

特殊三波混频导致的介质 折射率的感应变化

刘盾 赫光生

(中国科学院上海光机所)

刘颂豪

(中国科学院安徽光机所)

提要: 本文从非线性耦合波理论出发, 证明了在特殊的三波混频条件下光频普克尔斯效应的存在, 并导出了所必须满足的物理条件。

Induced refractive index change resulted from special three-wave mixing

Liu Dun, He Guangsheng

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Liu Songhao

(Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: Based on nonlinear coupled-wave theory, the existence of optical Pockels effect on the condition of special three-wave mixing is shown theoretically. The physical conditions for this effect are also derived.

一、引言

我们在研究三波混频过程中振幅与相位动态变化特性时, 发现在一定的条件下, 二次非线性介质的折射率可发生与作用光场振幅成正比的感应变化, 我们将这种效应定义为光频普克尔斯效应。与普通普克尔斯效应相对应。本文从基本的非线性耦合波方程出发, 推导出预言这种效应存在的理论结果。

二、耦合波理论的描述

设有频率分别为 ω 与 2ω 的单色平面光

波场, 同时沿 z 轴方向共线入射到二次非线性介质(压电晶体)中。为讨论方便而又不失其普遍意义再假设两入射光场均为线偏振光, 且以一定方式(第 I 类或第 II 类)满足相位匹配条件。此情况下两入射光场可表示为如下形式:

$$\mathbf{E}(\omega, z, t) = \text{Re}\{\mathbf{a}A(\omega, z)e^{i(\omega t - k_z z + \phi_1(z))}\} \quad (1a)$$

$$\mathbf{E}(2\omega, z, t) = \text{Re}\{\mathbf{b}B(2\omega, z)e^{i(2\omega t - k_z z + \phi_2(z))}\} \quad (1b)$$

式中 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 分别是入射光场偏振方向上的单位矢量, $A(\omega, z)$ 、 $B(2\omega, z)$ 是其实振幅,

(收稿日期: 1984年8月24日)

$\varphi_1(z)$ 、 $\varphi_2(z)$ 是位相因子。 $k_1 = \frac{n_1\omega}{c}$, $k_2 = \frac{2n_2\omega}{c}$ 是两波场的波矢模量, n_1 、 n_2 是介质的本征折射率。由于这两束波以满足位相匹配的方式入射, 所以 $n_1 = n_2 = n_0$, $k_2 = 2k_1$ 。

通过三波混频效应可在介质内引起频率分别为 ω 与 2ω 的非线性感应电极化强度, 导致折射率的变化。介质内感应二阶非线性电极化强度分别为:

$$\mathbf{P}^{(2)}(\omega, z, t) = \epsilon_0 \text{Re}\{\tilde{\chi}^{(2)}(-\omega; 2\omega, -\omega) : \mathbf{ab} A(\omega, z) \times B(2\omega, z) e^{i[\omega t - k_1 z + (\varphi_2 - \varphi_1)]}\} \quad (2a)$$

$$\mathbf{P}^{(2)}(2\omega, z, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \text{Re}\{\tilde{\chi}^{(2)}(-2\omega; \omega, \omega) : \mathbf{aa} A^2(\omega, z) \times e^{i[2\omega t - 2k_1 z + 2\varphi_1]}\} \quad (2b)$$

式中 $\tilde{\chi}^{(2)}$ 为介质的二阶非线性电极化系数张量, ϵ_0 为真空中的介电常数(我们采用国际单位制)。将(1)、(2)两式代入到波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{(2)}}{\partial t^2} \quad (3)$$

在慢振幅变化近似, 即 $k_1 \frac{\partial A}{\partial z} \gg \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$, $k_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \gg \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2}$ 等等, 以及稳态条件下得到了下面方程^[1]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{K^{(2)}\omega^3}{2k_1 c^2} \times B(2\omega, z) A(\omega, z) \sin\theta \quad (4a)$$

$$\frac{\partial B}{\partial z} = \frac{K^{(2)}\omega^3}{2k_1 c^2} A^2(\omega, z) \sin\theta \quad (4b)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = -\frac{K^{(2)}\omega^3}{2k_1 c^2} B(2\omega, z) \cos\theta \quad (4c)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = -\frac{K^{(2)}\omega^3}{2k_1 c^2} \times A^2(\omega, z) / B(2\omega, z) \cos\theta \quad (4d)$$

