

玻璃角反射器棱镜的偏振特性

徐 怀 方

(上海师范大学物理系)

提要: 当一束线偏振光轴向入射至玻璃角反射器棱镜 (corner-cube reflector 以下简称 CCR) 经过三次全内反射而反方向射出时, 一般说来它将成为一束椭圆偏振光。仅存在二个特殊的偏振方位角, 在这二个方位角偏振的线偏振光入射至玻璃 CCR 将得到线偏振的出射光, 但偏振面已发生了转动。本文计算出了这二个特殊的方位角和出射光方位角的改变量, 且为实验所证实。

Polarization characters of glass corner-cube reflector

Xu Huai-fang

(Physics Department, Shanghai Teachers University)

Abstract: As usual an axially incident linearly polarized light beam reflected by a glass corner-cube reflector (CCR) will become an elliptic polarized light. There are two particular azimuth angles. At these angles the linearly polarized light beam incident at the CCR will still be a linearly polarized light when it goes out of the CCR except that the plane of the beam polarization has been varied. In this paper we calculated these two particular azimuth angles and the variations of the plane of the out-going beams. These results were proved experimentally.

人们很早就注意到了 CCR 的后向反射特性, 并已将它用于不少方面, 如准直或测距的辅助目标。美国已制成 CCR 列阵送到月球作为光测月地之间距离的辅助目标; 近代的干涉仪、波长计等也有用它的; 也有人打算或已经将它用于激光谐振腔作为腔镜之一的。但上述应用中不少要涉及偏振光经 CCR 反射后偏振态的变化的, 有些应用则将因此而受到约束或限制。为此本文专题讨论之。

假定玻璃 CCR 是 OABC (图 1), OO' 为其轴线, 三条直角棱: OA、OB、OC 分别与

坐标轴 x 、 y 、 z 重合。假设有一束线偏振光沿轴向 l 入射至 CCR, 根据文献 [1] 全内反射时相对于入射平面平行和垂直振动的分量其位相突变 δ_{\parallel} 和 δ_{\perp} 分别是:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\delta_{\parallel}}{2} &= -\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2} / n^2 \cos \theta_i, \\ \operatorname{tg} \frac{\delta_{\perp}}{2} &= -\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2} / \cos \theta_i, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $1/n$ 是光密媒质对光疏媒质的相对折射率 n_{21} , 一般玻璃对空气有: $\frac{1}{n} = n_{21} = 1.51$ 。

收稿日期: 1985 年 1 月 2 日。

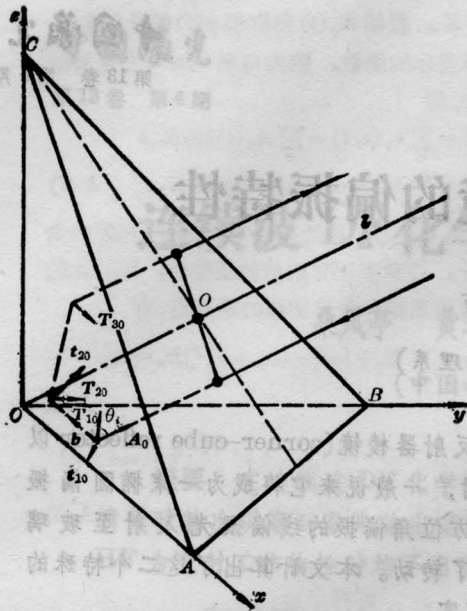


图1 CCR中各矢量间的关系

θ_i 是入射角。由于CCR中的三次全内反射入射面的方位都不同，故不能简单地迭加每次的 δ 来求总的 $\delta_{//}$ 、 δ_{\perp} 。

我们先求入射角 θ_i ：令入射光的单位矢 A_0 为 $\frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$ (为运算方便 A_0 与 l 取相反方向)。 $\triangle AOB$ 的面法线单位矢是 $T_{10} = (0, 0, 1)$ ，因而有：

$$\sin \theta_i = |A_0 \times T_{10}|$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\therefore \theta_i = \sin^{-1} \sqrt{2/3} \quad (2)$$

