

应用全息干涉法测定牙体的 转动中心和阻力中心

王仕藩

(成都电讯工程学院)

刘福祥

(华西医科大学)

提要: 本文讨论用二次曝光全息干涉图测定牙体在接受正牙力后所发生的空间运动。计算了在不同位置加力时牙体的瞬时转动中心位置以及在牙周膜约束条件下的阻力中心位置。

Determination of rotation center and resistance center of tooth using holographic interferometry

Wang Shifan

Liu Fuxiang

(Chendu Institute of Radio Engineering) (West China University of Medical Sciences)

Abstract: Spatial motion of a tooth produced by orthodontic forces is discussed in this paper. Rotation center and resistance center of the tooth are computed from parameters obtained by observing fringe patterns on five chosen points.

一、引言

研究牙体在正牙力作用下发生的微小运动,是口腔正畸、矫形及牙周病临床工作者普遍关注的一个基本问题。它是研究牙体受控移动、修复学中基牙的受力分析以及创伤殆成因等问题的理论基础。

就一般情形而言,牙体可近似看作刚体,因此可以把牙齿在牙周膜空间的这种运动分解为牙体的平动与转动两部分,所以测定牙体的阻力中心及瞬时转动中心是有实际意义的。

对于牙体的阻力中心和瞬时转动中心的测定,过去都是建立在某种简化模型的基础上的,把牙齿在牙周膜空间的三维运动简化为二维运动进行处理,并且采用比较初等的方法直接测量,其结果显然与实际情况存在较大的差异。1980年, C. J. Burstone 等人采用全息干涉方法研究这个问题^[1],他们使用的是一个抛物旋转体根面的实验模型,得出了与理论计算比较吻合的实验结果。我们则采用实体标本,根据二次曝光全息干涉图进行了实验研究,并配合计算机程序对实验数据作了处理,大大提高了实验模型的相似性

收稿日期:1985年2月17日。

和测量精度。

二、实验描述

实验对象为一个经福尔马林固定的尸体下颌骨,剥离软组织,保留原牙周膜。实验前将标本浸泡 48 小时以上。

选择 $\overline{1}$ 牙作为试验牙。牙体全长为 23.0 mm,经 X 射线摄影推算根尖到牙槽嵴顶长度为 11.5 mm。实验前,在牙冠舌侧粘接一根与牙长轴平行的钢丝(直径为 1.2 mm),在相应于切缘到根尖部的钢丝全长上焊接了六个拉钩。拉钩 1 到坐标原点的距离为 11.5 mm,拉钩 2 与拉钩 1 间的间隔为 3.5 mm,其余各拉钩之间的间隔依次是 4.2、5.0、4.0、4.2 mm。此外,为了减小测量误差,我们在牙体唇向固定粘贴一块直径为 60.0 mm 的树脂圆板,使其与牙长轴平行,并在圆板表面适当位置选定若干测试点(图 1)。

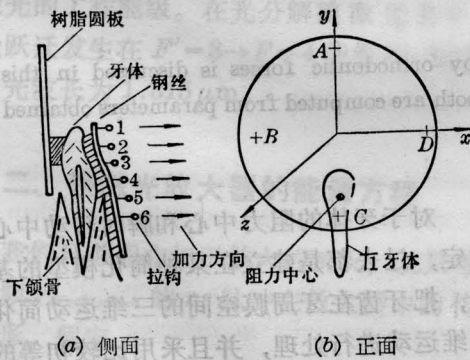
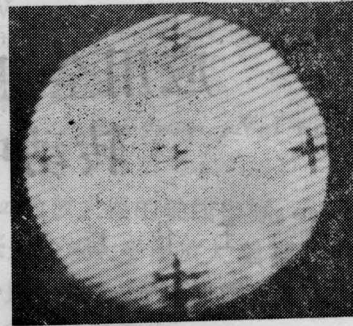


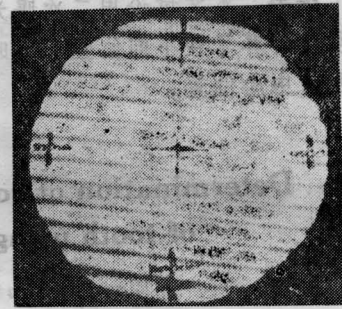
图 1 实验标本结构示意图

供试验用的下颌骨牢固粘在一个钢性夹具上,夹具通过磁性表座与全息实验台连接,作用力通过定滑轮及拉钩从舌侧施于牙体上。实验时,改变牙体的加力位置可使牙体的受力情况发生变化。调整加力装置,使每次所加舌向牵引力的方向都与牙长轴垂直。对每次不同的加力位置分别拍摄二次曝光全息干涉图。实验表明,对于充分浸软的下颌