式中 $K^{(2)} = \mathbf{a} \cdot \tilde{\chi}^{(2)}(-\omega; 2\omega, -\omega) : \mathbf{ab} = \mathbf{b} \cdot \tilde{\chi}^{(2)}(-2\omega; \omega, \omega) : \mathbf{aa}$; $\theta = \varphi_2 - 2\varphi_1$, 它满足的方程是:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = +\frac{K^{(2)}\omega^3}{2k_1 c^2} \times [2B(2\omega, z) - A^2(\omega, z) / \times B(2\omega, z)] \cos\theta \quad (4e)$$

由(4c)和(4d)可知 φ_1 随距离的变化正比于 $B(2\omega, z)$, 所以在边界端 φ_1 的变化是可忽略的。同样的道理, φ_2 在边界端的变化是很迅速的, 将很快便达到 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 。可以证明, 在以后的传播过程中 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 。这样方程组(4)就退化为两个方程(4a)和(4b), 它是通常讨论倍频过程的方程。方程组(4)还可描述另外一种特殊过程, 就是本文所要着重讨论的频率 ω 与 2ω 的两波输入的过程。从方程组(4)中可以看到, 若在整个三波混频过程中 θ 满足 $\theta(z) \equiv 0$ [后面我们将给出它成立的条件], 则方程组(4)的解为:

$$A(\omega, z) \equiv A(\omega, 0) \quad (5a)$$

$$B(2\omega, z) \equiv B(2\omega, 0) \quad (5b)$$

$$\varphi_1(z) = \varphi_1(0) - \frac{K^{(2)}\omega^3}{2k_1 c^2} B(2\omega, 0) z \quad (5c)$$

$$\varphi_2(z) = \varphi_2(0) - \frac{K^{(2)}\omega^3}{2k_1 c^2} A^2(\omega, 0) / B(2\omega, 0) z \quad (5d)$$

(5a)、(5b)两式说明此时停止了能量转换过程, 两波的振幅一直保持为入射时的振幅。另一方面, 将(5c)、(5d)代入到光场的表达式(1)式中, 我们从其 e 指数因子上看到一个因子出现:

$$\begin{aligned} & -k_1 z + \varphi_1(z) \\ & = -\left(n_0 \frac{\omega}{c} + \frac{K^{(2)}\omega^3}{2k_1 c^2} B(2\omega, 0)\right) z + \varphi_1(0) \\ & = -\left(n_0 + \frac{K^{(2)}}{2n_0} B(2\omega, 0)\right) \frac{\omega}{c} z + \varphi_1(0) \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} & -k_2 z + \varphi_2(z) \\ & = -\left(n_0 \frac{2\omega}{c} + \frac{K^{(2)}\omega^3}{2k_1 c^2} \times A^2(\omega, 0) / B(2\omega, 0)\right) z + \varphi_2(0) \\ & = -\left(n_0 + \frac{K^{(2)}}{4n_0} A^2(\omega, 0) / B(2\omega, 0)\right) \frac{2\omega}{c} z + \varphi_2(0) \end{aligned} \quad (6b)$$

(6a)、(6b)等式右边括号内的项应为介质总的折射率。

$$n'_1(\omega) = n_0 + \frac{1}{2n_0} K^{(2)} B(2\omega, 0) \quad (7a)$$

$$n'_2(2\omega) = n_0 + \frac{1}{4n_0} K^{(2)} A^2(\omega, 0) / B(2\omega, 0) \quad (7b)$$

可以证明 $n'_1 = n'_2$, 所以在整个过程中位相匹配得到满足, 亦即过程的发生始终是有效的。由数学上可知, 若能保证边界上 $\theta(0) = 0$ 和介质的任一截面上 θ 对距离 z 的微分满足 $\frac{\partial \theta(z)}{\partial z} = 0$, 就可保证在任一截面上 $\theta(z) = 0$ 。