同样办法可求得第二次反射、第三次反射时的 θ_i 均为此值。下面求各次反射时对应的入射面法线方向：

(1) 第一次反射时入射面法线的单位矢是：

$$t_{10} = A_0 \times T_{10} / \sin \theta_i$$

$$t_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0) \quad (3)$$

第一次反射后出射光的单位矢令其为 b ， $b = (\alpha, \beta, \gamma)$ ，则有： $A_0 \times T_{10} = T_{10} \times b$

$$\text{即 } \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{pmatrix}$$

由上式求得： $\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ； $\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ 再根据 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ 及图1求得 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，

$$\therefore b = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, -1, 1) \quad (4)$$

由此可求得第二入射面法线，令其单位矢为 t_{20} ，则

$$t_{20} = -b \times T_{20} / \sin \theta_i$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, 1) \quad (5)$$

现在可求第二入射面与第一入射面的夹角 θ_1 ：令其为 θ_1 ，则

$$\sin \theta_1 = |t_{10} \times t_{20}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(以(3)式及(5)式代入)

$$\therefore \theta_1 = 60^\circ$$

用同样方法可求得第三入射面与第二入射面夹角 $\theta_2 = 60^\circ$ 及第三入射面与第一入射面夹角 $\theta_3 = 60^\circ$ 。这样，我们就可以撇开立体图1，用图2来直接计算了。

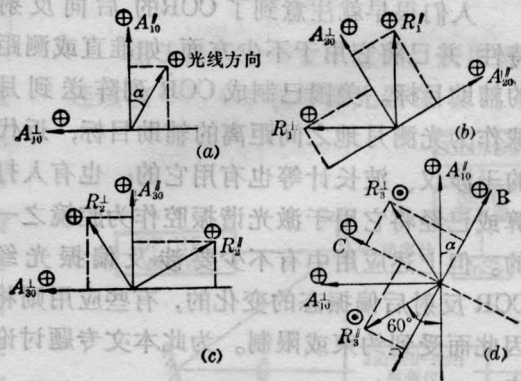


图2 CCR中每次反射时入射面的转动及相应的振动分量示意图

由图 2(b) 与图 2(a) 比较可见第二次反射时入射面(以 A_{20}'' 表示)相对于第一次反射时的入射面(以 A_{10}'' 表示)已顺时针方向转过了 60° 。图中 \oplus 表示对应于它边上的箭头所示偏振方向分量的光是垂直纸面向内入射的, \odot 则相反, 表示垂直纸面向外出射的。图 2(c), 图 2(d) 所示意思类似图 2(a)、(b), 入射面向那个方向转动要与图 1 对照来求得。图 2(d) 与前面的 (a)、(b)、(c) 不同之处是迎着出射光线看($R_3^{\parallel}, R_3^{\perp}$ 都是垂直纸面向外出射), 而图 2(a)、(b)、(c) 都是背着光线看。

由图 2(a):

$$A_1^{\parallel} = \cos \alpha; \quad A_1^{\perp} = -\sin \alpha$$

$$R_1^{\parallel} = \cos \alpha \cdot e^{i\delta_{\parallel}}; \quad R_1^{\perp} = -\sin \alpha \cdot e^{i\delta_{\perp}}$$

