

# 层状位相光栅的衍射效应及其在测试技术中的应用

王宝成

(大连工学院机械系)

**提要:** 本文导出的层状位相光栅衍射效应计算公式,可以有效地分析计算衍射图样的光强分布,为这种光学元件的设计和质量管理提供了重要依据;最后重点介绍这种层状位相光栅在速度与振动以及长度与坐标测试中的应用。

## Diffraction of layered phase grating and its application in measurement and test

Wang Baocheng

(Dalian Institute of Technology)

**Abstract:** The calculation formulae derived in the paper can provide important basis for the design and quality control of optical elements. This single periodic layered phase grating provides a new kind of element for precision measurements and its application in measurement and test is introduced.

光栅在测试技术、光谱分析以及金相分析中获得了广泛的应用。引起红外光谱分析兴趣的层状位相光栅可以抑制零级衍射光,近年来在测试技术和光谱分析中获得了重要应用。这种光栅栅型简单并便于得到较理想的衍射效应,可以明显提高测试分析的灵敏度和扩大应用范围,满足不同的使用要求。

以求得层状位相光栅衍射场中后焦面上衍射图样的相对光强分布。若光波波长为 $\lambda$ ,透镜焦距为 $f$ ,空间频率分量为 $(u, v)$ ,衍射角分量为 $(\theta_x, \theta_y)$ ,以及衍射孔面上的光场复振幅分布为 $\tilde{E}(x, y)$ ,则后焦面上 $(\xi, \eta)$ 的复振幅分布是光瞳面上复振幅分布的傅里叶变换或空间频谱,即

$$\tilde{E}(\xi, \eta) = F[\tilde{E}(x, y)] \Big|_{u=\frac{\xi}{\lambda f}, v=\frac{\eta}{\lambda f}} \quad (1)$$

若衍射孔径中心从透镜光轴上的点 $c(x, y)$ 移至 $c'(x', y')$ ,且 $x = x' + \sigma$ 和 $y = y' + \tau$ ,

### 一、单周期层状位相光栅的衍射效应

在衍射理论中应用傅里叶分析方法,可

收稿日期:1984年10月30日。

则由傅里叶变换的相移定理可得后焦面上的复振幅分布为

$$\tilde{E}'(\xi, \eta) = e^{-i\varphi} \cdot F[\tilde{E}(x, y)] \Big|_{u=\frac{\xi}{\lambda f}, v=\frac{\eta}{\lambda f}} \quad (2)$$

式中

$$\varphi = 2\pi(u\sigma + v\tau) = \frac{2\pi}{\lambda}(\sigma \sin \theta_x + \tau \sin \theta_y)。$$

单周期层状位相光栅(图1)的光栅常数为  $g$ , 相邻方波型单缝在高度方向上的位相差均为  $\pi$ , 宽为  $a$  和  $b$  的单缝在后焦面中心点的复振幅分别为  $\tilde{E}_{01}$  和  $\tilde{E}_{02}$ , 光强分别为  $I_{01}$  和  $I_{02}$ 。若令

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi g \sin \theta_y}{\lambda} \quad (3)$$

且缝  $a$  和  $b$  均为  $N$  条, 则由式(1)和(3)可得单色平行光垂直入射时第  $m$  个  $a$  缝面与  $b$  缝面上复振幅分布的傅里叶变换, 再由式(2)和(3)并经整理后可得单周期层状位相光栅后焦面上复振幅分布为

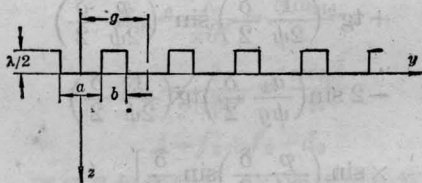


图1 单周期层状位相光栅

$$\begin{aligned} \tilde{E}'(\xi, \eta) = & \left[ \tilde{E}_{01} \left( \frac{g}{a} \right) \sin \left( \frac{a}{g} \frac{\delta}{2} \right) - \tilde{E}_{02} \left( \frac{g}{b} \right) \right. \\ & \left. \times \sin \left( \frac{b}{g} \frac{\delta}{2} \right) e^{-i\frac{\delta}{2}} \right] \\ & \times \frac{\sin N \frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2} \sin \frac{\delta}{2}} e^{-i(N-1)\frac{\delta}{2}} \quad (4) \end{aligned}$$

