完成法^[3]。因为物总有一定景深,为了能最大限度地保证全息象的清晰度,一般在摄制象平面全息图时总是将物的象跨立在全息底片上。这样做的不利之处是,在观看象平面全息图的再现时,位于全息图前方的那部分象,会引起观看者的视觉混乱,

即所谓象平面运动视差效应。

为了能看到既清晰而又无运动视差的立体象,1980年K. Bazargan和M. R. B. Forshaw^[4]提出在二步法中用控制第一张全息图象散量的方法,使第二张全息图的白光再现象,全部落在全息图的后方。这一设想是以Champagne的全息图三级相差理论为基础^[5],并在实验上证明是成功的^[6]。

我们建议的方法是在一步法中直接插入柱面透镜构成象散光学系统来摄制无象平面运动视差的象平面全息图。这一方法的优点首先是一步完成,摄制过程比较简单;其次是象散量可由柱面透镜的曲率大小及柱面透

收稿日期:1985年4月25日。

镜和球面透镜之间的距离加以控制,控制手段直观;第三,可控制的象散量范围较大,因而所获得的再现象深度的可控范围也较大。

二、理论

如图1所示,物点 O 经柱面透镜 L_1 和球面透镜 L 后形成象散象,其垂直维象为 I_v ,水平维象为 I_H 。将全息底片放在垂直维象处或附近来记录全息图,这种全息图对垂直维象来说是属于平面全息图的。当用白光点源进行原始象再现时,观看者的视线对着全息图,从垂直维象看向水平维象,一个黑白或准黑白色的原物体的正象出现在全息图的后方,象的深度由水平维象相对于垂直维象的距离决定。而再现象只有当其水平维象和垂直维象的放大率相匹配时才是无畸变的象。下面讨论象散光学系统产生无畸变黑白深象的可能性问题。

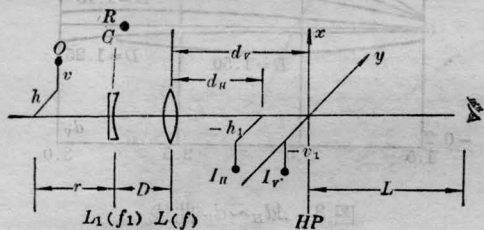


图1 摄制象平面全息图的象散光学系统正象光路

由成象的几何关系容易证明:

垂直维象的位置

$$d_v = \frac{[D(r-f_1) - rf_1]f}{[(D-f)(r-f_1) - rf_1]} \quad (1)$$

水平维象的位置

$$d_H = (D+r)f / (D+r-f) \quad (2)$$

垂直维象的放大率

$$\partial v_1 / \partial v = [(d_v - f)(D - f_1) - d_v f] / f_1 f \quad (3)$$

水平维象的放大率

$$\partial h_1 / \partial h = -(d_H - f) / f \quad (4)$$

上述公式简单推证如下。一般双薄透镜成象光路由图2所示, OI_1 为物点 O 经透镜 L_1 后

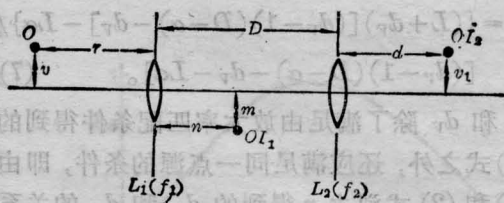


图2 推导公式(1)~(4)用图

所成的象, OI_2 为 OI_1 经透镜 L_2 后形成的象。由几何关系得到 $\frac{1}{r} + \frac{1}{n} = \frac{1}{f_1}$, $-\frac{m}{v} = \frac{n}{r}$, $\frac{1}{D-n} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f_2}$ 和 $-\frac{v_1}{m} = \frac{d}{D-n}$ 。由该四式解得

$$d = \frac{[D(r-f_1) - rf_1]f_2}{[(D-f_2)(r-f_1) - rf_1]} \quad (*)$$

和

$$\partial v_1 / \partial v = \frac{[(d-f_2)(D-f_1) - df_2]}{f_1 f_2} \quad (**)$$

令(*)和(**)中的 $f_2 = f$,就得到(1)和(3)式;令(*)和(**)中的 $f_2 = f$ 和 $f_1 = \infty$,就得(2)和(4)式。(1)~(4)式中的焦距对凸透镜用正值,凹透镜用负值。

