

关于自由电子激光器电子束的注入问题

王元殿

(中国科学院空间物理研究所)

提要: 非寝渐注入可导致电子束纵向速度随位置的摆动, 因此采用寝渐注入为好。对于具有轴向磁场的情形, 使电子束初始横向温度冷却和适当选择系统的参数可降低纵向速度的摆动幅度。

Effects of injection in free-electron lasers on axial velocity spread of beams

Wang Yuandian

(Institute of Space Physics, Academia Sinica)

Abstract: An electron beam can be injected into the interaction region of a free-electron laser adiabatically or non-adiabatically. Non-adiabatic injection can induce axial velocity fluctuations, therefore adiabatic injection is preferred. For free-electron lasers with axial magnetic fields, initial perpendicular velocities can induce axial velocity fluctuation too. In order to reduce the fluctuation amplitude, a step-like axial magnetic field can be applied for cooling perpendicular temperature of the beam, and proper selection of system parameters is necessary.

一、引言

为了保证自由电子激光器的正常工作, 需要高质量的电子束。除了使电子束的能量、强度和截面尺寸等参数满足设计要求外, 另外一个很重要的指标就是纵向能量分散度。如果能量分散大, 则会抵消集体效应的相干性, 降低增益和效率。

电子束的有限发射度(emittance)、强流电子束的空间电荷效应以及摆动器磁场横

向梯度的存在都会影响纵向能量分散度的大小。当存在轴向磁场时, 电子在摆动场中的运动同绕轴向磁场的回旋运动之间存在强烈的耦合, 这种耦合会使电子的纵向速度出现周期性的变化。

本文分析了电子束的注入方式对纵向速度分散度的影响。通过求解电子束通过过渡区的运动规律可以得到下面结论: 非寝渐注入会导致纵向速度随位置或时间而摆动, 因此是不希望的, 一般采用寝渐注入为好。

收稿日期: 1985年8月19日。

二、电子束的注入分析

一般说来,电子束的注入方式可分成寝渐注入和非寝渐注入两种。所谓寝渐注入是指电子在穿过过渡区进入相互作用区的整个过程中运动寝渐不变量是保持成立的。要实现寝渐注入,过渡区必须足够长,摆动器引导段的磁场变化要缓慢。而非寝渐注入恰恰相反,由于过渡区摆动场变化较快,寝渐不变量不再成立。

先对无轴向磁场的情形进行讨论。假定过渡区摆动场的波长不变,而幅度是逐渐增强的,则摆动场可写成

$$\mathbf{B}_w = B_w(z)(\hat{e}_x \cos k_0 z + \hat{e}_y \sin k_0 z) \quad (1)$$

假定 $B_w(z)$ 是以指数的形式上升的,则可写成 $B_w(z) = B_{w0}[1 - \exp(-z/L_0)]$, L_0 表征过渡区的长度。由电子的运动方程

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}_w}{c} \quad (2)$$

可导出动量 $p = \text{常数}$ 。引入 $p^+ = p_x + ip_y$, 令 $dz = v_z dt$, 由(1)式和(2)式可得

$$\frac{dp^+}{dz} = -i \frac{eB_w(z)}{c} e^{ik_0 z} \quad (3)$$

对方程(3)积分可求出

$$p^+ = p_0^+ - i \frac{eB_{w0}}{c \left(\frac{1}{L_0} - ik_0 \right)} \left(e^{-\left(\frac{1}{L_0} - ik_0 \right) z} - 1 \right) - \frac{eB_{w0}}{ck_0} (e^{ik_0 z} - 1) \quad (4)$$

其中 $p_0^+ = p_{x0} + ip_{y0} = p^+|_{z=0}$ 为初值。下面讨论两种极限情况。

(1) $L_0 \gg \lambda_0$, 其中 $\lambda_0 = 2\pi/k_0$ 为摆动器的波长,这时 $B_w(z)$ 是缓慢上升的。(4)式可近似为

$$p^+ = p_0^+ - \frac{eB_w(z)}{ck_0} e^{ik_0 z} \quad (5)$$

或写成 $p_x = p_{x0} - \frac{eB_w(z)}{ck_0} \cos k_0 z$, 较早会人

$$p_y = p_{y0} - \frac{eB_w(z)}{ck_0} \sin k_0 z \quad (6)$$

当 $B_w(z)$ 变化缓慢时,摆动场的矢势 $\mathbf{A}_w = -\mathbf{B}_w/k_0$, 横向正则动量 $\mathbf{P}_\perp = \mathbf{p}_\perp + e\mathbf{B}_w(z)/ck_0$ 。容易看出,(6)式表明横向正则动量是守恒的。也就是说,当摆动场的变化非常缓慢时,横向正则动量为寝渐不变量。

