

# 单模光纤构成时间不变线性系统的理论分析

张涛 万良风

(天津大学物理系)

**提要:** 在满足一级色散近似的单模光纤中, 本文从理论上分析了时间不变线性系统, 指出了在光学时间滤波及光学信息处理上可能的应用。

## Theoretical analysis on time-invariant linear system made by monomode fibers

Zhang Tao, Wan Liangfeng

(Department of Physics, Tianjin University)

**Abstract:** Time-invariant linear optical system is analysed theoretically in dispersive optical monomode fibers with large dispersion of the first order, and its potential applications in optical time filtering and optical information processing are proposed.

### 一、引言

随着单模光纤以及新激光光源的发展, 研究直接进行光学时间傅里叶变换的工作近期有了新的进展。1983年 T. Jansson 通过对输入到单模光纤中的光信号加入位相调制, 从理论上给出了光学时间傅氏变换的表达式<sup>[1]</sup>。

根据 P. K. Tien 的观点<sup>[2]</sup>, 可以用在平面波导中传播的平面波来近似地描述单模光纤中光波的传播。在无损耗的色散光纤中, 沿  $z$  轴传播的一维标量波可展开为:

$$U(t_0, z) = \int_0^{+\infty} \hat{U}(\omega, z) \exp(-i\omega t_0) d\omega$$

$$= \int_0^{+\infty} \hat{U}(\omega, 0) \exp[i(\beta z - \omega t_0)] d\omega \quad (1)$$

式中  $\omega$  为角频率,  $\beta$  为传播常数。对于准单色光

$$U(t_0, z) = A(t_0, z) \exp[i(\beta_0 z - \omega_0 t_0)] \quad (2)$$

在上述模型中, 传播常数的二阶导数  $d^2\beta/d\omega^2$  描述了介质的一级色散关系。所以在一级色散近似下,  $\beta$  可展开为:

$$\beta \cong \beta_0 + \dot{\beta}_0(\omega - \omega_0) + 1/2\ddot{\beta}_0(\omega - \omega_0)^2 \quad (3)$$

式中  $\beta_0 = \beta(\omega_0)$ ,  $\dot{\beta}_0 = d\beta/d\omega|_{\omega=\omega_0}$ ,  $\ddot{\beta}_0 = d^2\beta/d\omega^2|_{\omega=\omega_0}$ ;  $\omega_0$  和  $\beta_0$  分别称为平均角频率和

收稿日期: 1984年7月17日。

收到修改稿日期: 1985年7月3日。

传播常数;  $A(t_0, z)$  为复振幅。

由(1)、(2)和(3)式得到:

$$A(t, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega', z) \exp(-i\omega't) d\omega', \quad (4)$$

$$\begin{aligned} A(\omega', z) &= G(\omega', z) A(\omega', 0) \\ &= \exp(i\omega'^2 z \beta_0 / 2) A(\omega', 0). \end{aligned} \quad (5)$$

$\exp(-i\omega't)$  中包含了(3)式中的一次项, 式中  $\omega' = \omega - \omega_0$ ,  $t = t_0 - z/v_g$ ,  $v_g = 1/\beta_0$  为平均群速度,  $t_0$  为  $z=0$  处的时间变量。

$G(\omega', z)$  即为时间传递函数, (5)式实际上表示一个时间不变线性光学系统, 其逆傅氏变换为:

$$\begin{aligned} A(t, z) &= \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{2\pi D_0 z}} \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} A(t_0, 0) \\ &\times \exp[-i(t-t_0)^2 / 2D_0 z] dt_0 \end{aligned} \quad (6)$$

式中记  $D_0 = \beta_0$

设输入光信号受到位相调制, 即

$$A(t_0, 0) = B(t_0, 0) \exp(iat_0^2/2),$$

并且  $aD_0 > 0$ 。代入(6)式后, 可看到若取  $z = 1/(D_0 a) \equiv F$ , 则

$$\begin{aligned} A(t_F, F) &= \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{2\pi D_0 z}} \\ &\times \exp(-it_F^2 / 2D_0 F) B(-t_F, 0) \end{aligned}$$

$$B(\omega_F, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(t_0, 0) \exp(-i\omega_F t_0) dt_0 \quad (7)$$