设照明点光源 O 放在参考点光源 R 的位置来进行原始象再现,观看者的眼睛离全息图的距离为 L ,则垂直维象和水平维象的放大率匹配条件为:

$$\frac{[(\partial v_1 / \partial v) / L]}{[(\partial h_1 / \partial h) / (L + d_v - d_H)]} = 1$$

或

$$-\frac{\{[(d_v - f)(D - f_1) - d_v f] / (f_1 f)\} / L}{[(d_H - f) / f] / (L + d_v - d_H)} = 1 \quad (5)$$

为了便于运算,将(5)中的所有长度量都取 f 为单位,则(5)式可写成:

$$-\frac{\{[(d_v - 1)(D - \alpha) - d_v] / \alpha\} / L}{(d_H - 1) / (L + d_v - d_H)} = 1 \quad (6)$$

在(6)式中, $\alpha = f_1 / f$,其他量的符号虽和(5)式中的相同,但它们都是以 f 为单位的无量纲量。由(6)式得:

$$d_H = \frac{\{(L+d_V)[(d_V-1)(D-\alpha)-d_V]-L\alpha\}}{[(d_V-1)(D-\alpha)-d_V-L\alpha]} \quad (7)$$

d_H 和 d_V 除了满足由放大率匹配条件得到的(7)式之外, 还应满足同一点源的条件, 即由(1)和(2)式消去 r 得到的 d_H 和 d_V 的关系式, 同上处理, 将全部长度量都写成以 f 为单位的无量纲量, 得到

$$d_H^0 = \frac{\{d_V[D(D-1)-\alpha]-D^2\}}{[d_V(D-1)^2+(D-\alpha)-D^2]} \quad (8)$$

一般地(7)和(8)式中的 d_H 并不相等。为了区别起见, 将(8)式的 d_H 写成 d_H^0 。只有当光路参量的选择使 d_H 和 d_H^0 相等或近似相等时, 一物点源的光经图1所示的象散光学系统后其垂直维象和水平维象的放大率才是匹配或近似匹配的。 d_H 的偏差会导致垂直维象和水平维象失配。设 d_H 有 Δd_H 的偏差时, 失配度为 δ 。由(6)式得

$$\frac{\{[(d_V-1)(D-\alpha)-d_V]/\alpha\}/L}{(d_H \pm \Delta d_H - 1)/[L+d_V-(d_H \pm \Delta d_H)]} = 1 \pm \delta \quad (9)$$

当 $\Delta d_H \ll (d_H - 1)$ 时, 得失配度

$$\delta = \left| \frac{\Delta d_H}{(d_H - 1)} \right| + \left| \frac{\Delta d_H}{L + d_V - d_H} \right| \quad (10)$$

三、数值计算与实验

实验条件是: 凸透镜焦距为 9 cm, 凹柱面透镜的焦距为 -27 cm, 并取眼睛离全息图的距离为 30 cm, 即 $\alpha = -27/9 = -3$, $L = 30/9 = 3.333$ 。代入(7)和(8)式进行数值计算, 得 d_H 的偏差 $\Delta d_H = d_H - d_H^0$ 对 d_V 的关系曲线如图3所示。可以看出, 当 D 的值在 1.15~1.25 之间, d_H 的偏差较小。在这个范围内, 垂直维象和水平维象的放大率是匹配或近似匹配的, 能得到无畸变的全息象。 D 的其他值由于失配太大或再现象太小, 象深度

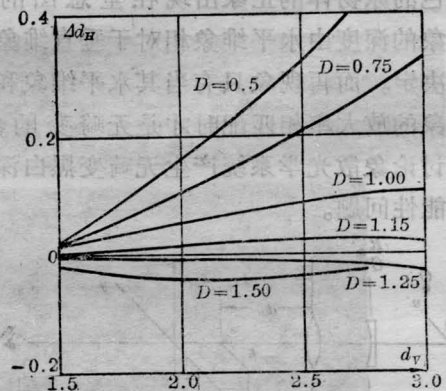


图3 $\Delta d_H \sim d_V$ 曲线

垂直维象距 d_V	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	单位: f
	13.50	15.75	18.00	20.25	22.50	24.75	27.00	单位: cm
水平维象距 d_H	1.217	1.502	1.781	2.058	2.330	2.601	2.870	单位: f
	10.95	13.52	16.03	18.52	20.97	23.41	25.83	单位: cm
水平维象距 d_H^0	1.213	1.495	1.775	2.053	2.329	2.603	2.875	单位: f
	10.92	13.46	15.98	18.48	20.96	23.43	25.88	单位: cm
偏差 $\Delta d_H = d_H - d_H^0$	0.004	0.007	0.006	0.005	0.001	-0.002	-0.005	单位: f
	0.04	0.06	0.05	0.05	0.01	-0.02	-0.05	单位: cm
象深 $d_V - d_H$	0.283	0.248	0.219	0.192	0.170	0.149	0.130	单位: f
	2.55	2.23	1.97	1.73	1.53	1.34	1.17	单位: cm
象放大率 $\left \frac{\partial h_1}{\partial h} \right $	0.22	0.50	0.78	1.06	1.33	1.60	1.87	
象失配度 δ	1.8%	1.4%	0.8%	0.5%	0.1%	0.1%	0.3%	

