

对等价共焦腔方法的质疑

Abstract: Problems concerning the theory of equivalent confocal resonators are investigated.

It is worth considering the strictness of building up mode theory with the equivalent confocal resonator method.

一、问题的提出

建立稳定球面腔模式理论的一种途径是利用等价共焦腔方法。其关键是要使用等价共焦腔的存在和唯一性定理,即对任一稳定球面腔有唯一等价共焦腔存在,其本征模在球面腔两反射镜处的等相面曲率半径 ρ_{Gi} 等于腔反射镜的曲率半径 ρ_i :

$$\rho_{Gi} = \rho_i \quad (i=1, 2) \quad (1)$$

显然,这是以稳定腔中等相面分布规律为根据的,即事先已假定了在任意稳定腔中自再现模在腔反射镜处等相面曲率半径应满足(1)式。然而下面的分析表明,这并不是一个普遍成立的规律,于是定理的现有证明方法成了问题。再者,在高斯光束近似下,腔的衍射损耗为零(相应于两腔反射镜几何尺寸趋于无穷大),为了求出腔损,通常使用 Boyd-Kogelnik 引入的有效菲涅耳数 $N_{eff}^{[1]}$, 设每一反射镜处的衍射损耗与菲涅耳数为 N_{eff} 的共焦腔的单程损耗相等。注意与前述等价共焦腔意义不同,这里已隐含可用 Flammer 函数(矩形域)或超球函数(圆形域)表征的有限尺寸共焦腔内场分布的损耗来计算一般稳定腔损耗的假设。但这种表述的正确性至今未见严格的证明,且也不能用 Gordon、Kogelnik 稍后从衍射积分方程理论证明的普遍腔等价定理^[2]加以认识,故在稳定腔模式理论中引入 N_{eff} 后求得的腔损只能认为是近似的估算。根据上述两方面理由,本文提出对用等价共焦腔方法建立一般稳定球面腔模式理论严密性的质疑,以期引起讨论。

二、 $\rho_{Gi} = \rho_i$ 并非普遍成立

分析表明,(1)式成立条件是比较严格的,即使在假设光腔本征模式为高斯光束(即稳定腔)的前提下,也将常见的相当多腔型排之于外。此举例如下:

1. 腔内有类透镜、平方损耗(或增益)介质存在如图1,设腔内介质折射率 $n(r, z)$ 和吸收系数

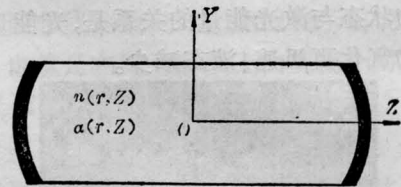


图 1

$\alpha(r, z)$ (或其负值增益系数)沿径向 r 呈平方分布:

$$n(r, z) = n_0[1 + A(z)r^2] \quad (Ar^2 \ll 1) \quad (2)$$

$$\alpha(r, z) = \alpha_0[1 + B(z)r^2] \quad (Br^2 \ll 1) \quad (3)$$

应当指出,这是常见有源腔的简化描述。例如考虑光泵浦热效应的固体激光器、柱对称高增益气体激光器、腔内放置饱和和吸收体等都属此类情况。为简化起见,考虑图1所示二端面直接镀膜成镜的固体激光腔。Yariv 证明^[3],此时腔内电磁场满足波动方程:

$$\nabla^2 \varepsilon + k_0^2 \tilde{n}_0^2 (1 - A^2 r^2) \varepsilon = 0 \quad (4)$$

在柱坐标下,利用缓变振幅近似得到场振幅 ε_0 的方程

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial r} - 2ik_0 \tilde{n}_0 \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z} - k_0^2 \tilde{n}_0^2 A^2 r^2 \varepsilon_0 = 0 \quad (5)$$

式中

$$\varepsilon(r, z) = \varepsilon_0(r, z) e^{-ik_0 n_0 z} \quad (6)$$

$$k = nk_0 \text{ (波矢)} \quad (7)$$

$$A^2 = -2A + \frac{i\alpha_0}{n_0 k_0} (B - A) \quad (8)$$

$$\tilde{n}_0 = n_0 - i \frac{\alpha_0}{2k_0} \quad (9)$$

可证明,形如

$$\varepsilon_0(r, z) = \frac{A_0}{c(z)} e^{-ik_0 \tilde{n}_0 r^2 / 2c(z)} \quad (10)$$

