

一种描述超辐射的简单方法

顾 樵

(西北大学物理系)

摘要: 用辐射与物质相互作用方程组讨论超辐射。求出了单脉冲输出的波形,分析了其基本特点和产生条件。所得结果与其他理论的结果一致,但这一方法简化了数学处理。

A simple method for describing superradiance

Gu Qiao

(Department of Physics, Northwest University)

Abstract: This article discusses superradiance by means of equations for interaction of radiation with matters. The output waveform of the single-pulse superradiance has been found, and its fundamental characteristics and producing conditions are analysed. Results obtained agree to those of other theories, but this simplifies the mathematical processes.

一、引言

超辐射可以用全量子理论^[1]、半经典理论^[2~3]及经典理论^[4~6]进行描述。其中经典理论比较直观、简单,但所给出的输出波形不是良好的近似。全量子理论和半经典理论都能给出与实验符合很好的输出波形,但数学过程都比较繁复。本文用辐射与物质相互作用方程组讨论超辐射,求出了单脉冲超辐射的输出波形,分析了基本特点和产生条件。所得结果与全量子及半经典理论的结果相同,但这一方法简化了数学过程。

二、单脉冲超辐射的输出波形

由二能级系统的粒子布居矩阵的运动方程出发可以推出一个普遍的光学 Bloch 方程^[7],它与 Maxwell 方程联立起来组成描述辐射与物质相互作用的一组方程式^[8]。这组方程式的建立只作了旋波近似和缓变包络近似,所以能够用来讨论相干非线性光学中的传播效应和局域效应^[9]。超辐射是一种典型的局域效应,完全可以用这组方程进行描述。

设介质中任意 z 处、任意 t 时刻的辐射

收稿日期 1985 年 9 月 3 日。

场可以表为

$$E(z, t) = \mathcal{E}(z, t) \cos(\Omega t - kz), \quad (2.1)$$

式中 Ω 是辐射圆频率, k 是介质中的波数, $\mathcal{E}(z, t)$ 是场包络。对于均匀加宽工作物质, 辐射与物质相互作用方程组为^[8]:

$$\dot{R}_1 = -(\omega - \Omega)R_2 - \frac{R_1}{T_3}, \quad (2.2a)$$

$$\dot{R}_2 = (\omega - \Omega)R_1 - \frac{R_2}{T_2} + \frac{\mu}{\hbar} \mathcal{E}R_3, \quad (2.2b)$$

$$\dot{R}_3 = -\frac{R_3 - n_0}{T_1} - \frac{\mu}{\hbar} \mathcal{E}R_2, \quad (2.2c)$$

$$c \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \frac{\sigma}{2\epsilon} \mathcal{E} = \frac{\Omega\mu}{2\epsilon} R_2. \quad (2.2d)$$

式中 $\{R_1, R_2, R_3\}$ 是 Bloch 矢量, ω 是能级的频率间隔, μ 是原子的偶极矩阵元, n_0 是零场时的反转粒子数密度, T_1, T_2 是纵、横驰豫时间, c, ϵ, σ 分别是介质中的光速、介电常数和等效电导率, \hbar 是普朗克常数。

为求解(2.2)作以下假定: 辐射场同原子能级满足近共振条件即 $\Omega \approx \omega$; 辐射场同集合原子相互作用的时间与 T_1, T_2 相比是很短的, 从而 $\frac{1}{T_1}, \frac{1}{T_2} \rightarrow 0$; 忽略各种损耗即 $\sigma \rightarrow 0$; 设 $t=0$ 时泵浦结束, 原子全部处在上能级即 $\mathbf{R}(0) = n\hat{e}_3$, n 是原子数密度。这样一来, (2.2)约化为:

$$R_1 = 0, \quad (2.3a)$$

$$\dot{R}_2 = \frac{\mu}{\hbar} \mathcal{E}R_3, \quad (2.3b)$$

$$\dot{R}_3 = -\frac{\mu}{\hbar} \mathcal{E}R_2, \quad (2.3c)$$

$$c \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \frac{\Omega\mu}{2\epsilon} R_2. \quad (2.3d)$$

这时, 如图 1 所示, Bloch 矢量在 $\hat{e}_2 - \hat{e}_3$ 平面内无衰减地旋进(即 R 始终维持着初始值 n), 旋进角速度为 $\frac{\mu}{\hbar} \mathcal{E}$ 。于是由图可以直接写出

$$R_2 = n \sin \theta, \quad (2.4a)$$

$$R_3 = n \cos \theta, \quad (2.4b)$$

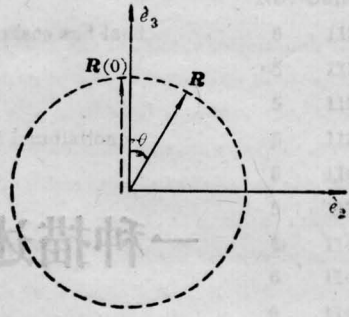


图 1 R 在 $\hat{e}_2 - \hat{e}_3$ 平面内旋进

$$\dot{\theta} = \frac{\mu}{\hbar} \mathcal{E}. \quad (2.4c)$$

下面我们要求解由(2.3d)和(2.4)组成的方程组。为此引入无量纲变量

$$x = \frac{1}{v_c} \left(t - \frac{z}{c} \right) \left(\frac{z}{c} \right), \quad (2.5)$$