(2) $L_0 \rightarrow 0$, 这意味着在 $z=0$ 处摆动场有突变。这时(4)式趋近于

$$p^+ = p_0^+ = \frac{eB_{w0}}{ck_0} (e^{ik_0 z} - 1) \quad (7)$$

或写成分量形式

$$p_x = p_{x0} - \frac{eB_{w0}}{ck_0} (\cos k_0 z - 1),$$

$$p_y = p_{y0} - \frac{eB_{w0}}{ck_0} \sin k_0 z \quad (8)$$

可以看出,进入摆动场的前后正则动量的 x 分量已不再守恒,而出现一个跃变 eB_{w0}/ck_0 。 p_x 是围绕平均值 $\bar{p}_x = p_{x0} + eB_{w0}/ck_0$ 做余弦变化。这里所讨论的这种跃变型是非寝渐注入的极限情况。

通常 $|p_0^+|$ 很小,可以忽略。由(6)式可以看出,对于寝渐注入电子进入作用区后的横向动量 $p_\perp \cong eB_{w0}/ck_0 = \text{常量}$ 。由于 $p = \text{常量}$, 因此 $p_z = \text{常量}$ 。这种类型的未扰轨道是所需要的。对于非寝渐注入的情形,由公式(8)忽略 p_{x0} 和 p_{y0} , 可求得

$$p_\perp = 2(eB_{w0}/ck_0) |\sin(k_0 z/2)|,$$

进而可求出

$$p_z \cong p - \frac{2}{p} \left(\frac{eB_{w0}}{ck_0} \right)^2 \sin^2 \frac{k_0 z}{2} \quad (9)$$

这里已假定 $eB_{w0}/ck_0 \ll p$ 。可见对这种非寝渐注入的情形 p_z 出现一个随位置而摆动的分量,纵向速度随位置的摆动是不希望的,因为它会导致激光器性能的变坏,如带宽的增加、增益的下降等。纵向动量的这种摆动可以等效于一个纵向动量分散度

$$\left(\frac{\Delta p_z}{p_z} \right)_{e.v.} \cong 2 \left(\frac{eB_{w0}}{ck_0} \right)^2 / p^2 \quad (10)$$

通常 $eB_{w0}/ck_0 \sim (0.1 \sim 0.2)p$, 因此 $(\Delta p_z/p_z)_{e.v.} \sim (2 \sim 8)\%$ 。需要指出,这里所讨论的非寝渐注入是 $B_w(z)$ 为阶跃函数的极限情况,对

于 $B_w(z)$ 为连续变化的非寝渐注入, 相应的 $(\Delta p_z/p_z)_{e,v}$ 要小于这里所得到的值。

对于利用强流电子束的自由电子激光器, 一般要加轴向磁场。由于电子围绕轴向磁场的回旋运动和摆动场中的运动之间存在强烈的耦合, 因而纵向速度的变化很复杂。在下面的处理中假定轴向磁场的过渡区和摆动场的过渡区是分开的, 可以分别进行考虑。

图 1 所示为一种经常采用的实验方案^[1], 图下部的曲线表示轴向磁场沿纵向的变化, 其特点是在加速器出口处磁场比较强, 大约为作用区磁场的两倍。图示为振荡器的情形, M_1 和 M_2 为反射镜, 虚线代表电子束的轮廓曲线。