的高斯光束为方程(5)的一个特解。式中 $c(z)$ 为与

s 有关的函数, 可由初始条件确定。 $q(s)$ 为高斯光束 q 参数, 且此时有

$$\frac{1}{\rho_G} = \frac{Re(\tilde{n}_0/q)}{Re\tilde{n}_0} \quad (11)$$

(Re 表示取实部运算)

若 $\alpha_0 \neq 0$, 则易见, 即使在图 1 所示驻波型腔中 $\rho_{G1} = \rho_1$ 也不一定必然成立。

2. 环形腔

对环形腔之类的行波腔, 腔内本征模式为行波, 满足环绕一周自再现条件。计算表明, 若无附加条件, (1) 式一般不再成立。现仅以图 2 所示等边三角形环形腔为例加以说明。

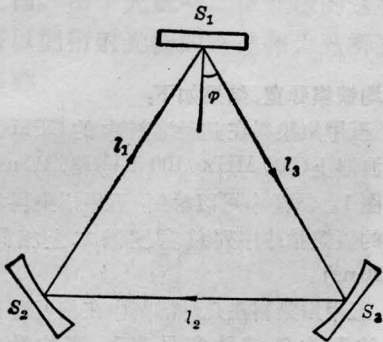


图 2

如图设

$$l_1 = l_2 = l_3 = l \quad (12)$$

$$\rho_1 = \infty, \rho_2 = \rho_3 = \rho \quad (13)$$

在子午面内(用带 \sim 量标记)

$$\tilde{\rho} = \rho \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \rho \quad (14)$$

以镜 3 为参考面, 易求得

$$\tilde{\rho}_{G3} = \frac{\tilde{\rho}}{1 + \frac{1}{3 - \frac{4l}{\tilde{\rho}}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \rho}{1 + \frac{1}{3 - \frac{8l}{\sqrt{3} \rho}}} \quad (15)$$

3. 象散腔

若腔内有象散存在(例如无象散补偿的环形腔和折迭腔), 则在子午面和弧矢面内的光束参数不同, 光束截面为椭圆, 其等相面为非球二次曲面。文献[3]给出了椭圆高斯光束的数学描述。显然, 一般情况下对象散腔(1)式也不成立。

4. 共焦腔的非对称往返一周自再现模

文献[4]从理论上求出了对称共焦腔本征模的广义解。并指出, 即使在共焦腔情况下, 因往返矩阵的反演对称性质, 腔内也可能存在这样一类非对称本征模, 它满足往返一周自再现条件, 且(1)式不再成立, 这是一个十分有趣的结果。

三、腔的等价定理

Gordon Kogelnik 证明, 如果两个球面腔有相同的特征参数 G_1 、 G_2 、 N , 即满足

$$\begin{aligned} G_1 &= G'_1 \\ G_2 &= G'_2 \\ |N &= N' \end{aligned} \quad (16)$$

则二腔是等价的, 式中

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda L} \quad (17)$$

$$G_1 = g_1 \frac{a_1}{a_2}, \quad G_2 = g_2 \frac{a_2}{a_1} \quad (18)$$

a_1 、 a_2 为二球面反射镜半径。这即对无源腔(稳定腔、非稳腔、临界腔)普遍适用的等价定理。等价性是指满足(16)式的两腔有相同的本征值和成比例的本征函数、相同的单程功率损耗和相应的共振频率。

现在考虑与 N_{eff} 有关的等价性问题。以对称腔为例, 按文献[1], 对称稳定球面腔(a , ρ , L)的单程损耗应当与 N 数为

$$N = N_{eff} = \frac{a^2}{\lambda L} \sqrt{1 - g^2} \quad (19)$$

的对称共焦腔的单程损耗相等。对该共焦腔有

$$|G_1 = G_2 = 0 \quad (20)$$

而对稳定球面腔

$$G'_1 = G'_2 = 1 - \frac{L}{\rho} \quad (21)$$

$$N' = \frac{a^2}{\lambda L} \quad (22)$$

显然, 不满足条件(16)式, 与腔的等价定理不符。一般而言, 此二腔不具有完全相等的单程损耗。这里问题的实质在于, 引入 N_{eff} 讨论损耗时, 已事先假定稳定球面腔与它等价的共焦腔具有相同的模式结构, 反射镜都构成场的等相面。然而前者最多在高斯光束近似下成立, 对反射镜尺寸有限情况是否任意稳定球面腔的本征函数都可用 Flammer 函数或超球函数来逼近(此二类函数都不具有明显的解析形式, 特别是对超球函数认识甚为肤浅)尚无严格证明。关于后者, 节二已作了论述。由此本文认为, 用 N_{eff} 定量讨论腔的损耗至少是不严格的。