考虑到  $I_{02}/I_{01} = (b/a)^2$  和衍射图样光强为  $I = \tilde{E}'(\xi, \eta) \tilde{E}'^*(\xi, \eta)$ , 可得单周期层状位相光栅基本方程为

$$I = I_{01} \left( \frac{g}{a} \right)^2 \left[ \sin^2 \left( \frac{a}{g} \frac{\delta}{2} \right) + \sin^2 \left( \frac{b}{g} \frac{\delta}{2} \right) \right.$$

$$\begin{aligned} & \left. - 2 \sin \left( \frac{a}{g} \frac{\delta}{2} \right) \sin \left( \frac{b}{g} \frac{\delta}{2} \right) \cos \frac{\delta}{2} \right] \\ & \times \left( \frac{\sin N \frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2} \sin \frac{\delta}{2}} \right)^2 \quad (5) \end{aligned}$$

由此可以讨论各级衍射光强。若将衍射角  $\theta_y$  简记为  $\theta$ , 当  $\delta/2 = \pm m\pi$ , 则由式(3)可知当

$$g \sin \theta = \pm m\lambda \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad (6)$$

时, 由式(5)可得各级衍射光强如下:

$$\left. \begin{aligned} I_m = I_{01} \left[ \left( 1 - \frac{b}{a} \right) N \right]^2 \quad (m=0) \\ I_m = I_{01} \left[ \left( \frac{g}{a} \right) \frac{2N}{m\pi} \right]^2 \sin^2 \left( m \frac{a}{g} \pi \right) \\ (m=1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

为消除零级和偶数级衍射条纹, 需选  $a/g = 1/2$ 。若将  $I_{01}$  简记为  $I_0$ , 则各主极大级的光强、总光强和相对光强如下:

$$\left. \begin{aligned} I_m = I_0 \left( \frac{4N}{m\pi} \right)^2 \\ I_{\Sigma} = 4I_0 N^2 \quad (m=2k-1, k=1, 2, \dots) \\ I'_m = \left( \frac{2}{m\pi} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

对具有相同参数的振幅光栅, 各主极大级光强和相对于入射光的相对光强如下:

$$\left. \begin{aligned} \text{零级} \quad I_{\max} = I_0 N^2, \quad I'_{\max} = 25\% \\ \text{其余各级} \quad I_m = 4I_0 N^2 \left( \frac{1}{m\pi} \right)^2, \\ I'_m = \left( \frac{1}{m\pi} \right)^2 \\ (m=2k-1, k=1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

依据式(8)和(9)算出的结果绘出两种光栅的衍射条纹光强分布(图2)。理论上, 单周期层状位相光栅除完全消除零级衍射光外, 相应主极大级的光强为振幅光栅的4倍。

由本院初试成功的单周期层状位相光栅(图3(a),  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $g = 50 \mu\text{m}$ )和西德相应产品<sup>[1]</sup>(图3(b),  $\lambda = 950 \text{ nm}$ ,  $g = 20 \mu\text{m}$ ), 均能充分抑制零级衍射光和明显增大1级衍射光强, 从而为精密测试提供了一种新型关键元件。