A 表示入射振幅; R 表示反射振幅; 右上角角标 \parallel 、 \perp 分别表示平行及垂直于入射面振动矢量的分量, α 为偏振方位角。由图 2(b):

$$\begin{aligned} A_2^{\parallel} &= R_1^{\parallel} \cdot \cos 60^\circ - R_1^{\perp} \cos 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot e^{i\delta_{\parallel}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha \cdot e^{i\delta_{\perp}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2^{\perp} &= R_1^{\perp} \cdot \cos 30^\circ + R_1^{\parallel} \cos 60^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha \cdot e^{i\delta_{\parallel}} - \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot e^{i\delta_{\perp}} \end{aligned}$$

$$R_2^{\parallel} = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot e^{i2\delta_{\parallel}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha \cdot e^{i(\delta_{\perp} + \delta_{\parallel})}$$

$$R_2^{\perp} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha \cdot e^{i(\delta_{\parallel} + \delta_{\perp})} - \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot e^{i2\delta_{\perp}}$$

上式假定入射波振幅为 1; 垂直振动分量正方向为入射面法线方向, 即(-入射光单位矢) \times (界面正法线单位矢), 平行振动分量正方向为:

(入射光单位矢) \times (入射面法线单位矢)。

由图 2(c):

$$A_3^{\parallel} = R_2^{\parallel} \cos 60^\circ + R_2^{\perp} \sin 60^\circ$$

$$A_3^{\perp} = R_2^{\perp} \cos 60^\circ - R_2^{\parallel} \cos 30^\circ$$

$$\begin{aligned} R_3^{\parallel} &= e^{i\delta_{\parallel}} \cdot A_3^{\parallel} = \frac{1}{4} \cos \alpha \cdot e^{i3\delta_{\parallel}} \\ &\quad + \frac{\sqrt{3}}{4} \sin \alpha \cdot e^{i(\delta_{\perp} + 2\delta_{\parallel})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{3}{4} \cos \alpha \cdot e^{i(2\delta_{\parallel} + \delta_{\perp})} \\ &- \frac{\sqrt{3}}{4} \sin \alpha \cdot e^{i(2\delta_{\perp} + \delta_{\parallel})} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} R_3^{\perp} &= e^{i\delta_{\perp}} \cdot A_3^{\perp} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \cdot e^{i(\delta_{\parallel} + 2\delta_{\perp})} \\ &- \frac{1}{4} \sin \alpha \cdot e^{i3\delta_{\perp}} \\ &- \frac{\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \cdot e^{i(2\delta_{\parallel} + \delta_{\perp})} \\ &- \frac{\sqrt{3}}{4} \sin \alpha \cdot e^{i(2\delta_{\perp} + \delta_{\parallel})} \end{aligned}$$

由图 2(d): 令第三次反射后在最初入射线的振动面上分量为 B ; 在其垂直方向的分量为 C , 则有:

$$B = R_3^{\perp} \cos(30^\circ + \alpha) - R_3^{\parallel} \cos(60^\circ - \alpha);$$

以(6)式代入, 整理得:

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{8} \cos^2 \alpha (3e^{i(\delta_{\parallel} + 2\delta_{\perp})} - 6e^{i(2\delta_{\parallel} + \delta_{\perp})} \\ &- e^{i3\delta_{\perp}}) + \frac{1}{8} \sin^2 \alpha (6e^{i(\delta_{\parallel} + 2\delta_{\perp})} \\ &- 3e^{i(2\delta_{\parallel} + \delta_{\perp})} + e^{i3\delta_{\perp}}) \\ &- \frac{\sqrt{3}}{8} \sin \alpha \cdot \cos \alpha (3e^{i(\delta_{\parallel} + 2\delta_{\perp})} \\ &+ 3e^{i(2\delta_{\parallel} + \delta_{\perp})} + e^{i3\delta_{\parallel}} + e^{i3\delta_{\perp}}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$C = R_3^{\parallel} \cos(60^\circ - \alpha) + R_3^{\perp} \cos(30^\circ + \alpha);$$