式中  $\omega_F = -t_F/D_0 F$ ,  $t_F = t_0 - F/v_g$ 。

(7)式表明, 在  $z=F$  处的输出光信号  $A(t_F, F)$  直接正比于输入光信号的时间傅氏变换。

## 二、理论分析

本节从理论上给出几个改进的时间不变线性光学系统的模型。它们都可以应用于光学系统综合以及光学信息处理<sup>[3]</sup>。

I. 从(5)式可知, 当  $\omega'^2 z \beta_0 = q4\pi$ , ( $q$  为整数)时,  $G(\omega', z) = \exp(i\omega'^2 z \beta_0 / 2) = 1$ 。这时(5)式变为

$$A(\omega', z) = A(\omega', 0). \quad (8)$$

将(8)式代入(4)式得

$$A(t, z) = A(t, 0) \quad (9)$$

对于输入信号是时间的周期函数, (9)式表明通过距离  $z_q = q4\pi / (\omega'^2 z \beta_0)$  所需的时间是输入信号周期的若干倍。

进一步, 对于周期性光信号输入, 形式上可得到(7)式的傅氏逆变换

$$\begin{aligned} B(t, 0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i\pi/4) \sqrt{\frac{D_0 F}{2\pi}} \\ &\times \exp(it_F^2 / 2D_0 F) \\ &\times A(\omega_F, F) \exp(i\omega_F t) d\omega_F \\ &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-i\pi/4)}{\sqrt{2\pi D_0 F}} \\ &\times \exp(it_F^2 / 2D_0 F) \\ &\times A(-t_F, F) \exp(-i\omega_F t) dt_F \end{aligned} \quad (10)$$

式中已利用了  $B(t, 0) = B(t_0, 0)$ ,  $\omega_F = -t_F/D_0 F$ ,  $\omega_F = t/D_0 F$ 。

把(10)式代入(9)式得到

$$\begin{aligned} A(t, z_F) &= \frac{\exp(-i\pi/4)}{\sqrt{2\pi D_0 F}} \exp(iat^2/2) \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} (-1) \times A(-t_F, F) \\ &\times \exp(iat_F^2/2) \exp(-i\omega_F t) dt_F \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $a = 1/(D_0 F)$

从(11)式可见在  $z_F (> F)$  处的输出光信号  $A(t, z_F)$  正比于  $A(-t_F, F) \exp(iat_F^2/2)$  的傅氏变换。若认为位相因子  $\exp(iat_F^2/2)$  是一种时间滤波函数, 它加在等效焦平面  $z=F$  处, 而  $z_F$  处可视为等效象平面, 则(11)式表示一种频域综合效应。理论上讲, 这种系统的象平面  $z_F$  可以有无数个。

若不计  $\exp(iat_F^2/2)$  的影响 (即, 若  $\exp(iat_F^2/2) \cong 1$ ), 则整个单模光纤构成了时间不变线性光学系统。图1给出该系统的示意图。

II. 记引言中所描述的单模光纤为  $A$ , 在  $z=F$  处耦合上另一根光纤  $B$ 。二者不同

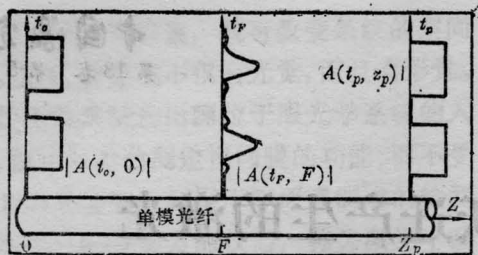


图 1

之处在于  $B$  中的  $\beta_0$  值 (记为  $D_B$ ) 与  $A$  中的  $\beta_0$  值 (记为  $D_0$ ) 异号, 即  $D_0 D_B < 0$ 。取  $z = |D_0|F/|D_B|$  为  $B$  光纤的输出端 (记为  $F_B$ )。