第一个要求提出了对两束光在边界上的位相要求:

$$\theta(0) = 2\varphi_1(0) - \varphi_2(0) = 0 \quad (8)$$

而由(4e)式知, 在满足(8)式的前提下满足 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$ 的条件是:

$$A^2(\omega, 0) = 2B^2(2\omega, 0) \quad (9)$$

即在入射端要求基波的光强是谐波光强的两倍, 将(9)式代入到(7)式, 将(7)式的结果重写如下:

$$n'_1(\omega) = n_0 + \frac{1}{2n_0} K^{(2)} B(2\omega, 0) = n'_2(2\omega) \quad (10)$$

由(10)式我们看到, 介质的折射率除了常数 n_0 项之外, 还增加了一项, 这项正比于介质的有效二阶非线性电极化系数 $K^{(2)}$, 且受到光场的振幅线性调制, 就象普克尔斯效应中折射率受到所加直流电场的线性调制。

知道方程组(4)所描述的是一种特殊的三波混频过程, 即振幅分别为 $A(\omega)$ 、 $A(\omega)$ 和 $B(2\omega)$ 的三波混频过程。(9)式意味着这三个波具有相同的光强。所以三个波的光强相等是能量转换停止的一个必要条件, 但不是充分条件。可以证明在(9)式满足而(8)式不满足时, 仍存在能量转换过程。方程(8)及 $\theta(z) = 0$ 是保证由(2)式给出的非线性电极化强度与所对应的相同频率的场在非线性介质中的任一截面都具有相同的位相。

文献[1]指出, 在任意边界条件下, 场振幅与作用距离以椭圆积分的形式连接起来:

$$\zeta = \frac{1}{2} \int_{v_a^2}^{v^2(\zeta)} \frac{d(v^2)}{[v^2(1-v^2)^2 - \Gamma^2]^{1/2}} \quad (11)$$

式中几个变量是经过以下变换而来:

$$\zeta = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 K^{(2)} / 2 \cdot \left(\frac{2\omega W}{\epsilon_0 c^2 k_1} \right)^{1/2} z \quad (12a)$$

$$v = (\epsilon_0 c^2 k_1 / 2\omega W)^{1/2} B(2\omega, z) \quad (12b)$$

$$u = (\epsilon_0 c^2 k_1 / 2\omega W)^{1/2} A(\omega, z) \quad (12c)$$

其中 $W = \frac{1}{2} \epsilon_0 c [A^2(\omega, z) + B^2(2\omega, z)]$ 为总光强, u, v 是归一化的光场振幅, 满足

$$u^2 + v^2 = 1 \quad (13)$$

(11)式中的 Γ 由边界条件给出, 它也是一个守恒量, 定义为:

$$\begin{aligned} \Gamma^2 &= u^4(\omega, 0) v^2(2\omega, 0) \cos^2 \theta(0) \\ &= u^4(\omega, \zeta) v^2(2\omega, \zeta) \cos^2 \theta(\zeta) \end{aligned} \quad (14)$$

由(11)式给出的椭圆积分的周期为:

$$\pi_s = \int_{v_a^2}^{v_b^2} \frac{d(v^2)}{[v^2(1-v^2)^2 - \Gamma^2]^{1/2}} \quad (15)$$

其中 v_a, v_b 是方程

$$v^2(1-v^2)^2 - \Gamma^2 = 0 \quad (16)$$

的解; v_a 是一个周期内的最小值, v_b 是最大值。

场位相随作用距离的变化在求得了 u, v 后可由(14)式求出。因 u, v 具有周期性, 所以 $\theta(\zeta)$ 也是周期变化的。图1给出了倍频场光强函数 $v^2(\zeta)$ 和位相因子函数 $|\cos \theta(\zeta)|$ 在一个周期内变化的理论曲线。

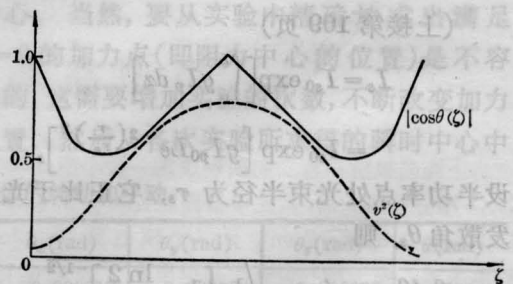


图1 $\Gamma^2 = 1/27$ 时一个周期内的相对位相函数 $|\cos \theta(\zeta)|$ 及倍频光强函数 $v^2(\zeta)$ 的变化曲线