四、小结

(i) 本文分析表明, (1) 式成立并非必然。因此, 关于等价共焦腔的存在和唯一性定理的一般性值得讨论。

(ii) 引入 N_{eff} 数计算稳定球面腔的损耗只是近似的估算, 它不能利用对光腔普遍成立的等价定理加以解释, 其方法的正确性尚无严格证明。

(iii) 利用等价共焦腔方法建立稳定球面腔的

(下转第 657 页)

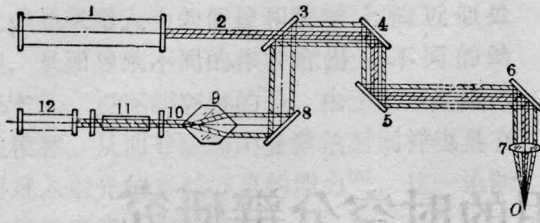


图5 CO₂、YAG 复合激光手术刀光路示意图

束10, 经过双凸光锥9变换成内直径7mm、外直径13mm的环状光束。经45°反射镜8和45°小孔反射镜3的反射, 与光束2组成复合激光束。再通过导光系统内部45°反射镜4、5、6多次反射, 最后经过硒化锌透镜7聚焦输出, 在焦点O处形成具有三种激光的复合光斑。采用双凸光锥变换器的主要优点是大大减少了YAG激光束的传输损耗, 提高了激光器的效率, 达到一机多用之目的。

3. 加热、焊接与切割

一般激光器的光斑能量大多为高斯分布

(上接第661页)

为B区。C和D区存在氧化过程, 并充满冷却的原子蒸气, 故为吸收谱和分子带谱的产生区域。

由于A和B区的生成物会消耗掉很多激光能量(尤其是激光脉冲尾部的能量), 所以为了提高激光钻孔、切割效率可以采用如

(上接第663页)

模式理论是一种简单但不严密的方法, 并且容易造成物理概念上的混淆。事实上, 可以从多种途径较严格而又实用地建立这一理论。鉴于这一问题在腔模理论中的重要性, 作者认为, 对此问题的进一步讨论有可能深化对腔模理论的认识。

作者曾就本文有关论点与魏光辉副教授、陈侗嵘教授以及西德H. Weber教授作过十分有益的讨论, 谨此致谢。

的圆形光束, 由于激光束的高能量、高密度的特点, 它已被广泛用于工业中的加热、焊接与切割等加工工艺。但在某些特殊要求的场合, 例如对某些工件需要进行环状加热、焊接与切割时, 圆形光束将给使用者带来不便。通过双凸光锥可以方便地得到任意尺寸的环状光斑, 而不需要对原激光器作任何变动, 就可以对需要进行环状加热、焊接、切割的工件进行加工。

作者在双凸光锥的光学加工中, 曾得到上海教育仪器厂王善荣、姚海林, 上海技术物理研究所陆艺伟等同志的大力协助和指导, 在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 唐贵琛等; 环状输出激光器, 83年上海激光学会年会论文。
- [2] 何海林; 上海医疗器械研究所十周年论文集, 1982年。

下措施: 减少靶面对激光的反射和散射(靶面可进行预先处理); 选择合适波形的重复率脉冲(以Al-Mg合金靶为例, 选用1ms矩形脉冲)。我们建议钻孔或切割用的激光采用振荡-放大结构, 由振荡器提供合适波形和重复率的弱激光然后放大输出经聚光镜作用于靶。

参 考 文 献

- [1] G. D. Boyd, H. Kogelnik; *Bell Syst. Techn. J.*, 1962, **41**, 1347.
- [2] J. P. Gordon, H. Kogelnik; *Bell Syst. Techn. J.*, 1964, **43**, 2873.
- [3] A. Yariv; *Quantum Electronics*, 2. Edition John Wiley & Sons Inc., 1975.
- [4] 陈侗嵘; 《成都电讯工程学院学报》, 1983, **4**, 10.

(四川大学物理系 吕百达
1985年11月18日收稿)