太浅,可利用的价值不大。

为了能更具体地了解采用象散光学系统所摄制的象平面全息图的再现现象特性,我们在表中列出了 $D=1.20$ 时由数值计算得到的各项具体数据,同时以 f 和 cm 二种单位标出。实际上,在 $D=1.20$ 附近如 $D=1.10\sim 1.30$ 的范围内都能获得清晰的、视感无畸变的黑白色再现现象。图4是我们取参量 $f=9\text{cm}$, $f_1=-27\text{cm}$, $L=3.33(30\text{cm})$, $D=1.33(12\text{cm})$, $d_V=1.81(16.3\text{cm})$ 和 $d_H=1.61(14.5\text{cm})$ 时所摄象平面全息图的白光再现现象的照片。照明光源用 $6\text{V } 30\text{W}$ 灯泡,灯丝线度约 2mm 。象的中心平面在全息图的后方约 2cm 。

也对 $f=9\text{cm}$, $f_1=-18\text{cm}$ 和 $f_1=-9\text{cm}$ 进行了计算。与上述情况相类似,最佳值也出现在 $D=1.20$ 左右,象深可达 $3\sim 6\text{cm}$ 。



图4 白光再现现象照片

参 考 文 献

- [1] L. Rosen; *Appl. Phys. Lett.*, 1966, **9**, No. 9, 337.
- [2] G. W. Stroke; *Phys. Lett.*, 1966, **23**, No. 5, 325.
- [3] F. B. Rotz, A. A. Friesem; *Appl. Phys. Lett.* 1966, **8**, No. 6, 146.
- [4] K. Bazargan, M. R. B. Forshow; *Opt. Commun.*, 1980, **32**, No. 1, 45.
- [5] E. B. Champagne; *J. Opt. Soc. Amer.*, 1967, **57**, No. 1, 51.
- [6] 徐镇初,刘守;《激光》,1981, **8**, No. 10, 8.

(上接第416页)

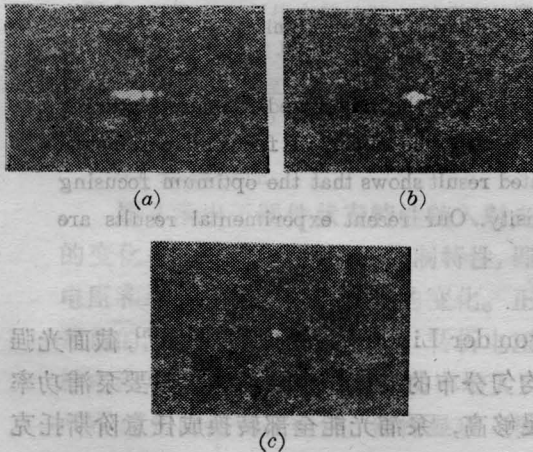


图7 染料激光光谱照片

(a) 腔内仅有棱镜时的光谱; (b) 附加 $F=2$ 的 $120\mu\text{m}$ 标准具时的光谱; (c) 改用 $F=5$ 的 $100\mu\text{m}$ 的标准具后的光谱

5的 $100\mu\text{m}$ 标准具与棱镜一起所得到的谱宽已接近变换极限带宽。

参加本工作的还有李永春、顾圣如和赵隆兴同志。

参 考 文 献

- [1] D. J. Bradley *et al.*; *Phys. Lett.*, 1969, **30A**, 535.
- [2] T. Sizer *et al.*; *Opt. Commun.*, 1981, **37**, 207.
- [3] Shunji Kishida, Tsuyoshi Yamane; *Opt. Commun.*, 1976, **18**, 19.
- [4] 何慧娟等;《中国激光》,1983, **10**, 765.
- [5] 金林法等;《中国激光》,1984, **11**, 54.
- [6] F. P. Schäfer; *Dye Laser*, New York, 1973.