(11)、(14)、(15)、(16)式告诉我们, 倍频效率、场位相的变化、振荡周期以及一个周期内的最大、最小值都受边界条件 Γ 的影响, 改变 Γ 值, 可以改变经倍频晶体后的各个物

理量的量值。前面讨论的两个特殊情况分别对应于 $\Gamma=0$ (倍频) 和 $\Gamma=(4/27)^{1/3}$ (折射率感变化)。将这两个特殊值代入到以上公式中也得到了前面讨论的结果。

三、实验研究

实验光路如图 2 所示。YAG 振荡器和一级放大输出的 $1.06\ \mu\text{m}$ 激光经第一块 KDP 晶体就提供了两束频率的激光, 它们以位相匹配方式同时共线入射到第二块 KDP 晶体。由此可以测得初始位相 $\theta(0)$ 和倍频光强的关系。结果见图 3, 实线是实验结果, 虚线是理论计算结果。理论计算是依据公式 (11), ζ 为一定值, 通过改变位相 $\theta(0)$ 改变积分上限 ν^2 值。理论与实验结果的基本一致清楚地表明了初始位相的影响的存在。当



图 2 实验装置图

1—YAG 振荡器; 2—准直透镜; 3—放大器;
4—KDP 晶体(I); 5—移相器; 6—KDP 晶体;
(II); 7—分光棱镜; 8—激光能量计

不满足位相匹配时, 实验上未观察到初位相的影响。

作为移相器的尖劈板是玻璃制作的两块梯形板, 其中一块固定, 另一块可以平移, 利用玻璃的色散改变两频率激光的相对光程, 达到改变两频率激光的相对位相。由第一块 KDP 晶体输出的 $1.06\ \mu\text{m}$ 激光能量约 $10\ \text{mJ}$, $0.53\ \mu\text{m}$ 激光能量为 $0.35\ \text{mJ}$, 脉宽约 $10\ \text{ns}$ 。第二块 KDP 晶体长 $5\ \text{cm}$ 。

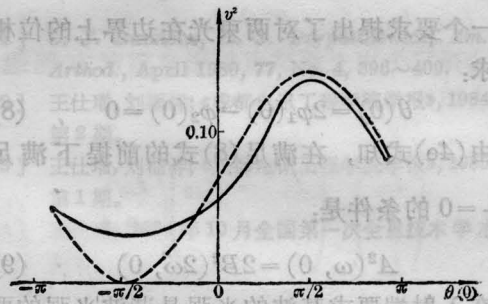


图 3 初始相对位相相对倍频光强的影响曲线
(虚线为理论曲线, 实线为实验测量曲线)

参 考 文 献

[1] J. A. Armstrong *et al.*; *Phys. Rev.*, 1962, **127**, No. 6, 1918.

(上接第 109 页)

$$I_s = I_{s0} \exp \left[\int_0^L g I_p dz \right]$$

$$= I_{s0} \exp \left[g I_{p0} L e^{-2 \left(\frac{r}{r_p} \right)^2} \right],$$

设半功率点处光束半径为 r_s , 它正比于光束发散角 θ_s , 则

$$\theta_s / \theta_p = r_s / r_p = \sqrt{\ln \left[1 - \frac{\ln 2}{G_0} \right]^{-1/2}}$$

式中 $G_0 = g I_{p0} L$, 为峰值喇曼增益因子。 $\theta_s / \theta_p \sim G_0$ 曲线示于图 6。通常实验的 G_0 在 $25 \sim 30$ 之间, 则 $\theta_s / \theta_p \sim 0.1$ 。此理论估计的趋势与本实验结果相符。由于我们采用的泵浦光束是多模结构, 上述高斯基模光束的估

算仅能给出方向性改善的趋势。

另外, 实验中还发现有非喇曼频移输出光如波长为 $442\ \text{nm}$ 的辐射。此辐射不能用混频过程解释, 产生机制尚在研究之中。本工作受到了王之江教授的关心和指导, 实验筹备阶段, 唐士清、陈伟同志曾给予帮助, 在此表示感谢。

参 考 文 献

[1] S. F. Fulghum *et al.*; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1984, **20**, No. 3, 218.
[2] A. Qwyong; *Opt. Lett.*, 1978, **2**, No. 4, 91.