图 1 具有轴向磁场的自由电子激光振荡器的实验方案及轴向磁场沿纵向的分布

由于轴向磁场较强, 电子的回旋半径很小, 磁矩守恒可认为是满足的, 即 $T_{\perp}/B_z = \text{常数}$, T_{\perp} 代表电子的横向温度。轴向磁场的逐渐减小导致横向温度的逐渐冷却, 因为这种初始的横向温度并不是所需要的。对于强流电子束, 为了减小空间电荷效应的影响, 常常采用环电子束 (annular beam) 而不采用实电子束 (solid beam)。当采用上面的磁场位型时就使光线的反馈路径避开了阴极, 这一点对于振荡器是必要的。

下面讨论电子束在摆动场过渡区的运动。假定轴向场已进入均匀段, 如图 1 中的 B_0 所示。这时总的磁场可写成

$$\mathbf{B} = B_0 \hat{e}_z + B_w(z) (\hat{e}_x \cos k_0 z + \hat{e}_y \sin k_0 z) \quad (11)$$

而电子的运动方程仍由 (2) 式描述。由于只有稳定磁场存在, 同样可导出 $p = \text{常数}$, 从而相对论因子 $\gamma = \text{常数}$ 。引入旋转坐标系

$$\begin{aligned} \hat{e}_1 &= \hat{e}_x \cos k_0 z + \hat{e}_y \sin k_0 z, \\ \hat{e}_2 &= -\hat{e}_x \sin k_0 z + \hat{e}_y \cos k_0 z \end{aligned} \quad (12)$$

则方程 (2) 可写成分量形式

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= v_2 (k_0 v_z - \omega_c), \\ \frac{dv_2}{dt} &= -\omega_w v_z - v_1 (k_0 v_z - \omega_c), \\ \frac{dv_z}{dt} &= \omega_w v_2, \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $\omega_c = eB_0/m\gamma c$, $\omega_w = eB_w(z)/m\gamma c$ 。

如果 $B_w(z) = \text{常数}$, 则方程组 (13) 有两个积分常数: $v = (v_1^2 + v_2^2 + v_z^2)^{1/2}$, $\theta = \eta^2 - 2\varepsilon v_1 k_0 / \omega_c$, 其中 $\varepsilon = B_w/B_0$, $\eta = (k_0 v_z / \omega_c - 1)$ 为归一化的纵向速度。下面只讨论 $B_w(z)$ 为寝渐变化的情形, 这时积分常数 θ 可认为近似成立。利用积分常数 v 和 θ 可以从方程组 (13) 中消去 v_1 和 v_2 得到一个只含 v_z 的方程

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\eta}{d\tau}\right)^2 + \eta^4 + 4\left(\varepsilon^2 - \frac{\theta}{2}\right)\eta^2 \\ + 8\varepsilon^2\eta + 4\varepsilon^2(1 - \lambda^2) + \theta^2 = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $\lambda^2 = v^2 k_0^2 / \omega_c^2$, $\tau = \omega_c t / 2$ 为归一化的时间。将方程 (14) 对 τ 微分一次得

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + 2\eta^3 + 4\left(\varepsilon^2 - \frac{\theta}{2}\right)\eta + 4\varepsilon^2 = 0 \quad (15)$$

这是一个无驱动项的 Duffing 方程。这里所得到的方程与 Mcmullin 和 Davidson 所得到的结果本质上相同^[2]。方程 (15) 难以求得严格的解析解, 但通常 η 的摆动幅度很小, 可将方程 (15) 围绕 η 的摆动平衡点 η_0 线性化。具体步骤可参考文献 [2], 这里只写出结果

$$v_z = V_b + \delta V_b \cos(\omega_s t + \alpha) \quad (16)$$

当 $\theta \approx 0$ 时, $\omega_s = (3/2)^{1/2} 2^{1/3} \varepsilon^{2/3} \omega_c$, $V_b = \frac{\omega_c}{k_0} \times (1 - 2^{1/3} \varepsilon^{2/3})$ 。而 δV_b 由下式决定

$$\delta V_b = \left\{ (v_{z0} - V_b)^2 + \left[\varepsilon \frac{\omega_c}{k_0} \frac{k_0 v_{\perp 0}}{\omega_0} \sin(k_0 z_0 - \phi_0) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