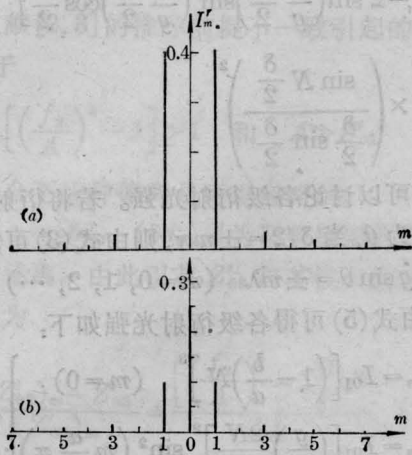


图2 单周期层状位相光栅(a)和振幅光栅(b)的比较

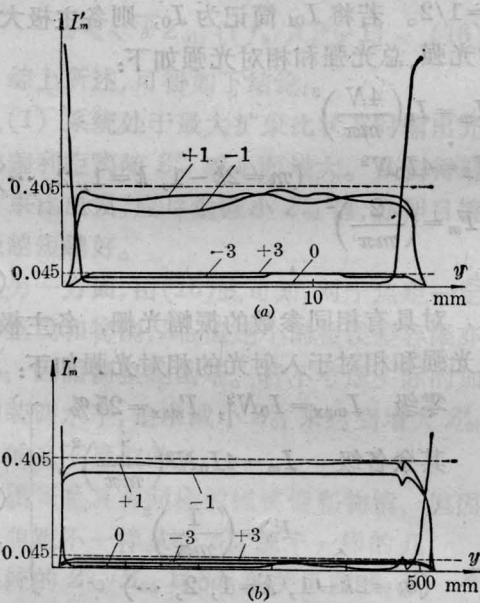


图3 衍射条纹相对光强与光栅位置的关系

## 二、衍射效应和参数选择

采用双周期层状位相光栅(图4),既能抑制不需要的衍射级次,又能改变主极大级相对光强,还可以控制最大的相对衍射光强及其级次,从而满足不同使用要求。

双周期层状位相光栅的光栅常数仍为

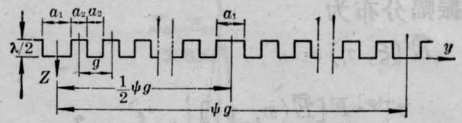


图4 双周期层状位相光栅

$g$ , 超结构长度为  $\psi g$ , 其中  $\psi$  称为超结构常数, 相邻方波型单缝在高度方向上的位相差均为  $\pi$ 。  $\psi g$  内有 2 个缝宽为  $a_1$  和  $2p$  个 ( $p$  为偶数) 缝宽为  $a_2$  的单缝, 它们在后焦面中心点的复振幅和光强分别为  $\tilde{E}_{0r}$  和  $I_{0r}$ ,  $r=1, 2$ 。若将衍射角  $\theta_y$  简记为  $\theta$ , 令

$$\left. \begin{aligned} \beta_r &= \frac{\pi a_r \sin \theta}{\lambda} \quad (r=1, 2) \\ \frac{\delta}{2} &= \frac{\pi \psi g \sin \theta}{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\text{且 } \psi = p + 2 \left( \frac{a_1}{g} \right)$$

则双周期层状位相光栅基本方程如下:

$$\begin{aligned} I &= I_{01} \left( \frac{g}{a_1} \right)^2 \left[ \sin^2 \left( \frac{a_1}{\psi g} \frac{\delta}{2} \right) \right. \\ &\quad + \text{tg}^2 \left( \frac{1}{2\psi} \frac{\delta}{2} \right) \sin^2 \left( \frac{p}{2\psi} \frac{\delta}{2} \right) \\ &\quad - 2 \sin \left( \frac{a_1}{\psi g} \frac{\delta}{2} \right) \text{tg} \left( \frac{1}{2\psi} \frac{\delta}{2} \right) \\ &\quad \left. \times \sin \left( \frac{p}{2\psi} \frac{\delta}{2} \right) \sin \frac{\delta}{4} \right] \\ &\quad \times \left( \frac{\psi \sin N \frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{4}} \right)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

由此可以讨论各级衍射光强。当  $\delta/2 = \pm m\pi$ , 即当

$$\psi g \sin \theta = \pm m\lambda \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad (12)$$

时可得各级衍射光强。为消除偶数级衍射图样并使光栅具有双周期, 必须使缝宽比  $a_1/g$  和超结构常数  $\psi$  满足下式:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_1}{g} &= n \quad (n=1, 2, \dots, \frac{\psi}{2} - 1) \\ \psi &= 2j \quad (j=2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

各级衍射光强如下:

$$I_m = 0 \quad (m = 2k, k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$I_m = I_{01} N^2 \left( \frac{g}{a_1} \right)^2$$

$$\times \left[ \frac{\left\{ \sin \left( \frac{m}{\psi} \frac{a_1}{g} \pi \right) - \operatorname{tg} \left( \frac{m}{\psi} \frac{\pi}{2} \right) \right\}^2}{\cos^2 \left( \frac{m}{\psi} \frac{a_1}{g} \pi \right)} \right]^2$$

$$(m = 2k - 1, k = 1, 2, \dots)$$
(14)