骨,应用 50 g 砝码作牵引力就能获得条纹疏密适当的干涉图样。图 2 为拍得的干涉图片举例。



(a) 在拉钩 1 处加力



(b) 在拉钩 6 处加力

图 2 在不同加力条件下树脂圆板上的干涉条纹图样

三、运算公式与实验结果

为了计算牙体的阻力中心和瞬时转动中心,首先要算出牙体平动和微小转角的各分量。为此,可将牙体上任一点 P 的总位移 L 表示为:

$$L = L_0 + \theta \times R = L_0 - R \times \theta \quad (1)$$

其中 L_0 代表牙体的平动, θ 表示微小转角,它们都是矢量; R 是由坐标原点 O 到 P 点的空间位置矢量。

在直角坐标系下,式(1)可写成矩阵形式:

$$\begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix} = \underline{I} \begin{pmatrix} L_{0x} \\ L_{0y} \\ L_{0z} \end{pmatrix} - \underline{R}_A \begin{pmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{pmatrix} \quad (2)$$

或简写成

$$\mathbf{L} = (\underline{L}, -\underline{R}_A) \begin{pmatrix} L_0 \\ \theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中

$$\underline{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \underline{R}_A = \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

x, y, z 代表位置矢量 \mathbf{R} 的各分量。

式(3)中的 \mathbf{L} 可按文献[2], 通过对单张全息干涉图作多次观测计算出。为了测定 $L_0(L_{0x}, L_{0y}, L_{0z})$ 和 $\theta(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$, 通常需选择三个以上测试点以形成超定方程组, 写成矩阵方程即

$$\begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{L}, -\underline{R}_{A1} \\ \underline{L}, -\underline{R}_{A2} \\ \vdots \\ \underline{L}, -\underline{R}_{An} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_0 \\ \theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中 n 为测试点总数。 $\underline{R}_{A1}, \underline{R}_{A2}, \dots, \underline{R}_{An}$ 的意义与式(4)中的 \underline{R}_A 类似。令

$$\underline{L} = \begin{pmatrix} L_1 \\ \vdots \\ L_n \end{pmatrix}, \underline{A} = \begin{pmatrix} \underline{L}, -\underline{R}_{A1} \\ \vdots \\ \underline{L}, -\underline{R}_{An} \end{pmatrix} \quad (6)$$

则由式(5)容易解得

$$\begin{pmatrix} L_0 \\ \theta \end{pmatrix} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} (\underline{A}^T \underline{L}) \quad (7)$$

式中 \underline{A}^T 表示矩阵 \underline{A} 的转置。式(7)就是用来计算牙体平动和微小转角各分量的公式。

我们对不同的加力位置共拍了六张全息干涉图, 并就树脂圆板上选定的五个测试点 A, B, C, D, O 进行了计算¹⁾。计算结果举

例如表1所示(各测试点符号及坐标系取法见图1)。

根据表1的计算结果, 现在来确定牙体的阻力中心和瞬时转动中心。

按照我们的实验布置, z 轴方向是牙体受力后发生空间运动的主方向, 故 θ_x 值应比 θ_y, θ_z 值大得多。从表1数据也可看出的确是这样(至于 θ_y 分量的存在, 与一系列因素有关, 例如与加力方向、牙体形状、牙体与下颌骨的连接状态等有关)。因此牙体的空间运动可近似看成平行于 yz 面的平面平行运动。对于平面平行运动, 在任一瞬间, 牙体上恒有一点的速度(或位移)为零, 这个点称为瞬时转动中心。于是根据约束方程

$$\mathbf{L} = L_0 - \mathbf{R} \times \theta = 0 \quad (8)$$

就可求出牙体的瞬时转动中心。对于 yz 面的平面平行运动, 方程(8)可简化为下列形式:

$$\begin{cases} L_{0y} - z\theta_x = 0 \\ L_{0z} + y\theta_x = 0 \end{cases} \quad (9)$$

由此求得牙体的瞬时转动中心的坐标为

$$\begin{cases} y_0 = -L_{0z}/\theta_x \\ z_0 = L_{0y}/\theta_x \end{cases} \quad (10)$$

如果求出的 $\theta = 0$, 则无瞬时转动中心或瞬时转动中心在无穷远处。这时牙体只有平动分量, 对应的加力点恰好通过牙体的阻力中心。当然, 要从实验中精确地求出满足 $\theta = 0$ 的加力点(即阻力中心的位置)是不容易的, 这需要增加实验的次数, 不断改变加力位置, 然后从各次实验所求得的瞬时中心中