若考虑  $A$ 、 $B$  光纤的耦合是较理想情况, 即仅计入耦合对光波振幅的影响。那么我们在  $B$  光纤中也可得到与 (6) 式类似的结果。而 (7) 式作为  $A$  光纤在  $z=F$  处的输出光信号, 它同时又是  $B$  光纤的输入信号, 则在  $B$  光纤的输出端  $F_B$  处有:

$$A(t_B, F_B) = r \left[ \frac{\exp(i\pi/4)}{2\pi} \right]^2 ab \times \exp(-ib t_B^2/2) B(\omega_B, F)$$

$$B(\omega_B, F) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(-t_F, 0) \times \exp(-i\omega_B t_F) dt_F \quad (12)$$

式中  $b = 1/(D_B F_B)$ ,  $\omega_B = -t_B/D_B F_B$ ,  $r$  是由于耦合带来的振幅损耗因子。  $B(-t_F, 0)$  由 (7) 式给出。

同样可定义相应的等效焦平面和等效象平面。这种由  $A$ 、 $B$  两种单模光纤构成的时间不变线性光学系统 (如图 2 所示), 也可用于光学系统综合以及光学信息处理。

III. 设在  $A$  光纤中  $z=F$  处能接上一层光学介质。该介质对入射光信号可产生一位相调制  $\exp(it^2/D_1 z_1)$ ,  $z_1$  为介质厚度。选取

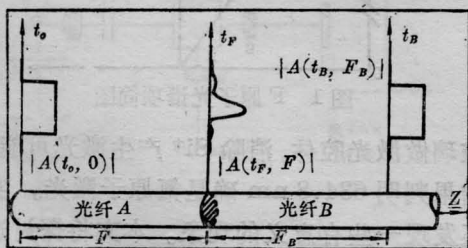


图 2

$D_1 z_1 = D_0 F$ , 则由 (7) 式表示的输出光信号  $A(t_F, F)$  通过该介质后将变为:

$$A(t_1, z_1) \sim \exp(it^2/2D_0 F) \times \int_{-\infty}^{+\infty} B(t_0, 0) \exp(-i\omega_F t_0) dt_0 \quad (13)$$

然后再耦合上另一根  $A$  光纤, 在其中同样可得与 (6) 式相同的输出光信号的表达式。由此并利用 (13) 式, 我们得到在第二根  $A$  光纤的输出端面  $z=F_2$  处光信号的表达式:

$$A(t_2, F_2) = \alpha \left[ \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{2\pi D_0 F}} \right]^2 \times \exp(-it_2^2/2D_0 F) \exp(-i\omega_{F_2} \Delta t) \times \int_{-\infty}^{+\infty} B(-t_F, 0) \exp(-i\omega_{F_1} t_F) dt_F \quad (14)$$

式中  $\omega_{F_2} = -t_2/D_0 F_2$ ,  $F_2 = F$ ,  $\Delta t$  是信号通过光学介质厚度  $z_1$  所需的时间, 即  $\Delta t = t_1 - t_F$ 。  $\alpha$  的意义与  $\gamma$  的相同。

上述模型也可构成时间不变线性光学系统 (图 3), 并可应用于光学系统综合及光学信息处理。关键在选取合适的光学介质层。

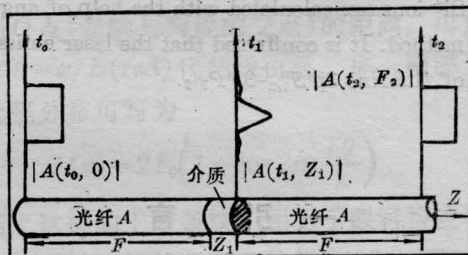


图 3

以上讨论表明, 我们不仅可以利用合适的单模光纤以及啁啾激光 (chirping laser) [4] 等实现直接的时间傅氏光学变换, 而且还可以得到时间不变线性光学系统的一些重要结论。由此为在该系统的频域上进行光学时间滤波以及应用于光学信息处理提供了可能。

### 参 考 文 献

- [1] T. Jansson; *Opt. Lett.*, 1983, **8**, No. 4, 232.
- [2] P. K. Tien; *Rev. Mod. Phys.*, 1977, **49**, 361.
- [3] J. W. 顾德门; 《傅里叶光学导论》, 科学出版社, 1979, 第二、七章。
- [4] D. Marcuse; *Appl. Opt.*, 1980, **10**, 1653.