当  $a_1/g=1$  时, 可得各级衍射光强、总光强、主极大级相对光强和最大的相对光强如下:

$$I_m = 0 \quad (m = 2k, k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$I_m = I_{01} N^2 \left[ \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{m}{\psi} \frac{\pi}{2} \right)}{\frac{m}{\psi} \frac{\pi}{2}} \right]^2 \quad (m = 2k - 1, k = 1, 2, \dots)$$

$$I_2 = I_{01} (N\psi)^2$$

$$I'_m = \left[ \frac{2}{m\pi} \operatorname{tg} \left( \frac{m}{\psi} \frac{\pi}{2} \right) \right]^2$$

$$I'_{\max} = I'_{\psi-1} = \left[ \frac{2}{(\psi-1)\pi} \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{2\psi} \right) \right]^2$$
(15)

例: 有些测试技术既要求抑制零级衍射光, 又要求提高 3 级衍射光强, 以获得良好的推挽信号, 为此选取  $\psi = 4$ 。

由式(13)得  $a_1/g=1$ , 由式(15)可得最大衍射光强级别为 3 级。依据该式算得的各主极大级的相对光强绘出衍射条纹的光强分布见图 5。

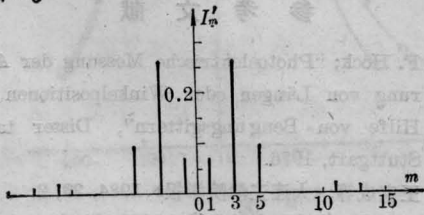


图 5  $\psi = 4$  时衍射光强分布

### 三、测试技术中的应用

振幅光栅用于分光时, 由于部分栅面被

覆盖, 其效率常低于 50%; 此外, 最好的振幅光栅约有 25% 的光集中于零级, 而在一般测试技术中零级衍射光不包含测量信息, 以致这种光栅用来叠加光时缺乏有效的光能, 不能产生良好的推挽信号。层状位相光栅可使 81% 的衍射光集中于正负 1 级, 可获得充分的推挽信号。

应用层状位相光栅测速(测振)原理如图 6(a)所示。氦-氖激光器发出频率为  $\nu_0$  的光束经过以速度  $\bar{v}$  运动的层状位相光栅时, 由于多普勒效应<sup>[3]</sup>各级衍射光发生的多普勒频变为

$$\Delta\nu = m \frac{v}{g}, \quad (m = 2k - 1, k = 1, 2, \dots)$$
(16)

并由衍射方向上的单位矢量与速度矢量的相对位置确定其正负号; 当光栅常数  $g = 20 \mu\text{m}$  和最大测量速度  $v = 20 \text{m/s}$  时, 1 级衍射光的多普勒频变可达 1 MHz, 远小于氦-氖激光器的光频  $\nu_0 \approx 4.7 \times 10^8 \text{MHz}$ ; 当振动方向相同、振幅相等而相对频差很小的正负 1 级衍射光波迭加时, 合成波的强度变化显示出拍频等于  $2\Delta\nu$  的“拍”现象, 并由光电接收器给出正比于光强的电信号。若不考虑光能损失, 由于能量守恒, 经分光镜  $T$  的两束相干光反相; 调制的正弦信号的平均值, 由于差动放大器的作用而受到抑制, 推挽信号的相减等于等值信号的相加。故差动放大器的输出信号幅值增倍, 频率等于  $2\Delta\nu$ 。用此装置可测量  $v < 30 \text{m/s}$ <sup>[1]</sup>。

能确定速度方向的测速原理如图 6(b)所示。按照图中标示的偏振方向, 垂直于纸面振动的负 1 级偏振光经  $\lambda/2$  片后偏振方向旋转  $90^\circ$ ; 经中性分光镜  $T$  获得两束反相相干光, 其中一束光经过  $\lambda/4$  片产生相移  $90^\circ$ ; 作为推挽信号分析器的渥氏棱镜分离出互相垂直的线性偏振光, 差动放大器仍能抑制直流分量, 其输出信号的频率仍为  $2\Delta\nu$ ; 由调制的正弦信号和余弦信号产生旋转场, 以确定速