其中

$$\tau_0 = (2\epsilon\hbar/\Omega\mu^2n)^{1/2}. \quad (2.6)$$

由(2.3d)和(2.4)可以得到 θ 的常微分方程

$$x \frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{d\theta}{dx} = \sin \theta. \quad (2.7)$$

这是一个单摆方程, $\frac{d^2\theta}{dx^2}$ 表示“振荡”项, $\frac{d\theta}{dx}$ 表示“阻尼”项。由这个方程不难预料下面的事实: 在样品某一确定的 z 处(如样品末端 $z=L$ 处), θ 的时间行为是衰减振荡的, 从而 $\dot{\theta}$ (也即 \mathcal{E})也是衰减振荡的。也就是说输出波形是衰减的脉冲序列。这从物理上可以这样解释: 样品中处于 z_0 位置的一个激发态原子, 辐射出光子回到基态后, 可能会吸收由小于 z_0 的某位置上传播过来的光子而二次激发。经受激辐射后产生的光子在传播中又可能去激发大于 z_0 某位置上的、已经回到基态的原子。而且 z_0 位置的原子还可能被多次激发。这样一来输出就会呈现衰减的脉冲序列。显然这是样品长度 L 太大造成的。如果 L 足够小, 以致于样品最末端的原子被首次激发后尚未回到基态时, 它前面所有的光子已经离开了样品, 这样就不会出现多次激发, 得到单脉冲输出。可以引入一个参量 L_0 , 它定义为所有原子不出现二次激发情况下,

样品的最大长度,称为合作长度。

为确保单脉冲输出,样品实际长度应满足条件

$$L < L_c, \quad (2.8)$$

这意味着方程(2.7)所描述的摆动是“过阻尼”,即阻尼项远大于振荡项。于是对于样品末端(2.7)约化为

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\tau_R} \sin \theta, \quad (2.9)$$

式中

$$\tau_R = \frac{\tau_c^2}{\tau_E}, \quad (2.10)$$

式中 $\tau_E = \frac{L}{c}$ 是光子在样品内传播的时间。

$t=0$ 时原子全部处于上能级,对应 $\theta = \theta_0$; 任意 t 时刻对应 θ 。对(2.9)积分得到

$$\theta = 2 \operatorname{tg}^{-1} \left[\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \exp\left(\frac{t}{\tau_R}\right) \right]. \quad (2.11)$$

将(2.11)代入(2.4c)得到 ε , 从而辐射强度为

$$\varepsilon^2 = \left(\frac{\hbar}{\mu\tau_R} \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{t - \tau_D}{\tau_R} \right), \quad (2.12)$$

式中

$$\tau_D = \tau_R \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \right)^{-1}. \quad (2.13)$$

三、输出的基本特点

1. 由(2.12)可以看出,输出确为单脉冲,且脉冲宽度由 τ_R 决定。由(2.6)及(2.10)可以算得

$$\tau_R = \tau_{sp} \frac{8\pi}{\lambda^2 n L}, \quad (3.1)$$

式中

$$\tau_{sp} = \frac{\pi \epsilon \hbar C^3}{\Omega^3 \mu^2} \quad (3.2)$$

是孤立原子的寿命。由(3.1)可以看出 τ_R 与原子总数 $N = nA$ 成反比(A 是样品横截面积)。由(2.12)及(3.1)可以看出辐射强度与 N^2 成正比。以上两点是超辐射的本质特点。

2. 由(2.11)~(2.13)可以看出,当 $\theta =$

$\frac{\pi}{2}$ 时, $\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \exp\left(\frac{t}{\tau_R}\right) = 1$, 从而 $\frac{t - \tau_D}{\tau_R} = 0$,

这时辐射强度有最大值 $\left(\frac{\hbar}{\mu\tau_R} \right)^2$ 。这意味着超辐射峰值出现在上、下能级粒子数相等的状态,即所谓“超辐射态”。

3. 从泵浦结束到超辐射态出现,这段时间称为延迟时间,它由(2.13)的 τ_D 给出。 τ_D 与超辐射最初的状态(由 θ_0 表示)以及 τ_R 都有关系。

四、单脉冲超辐射的产生条件

1. 为了获得很高的粒子数反转,要求工作物质有很高的单程增益即

$$\alpha L \gg 1, \quad (4.1)$$

α 是介质的增益系数。再考虑到(2.8),于是有

$$\frac{1}{\alpha} \ll L < L_c. \quad (4.2)$$

(4.2)就是产生单脉冲超辐射对样品长度的要求。

2. 由(3.1)及(2.12)可以看出要提高脉冲强度,压缩宽度,需要 $\tau_R \ll \tau_{sp}$, 即 $n \gg \frac{1}{\lambda^2 L}$; 但是原子密度 n 太大以致原子间距可以同辐射波长 λ 相比拟时,会出现原子间的相互作用,为避免这一点,要求 $n \ll \frac{1}{\lambda^3}$ 。这样一来,样品的原子密度应满足