其中 v_{z0} 、 $v_{\perp 0}$ 和 z_0 表示相应量的初值, ϕ_0 为 $v_{\perp 0}$ 同 \hat{e}_x 的夹角。显然 δV_b 的最大值为

$$\delta V_{b\max} = \left[(v_{z0} - V_b)^2 + \left(\varepsilon \frac{\omega_c}{k_0} \frac{k_0 v_{\perp 0}}{\omega_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$\delta V_{b\max}$ 代表 v_z 的摆动幅度, 它由两部分构成。一部分是由于初始纵向速度 v_{z0} 和摆动的平衡点 V_b 不一致所造成的, 适当选择系统的参数可以把这一部分的贡献控制得很小。另外一部分来自 $v_{\perp 0}$, 也就是说经过过渡区后 $v_{\perp 0}$ 可以诱导出纵向速度的摆动。因此希望 $v_{\perp 0}$ 尽量小, 这就是为什么要采用图 1 所示的轴向磁场的位型以使电子的横向温度得到冷却的原因。

上面的分析是针对 $\theta \cong 0$ 的情况进行的, 当这个条件不满足时, V_b 和 ω_0 的表达式也应相应地改变。但可以想象, 上面的结论是具有一般性的。

如果过渡区摆动场的变化比较快, 寝渐近似已不再成立, 可以推断, 所诱导出的 v_z 的摆动将会更大。这是由于变化较快的摆动场会引入一较大的横向速度, 等效于初始横向速度的增加。因此, 寝渐注入同样是所希望的。

三、对纵向能量分散度的进一步分析

纵向能量分散度、纵向动量分散度和纵向速度分散度本文是在等价的意义上使用的。就一般的意义上说, 是指在整个作用区和作用时间范围内电子束纵向能量的非单一性。前面已经提到, 这个指标是衡量电子束质量的一个非常重要的参数。因为纵向能量

分散度太大会降低增益和效率, 导致带宽的增加, 从而使激光器的性能变坏。

除了我们这里所讨论的由于电子束的非寝渐注入所导致的纵向速度随位置的周期摆动, 以及具有轴向磁场的情形由于绕轴向磁场的回旋运动和在摆动场内运动间的耦合所导致的纵向速度摆动外, 电子束的有限发射度、强流电子束的空间电荷效应、摆动场横向梯度的存在以及加速器电压随时间的变化都会影响纵向能量分散度的大小。这些因素所导致的分散度的特征并不完全相同, 我们可以划分为下面几类。

1. 于给定的时间和位置电子束纵向能量分散度。有限发射度所导致的纵向能量分散度是属于这种类型的。发散度定义为 $\varepsilon = \pi R \langle \theta^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$, 其中 R 为束流半径, $\langle \theta^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ 为电子轨道和轴之间夹角的 $\gamma \cdot m \cdot s$ 值。显然, 即使电子束是单能的, 但由于 $\varepsilon \neq 0$, 纵向速度就会出现一个分散度。如果 ε 很小, 容易导出这个分散度为

$$\frac{\Delta v_z}{v_z} = \frac{\varepsilon^2}{2\pi^2 R^2} \quad (19)$$

设激光器的效率为 η , 要使受激喇曼散射能够发生要求 $\Delta v_z/v_z \ll \eta/\gamma_z^2$ 。

2. 于给定的时间电子束纵向能量随位置的变化。这里面又可划分为随横向位置的变化和随纵向位置的变化。前面所讨论的非寝渐注入所导致的纵向速度的摆动是随纵向位置变化的例子。而空间电荷效应所产生的自电势会导致纵向速度随横向位置而变化, 即通常所说的纵向速度沿半径方向存在剪切。容易导出, 对于实电子束, 穿过束流半径的电势差 $\Delta V = I/4\pi\epsilon_0 v_z$ (MKSA 单位制), I 为总电流。设电子的总能量是一定的, 则势能随横向位置的变化会导致纵向能量沿半径方向剪切。假定加速器的等效加速电压为 V , 则要求 $\Delta V/V \ll \eta$ 。对于薄环电子束, 设 a 为环的半径, t 为环的厚度, 则

(下转第 682 页)

$\overline{\alpha_{v,j}}$ 会更快地达到峰值, 峰值 $\overline{\alpha_{v,j}}$ 也越小。

2. 泵浦反应 $k(T)$ 值相差一倍 ($T = 150K$), $\overline{\alpha_{v,j}}$ 峰值位置相差 $\Delta K \sim 25$ (约 1.5 cm)。较慢的 $k(T)$ 引起 $\overline{\alpha_{v,j}}$ 峰值后移。