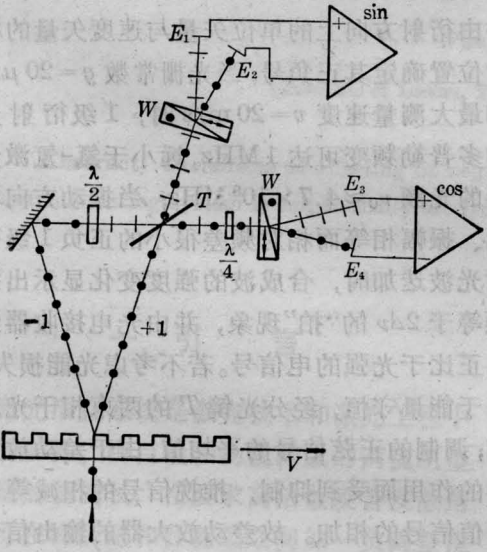
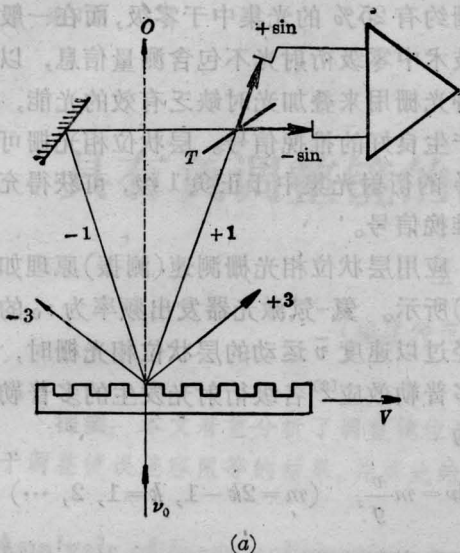


图6 产生推挽信号和旋转场

度方向。依此原理构成的测振装置可测粗糙金属表面在垂直于入射光方向上的振动<sup>[4]</sup>。

层状位相光栅步进传感器的原理如图7所示。单色光经透镜 $L_1$ 、光阑 $S_1$ 、平面转向镜 $U$ 和透镜 $L_2$ 入射至以速度 $v$ 运动的单周期层状位相光栅 $G_1$ ( $g=20\mu\text{m}$ )；具有多

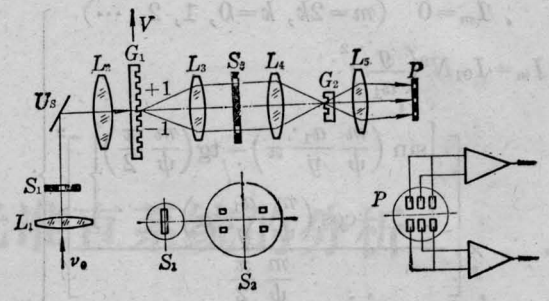


图7 位相光栅步进传感器原理

普勒频变的1级衍射光，经透镜 $L_3$ 、下部装有 $\lambda/4$ 片的滤波器 $S_2$ 和透镜 $L_4$ ，入射至固定的且具有同一光栅常数的单周期层状位相光栅 $G_2$ ，以便迭加相应的1级和3级衍射光；经六只光电管将信号送至差动放大器以抑制直流分量，输出信号频率仍为 $24\nu$ ；由调制的正弦信号和余弦信号产生旋转场以确定运动方向。西德Leitz公司依此原理研制成的位相光栅步进传感器，装在自动测量机的十字工作台和触头架中。

效率很低的振幅光栅回收微弱的、载有测量信息的散射光是无能为力的。单周期层状位相光栅，既能从机理上方便地测量垂直于入射光方向上的运动速度，又可以从理论上使高达90%的光能集中于正负1级与3级，因此成为一种很有潜力的测试手段。近年来在国外渐为人们所重视，在长度、坐标、角度、速度及振动等方面获得了重要应用。

参 考 文 献

- [1] F. Hock; "Photoelektrische Messung der Änderung von Längen oder Winkelpositionen mit Hilfe von Beugungsgittern", Dissertation, Stuttgart, 1976.
- [2] 王宝成等;《大连工学院学报》,1984, 23, 2.
- [3] 王宝成;《大连工学院学报》,1982, 21, 2.
- [4] "Die im 3. Forschungsjahr geplanten Anwendungen und Vergleiche mit anderen Messmethoden" Abschlussbericht, IFMM TU Hannover, 1980.