表1 在不同加力条件下牙体的转动和平动

加力位置	$L_{0x}(\mu\text{m})$	$L_{0y}(\mu\text{m})$	$L_{0z}(\mu\text{m})$	$L_0(\mu\text{m})$	$\theta_x(\text{rad})$	$\theta_y(\text{rad})$	$\theta_z(\text{rad})$	$\theta(\text{rad})$
挂钩 1	-2.121	3.845	11.918	12.701	-0.000218	-0.000082	0.000005	0.000233
挂钩 2	1.055	-1.445	4.675	5.005	-0.000124	0.000044	-0.000012	0.000132
挂钩 3	-1.075	0.757	3.606	3.839	0.000008	0.000012	-0.000005	0.000015
挂钩 4	1.697	-1.132	0.206	2.050	0.000003	0.000031	0.000002	0.000031
挂钩 5	2.513	-2.048	-0.012	3.242	0.000063	0.000026	-0.000006	0.000068

1) 具体的计算机程序见文献[3]。

寻找其坐标值最大者。作为一级近似,我们可以把对应的加力方向与牙体的交点位置看作牙体的阻力中心。

按照公式(10),算出各种加力条件下的瞬时转动中心的坐标如表2。

表2 在不同加力条件下牙体的瞬时转动中心

加力位置	$y_c(\text{mm})$	$z_c(\text{mm})$
拉钩 1	54.67	-17.64
拉钩 2	37.70	11.65
拉钩 3	-450.75	94.62
拉钩 4	-68.67	377.33
拉钩 5	0.190	-32.51

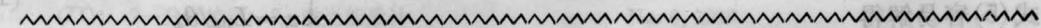
上述计算表明,牙体的阻力中心大体位于拉钩3与拉钩4之间,作为一级近似可取其中间位置。但从比较它们相应的干涉图样条纹疏密分布情况看,拉钩4的位置更接近

牙体的阻力中心,它距切缘的距离为12.7 mm。这与国外发表的数据吻合^[1]。

本实验研究表明,应用单张全息干涉图可算出牙体在不同受力条件下的瞬时转动中心,最后还可通过比较各次瞬时转动中心坐标及相应的条纹图样,确定牙体的阻力中心。这就为口腔正畸、矫形等临床工作提供了牙齿受控运动的理论基础。

参 考 文 献

- [1] C. J. Burstone, R. J. Pryputniewicz; *Am. J. Orthod.*, April 1980, **77**, No. 4, 396~409.
- [2] 王仕璠,刘福祥;《成都电讯工程学院学报》,1984年,第2期。
- [3] 王仕璠,刘福祥;《成都电讯工程学院学报》,1985年,第1期。
- [4] 王仕璠;1984年10月全国第一次全息技术学术报告会。



简 讯

小型高功率 XeCl 激光器

上海光机所一室二组研制成功一台小型高功率 XeCl 准分子激光器,其光学谐振腔长仅有 16 cm,激活体积为 $0.8 \times 2 \times 7 \text{ cm}^3$,紫外光预电离 Blumlein 放电泵浦。由于精心设计了预电离和主放电电路,脉冲具有快的上升时间,并可在超过 30 ns 的时间内给出均匀辉光放电。Blumlein 电路两个电容器的尺寸是 $43 \times 30 \text{ cm}^2$ 和 $23 \times 30 \text{ cm}^2$,整个器件的主体部分可置于一个 $40 \times 90 \text{ cm}^2$ 的台子上。此器件已给出最大 42 mJ 的脉冲能量输出,峰值功率 2 MW。是迄今报道的激活长度最短的、峰值功率超 MW、脉冲能量几十毫焦耳的放电泵浦 XeCl 激光器。

将前腔换成不镀膜石英平板,此器件可给出短脉冲输出,目前已获得 $\sim 5 \text{ ns}$ 、峰值功率 0.4 MW 的脉冲,并有希望进一步压缩。将平板电容器胶合,可做成便携式器件。

用此器件做泵浦源,已观察到 R6G、PPO 染料激光的规则弛豫振荡和 R6G、PPO、PTP、BPOB 的初始 Spike 单脉冲运转,脉宽 1~2 ns。

此器件的优点是小型、轻便、运转费用低。对那些不要求很高能量的应用特别合适。

(中国科学院上海光机所 傅淑芬

戚张芬 王之江)