$$\frac{1}{\lambda^2 L} \ll n \ll \frac{1}{\lambda^3}. \quad (4.3)$$

3. 单脉冲宽度 τ_R 可以理解为超辐射的延续时间。由(3.1)可以看出它是 L 的函数,当 L 取最大值 L_c 时,相应的延续时间取最小值 $\tau_R|_{L=L_c}$, 为了恰好不引起二次激发,样品内的所有光子应在这一延续时间内离开其后端面即

$$L_c = c\tau_R|_{L=L_c}. \quad (4.4)$$

利用(2.10)、(2.6)及(3.1)可算得

$$L_c = \left(\frac{2\epsilon\hbar c^3}{\Omega^2 \mu^2 n} \right)^{1/2} = c\tau_c. \quad (4.5)$$

由此 τ_c 可称为合作时间。

(4.4)与(4.5)相比较可以看出, τ_c 等于 τ_R 的最小值 $\tau_R|_{L=L_c}$, 故当 $L < L_c$ 时, 有

$$\tau_c < \tau_R \quad (4.6)$$

由上式及(2.10)可以得出

$$\tau_E < \tau_c \quad (4.7)$$

由于 $\theta_0 = 2/\sqrt{N}$ 是很小的数^[10], 因此 $\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \approx \frac{\theta_0}{2}$, 这样(2.13)可以写为 $\tau_D \approx \tau_R \ln \sqrt{N}$,

因而有

$$\tau_E < \tau_D \quad (4.8)$$

综合(4.6)~(4.8), 再注意到最初 $\frac{1}{T_1} \rightarrow 0$ 的假定, 可以得到

$$\tau_E < \tau_c < \tau_R < \tau_D < T_1, T_2, T_2^* \quad (4.9)$$

这里 T_2^* 是非均匀加宽工作物质的横驰豫时间。(4.9)就是产生单脉冲超辐射的特征时间不等式。

4. 考虑泵浦脉冲。为了不破坏正在形成的集体自发辐射, 泵浦必须在超辐射态形成之前截止, 即泵浦脉冲宽度 τ_p 应满足

$$\tau_p < \tau_D; \quad (4.10)$$

另一方面, 泵浦必须遍及整个样品即要求

$$\tau_E < \tau_p \quad (4.11)$$

综合(4.10)及(4.11)得到

$$\tau_E < \tau_p < \tau_D \quad (4.12)$$

(4.12)就是产生单脉冲超辐射对泵浦脉冲的要求。

上述(4.2)、(4.3)、(4.9)、(4.12)诸条件在实验上被满足时, 确实观察到了单脉冲输出^[10]。

参 考 文 献

- [1] L. Allen, J. H. Eberly; "Optical resonance and two-level atoms", Wiley, New York, 1975, p. 174.
- [2] R. Bonifacio, Lugiato; *Phys. Rev.*, 1975, **A11**, No. 5, 1504.
- [3] M. S. Feld, V. S. Letokhov; "Coherent Nonlinear Optics", Heidelberg, New York, 1980, p. 7.
- [4] D. C. Burnham, R. Y. Chiao; *Phys. Rev.*, 1969, **188**, No. 2, 667.
- [5] 高迁正基;《应用物理》, 1975, **44**, No. 10, 1091.
- [6] 陆治国, 顾樵;《激光杂志》, 1984, **5**, No. 2, 113.
- [7] 顾樵;《西北大学学报》, 1986, **16**, No 2, 119.
- [8] 顾樵;《中国激光》, 1986, **13**, No. 2, 76.
- [9] F. T. Arecchi, E. O. Schulz-DuBois; "激光手册", 第五分册, 北京, 1979年第一版, p. 267.
- [10] Bonifacio *et al.*; "Dissipative Systems in Quantum Optics", Heidelberg, New York, 1982, p. 111.

正在进行研究。

参 考 文 献

- [1] M. E. Mack; *Appl. Phys. Lett.*, 1969, **15**, 166.
- [2] W. Falkenstein *et al.*; *Opt. Commun.*, 1978, **27**, 151.
- [3] Zs. Bor *et al.*; *Appl. Phys.*, 1983, **B32**, 101~104.
- [4] S. Szatmari, F. P. Schafer; *Opt. Commun.*, 1984, **49**, 281.
- [5] 源永安, 宁长龙;《应用激光联刊》, 1984, No. 11~12.
- [6] R. Wyatt, E. E. Marinero; *Appl. Phys.*, 1981, **25**, 297.

(上接第 748 页)

2m, 色散率为 0.45 nm/mm) 拍摄了三种染料行波泵浦的染料 ASE 光谱, 所得结果已列入表 1 中。对 C311 染料在一般泵浦能量下是连续谱, 但当泵浦能量提高之后, 出现了明显的光谱结构(参看图 5)。对这种现象, 我们



图 5 在高激发功率下 C311 的行波放大 ASE 光谱