以(6)式代入, 整理得:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sqrt{3}}{8} \cos^2 \alpha (e^{i(\delta_{\parallel} + 2\delta_{\perp})} + 2e^{i(2\delta_{\parallel} + \delta_{\perp})} \\ &+ e^{i3\delta_{\parallel}}) - \frac{\sqrt{3}}{8} \sin^2 \alpha (e^{i(\delta_{\perp} + 2\delta_{\parallel})} \\ &+ 2e^{i(2\delta_{\perp} + \delta_{\parallel})} + e^{i3\delta_{\perp}}) \\ &- \frac{1}{8} \sin \alpha \cdot \cos \alpha (e^{i3\delta_{\perp}} + 3e^{i(2\delta_{\perp} + \delta_{\parallel})} \\ &+ 3e^{i(2\delta_{\parallel} + \delta_{\perp})} + e^{i3\delta_{\parallel}}) \end{aligned} \quad (8)$$

由(7)、(8)可知 B 、 C 均为复数, 可写为:

$$B = B_1 + B_2 i; \quad C = C_1 + C_2 i$$

由(1)、(7)、(8)如已知玻璃折射率、入射角, 则 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 均可求得。可认为这问题的解已求出。在 n_{21} (玻璃折射率) 从 1.3 \rightarrow 2 以内 C_1 、 C_2 不可能同时为零(笔者用计算机算过), 故偏振态经玻璃 CCR 反射后不可能

不变化! 这是第一个结论; 第二, 我们可以求出一个特定的 α 值, 使

$$B_1/B_2 = C_1/C_2 \quad (9)$$

如(9)式被满足, 则输出光必为线偏振光, 且输出光的振动面偏离 B 为 β ,

$$\text{tg } \beta = C_1/B_1 = C_2/B_2 \quad (10)$$

$(\beta - \alpha)$ 即为输出光的偏振方位角改变量。现以一组具体数据作为例子进行计算:

$$\text{令 } n_{21} = 1.514,$$

$$\theta_1 = \sin^{-1} \sqrt{\frac{2}{3}},$$

代入(1)得

$$\delta_1 = -124.625^\circ, \quad \delta_2 = -79.48^\circ$$

代入(7)(8)

$$B = B_1 + B_2 i$$

$$B_1 = (-0.6743) \cdot \cos^2 \alpha + (-0.2098) \sin^2 \alpha$$

$$+ (-0.8046) \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$B_2 = 0.0052 \cos^2 \alpha + (0.64088) \sin^2 \alpha + (-1.1011) \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$C = C_1 = C_2 i$$

$$C_1 = 0.63115 \cos^2 \alpha + (-0.17345) \sin^2 \alpha + (-0.46453) \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$C_2 = 0.3833 \cos^2 \alpha + (-0.7178) \sin^2 \alpha + (-0.6357) \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

以 B_1, B_2, C_1, C_2 代入(9), 整理得:

$$0.1485 \text{tg}^4 \alpha + 0.8176 \text{tg}^3 \alpha - 0.26174 = 0$$

此方程有两个实数解为:

$$\alpha_1 = 16.35703^\circ; \quad \alpha_2 = 99.97527^\circ$$

由(10)可求得 β_1 及 β_2 :

$$\beta_1 = -27.36789^\circ; \quad \beta_2 = 39.01508^\circ$$

以上结论为实验所证实。实验安排如图3。注意: 在实验中光线入射在 CCR 上哪个区域是有关系的, 只有入射在图1所示区域(左下方)才能用以上的结论, 否则, 入射面的方位将变化, 方位角的计算也要作相应的改变。(数值和符号都会改变)。

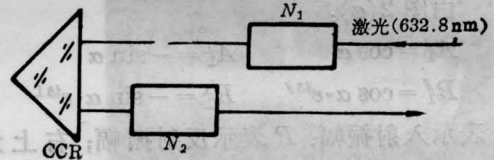


图3 CCR 改变入射光偏振态的实验验证
 N_1, N_2 为可转动且有角度指示的尼科尔棱镜

本文用计算机计算部分得到上海师大张辅群同志的帮助, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] M. 波恩, E. 沃耳夫著, 杨荫荪等译校: “光学原理”, 第一章, 科学出版社, 1978.