3. HF(V)-M 碰撞弛豫过程的速率系数数值对 $\overline{\alpha_{v,j}}$ 的影响与 $k_M(T)$ 值的大小有关, 快速的 $k_M(T)$ 对 $\overline{\alpha_{v,j}}$ 影响较大。M=H 是本体系统较快的弛豫过程, $k_{M=H}(T)$ 相差一个量级引起 $\overline{\alpha_{1,3}}$ 峰值相差 60%; 使 $\overline{\alpha_{0,2}}$ 曲线线型发生趋势性变化; 并使 $\overline{\alpha_{2,5}}$ 沿 ξ 迅速降低、消失。但其他过程的 $k_M(T)$ 值的差别对 $\overline{\alpha_{v,j}}$ 影响不大。

本工作只限于研究冷反应条件下 HF(V) 的单量子跃迁过程, 工作是初步的, 供有关工作者参考。

参 考 文 献

[1] 周学华, 陈丽吟; 《中国激光》, 待发表。
 [2] 陈海韬, 周学华; 《力学学报》, 1984, 16, No.2, 151.
 [3] R. L. Kerber et al.; *Appl. Opt.*, 1972, 11, No. 5, 1112.
 [4] N. Cohen; Aerospace Corp. Rept., No. TR-0172,

(2779)-2.
 [5] R. L. Kerber et al.; *Appl. Opt.*, 1976, 15, No. 10, 2358.
 [6] N. Cohen; Aerospace Corp. Rept., TR-0076, (6603)-2.
 [7] R. W. F. Gross, J. F. Bott; Handbook of Chemical Lasers, Chapter III, New York, Wiley, 1976.
 [8] N. Cohen; AD-A056281, 1978.
 [9] R. F. Heidner III; *J. Chem. Phys.*, 1980, 72, No. 9, 4815.
 [10] S. H. Mo; *Am. Soc. Symp.*, 1978, Ser. 66, 59.
 [11] R. Foon; *Trans. Faraday Soc.*, 1971, 67, 3513.
 [12] R. F. Heidner III; *J. Chem. Phys.*, 1979, 70, 4509.
 [13] W. S. King et al.; *AIAA J.*, 1972, 10, No. 12, 1647.
 [14] 陈锡荣, 王忠诚等; 《中国激光》, 1983, 10, No. 3, 129.
 [15] M. J. Berry; *J. Chem. Phys.*, 1973, 59, 6229.
 [16] J. C. Polanyi; *J. Chem. Phys.*, 1976, 12, 419.
 [17] S. W. Zelazny et al.; *AIAA Paper*, 77~63.
 [18] R. Hofland, H. Mirels; *AIAA J.*, 1972, 10, No. 10, 1271.
 [19] B. Г. Крутова; *Кван. Электр.*, 1976, 3, №. 9, 1919.
 [20] R. C. Lock; *Quart. J. Mech. and Appl. Math.*, 1951, No. 4, 42.

(上接第 674 页)

$$\Delta V = (I/4\pi\epsilon_0 v_e)(t/a).$$

因为 $t \ll a$, 从而当总电流一定时, 这种环电子束穿过半径的势差比实电子束要小得多。换句话说, 当 $\Delta V/V$ 的允许上限给定后所允许的电流就更大。这就是为什么强流电子束的实验中多采用环电子束的原因。

对于物理上可实现的摆动场在作用区的空腔内必须满足条件 $\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{B} = 0$, 因此沿横向不可能是均匀的。摆动场的这种横向梯度也会导致纵向速度剪切, 但它对于空间

电荷效应所导致的剪切具有抵消作用。

3. 于给定的位置电子束纵向能量随时间的变化。加速器电压随时间的变化就会导致这种效应。设加速器电压的变化为 δV , 要使受激喇曼散射发生, 要求 $\delta V/V \ll \eta$ 。

参 考 文 献

[1] Birkett D. S. et al.; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1981, QE-17, 1348.
 [2] Memullin W. A., R. C. Davidson; *Phys. Rev. A*, 1982, 25, 3130.

