

# 光盘衍射特性的研究——严格模式法

阮 玉 周治平

(华中工学院光学系)

**提要:** 通过对光盘及其读出过程的分析,导出三维光盘衍射物理数学模型,设计编制了快速计算的 Fortran-77 程序。计算结果与实验测试吻合。

## Rigorous mode method for studying diffraction properties of optical discs

Ruan Yu, Zhou Zhiping

(Department of Optical Engineering, Huazhong University of Science and Technology)

**Abstract:** The optical disc and its readout system are analyzed. Rigorous mode method is used to set up a mathematical model of the optical disc diffraction process. The proposed Fortran-77 computing programs using the appropriate numerical techniques can provide rapid, detailed and numerical solutions. The computing results are in good agreement with those of experiments.

### 一、引 言

用光学方法在光盘上存贮和读出信息,正受到世界各国的重视。光盘存贮的原理是把一个衍射受限的聚焦光斑,以一定方式调制后,投射到涂有记录介质并以一定速度旋转的圆盘上,形成一系列的信息凹坑,凹坑以螺旋形式或一组同心圆分布在圆盘上,这就是记录下来的信息。读出时,凹坑的中心位置和它们的几何形状再现了最初记录在圆盘上随时间变化的信息。

聚焦光斑和信息凹坑的几何尺寸通常只比激光波长略大一点。因此,读出时必须考虑衍射效应。A. Korpel<sup>[1]</sup>、H. Hopkins<sup>[2]</sup>、

A. B. Marchant<sup>[3]</sup> 等人曾就光盘衍射问题提出过一些理论模型。Ping Shang<sup>[4]</sup> 进而用严格的衍射理论对光盘衍射模型作了理论考虑和数值计算,但仍然与实际系统相差较远。

为了更准确地描述光盘衍射的特性,本文首先对实际的光盘表面结构进行分析,提出一个较为合理的物理模型;然后从解信息凹坑内的 Helmholtz 方程入手,运用模式耦合理论<sup>[5,6]</sup> 建立起一个能较为精确地反映入射光场与衍射光场之间关系的数学模型;最后通过数值计算和实验,给出一些对提高光盘存贮密度、简化系统结构、优化设计以及最佳控制具有实际意义的结论。

收稿日期:1985年3月2日。

## 二、读出过程的衍射模型

光盘表面结构, 根据记录方式的不同而有所差异。图 1~图 4 是光盘表面结构的金相和电子显微照片, 其中凹坑尺寸和凹坑间隔均在微米数量级。从照片中可以看出, 尽管光盘表面结构存在着差异。但它们有一个共同的特点, 即其局部均具有二维准周期的结构, 可以看作是一个随时间移动的二维位相体光栅。由于光盘与二维光栅的这种相似性, 可以把衍射光栅的理论作为分析光盘的理论基础。

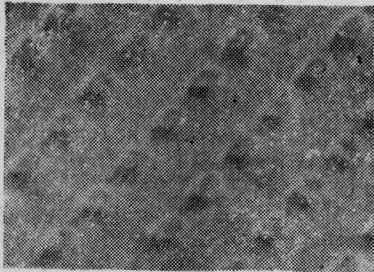


图 1 矩型信息凹坑  
( $\times 6000$ )

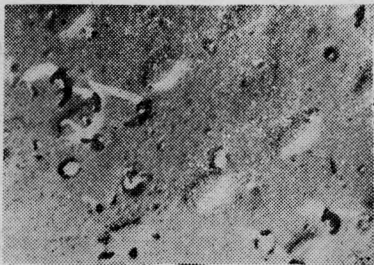


图 2 半椭球型信息凹坑  
( $\times 14300$ )



图 3 不规则形状信息凹坑  
( $\times 20000$ )

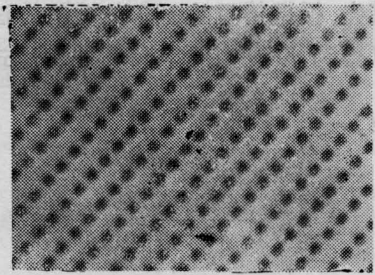


图 4 金相显微镜下的凹坑结构  
( $\times 4000$ )

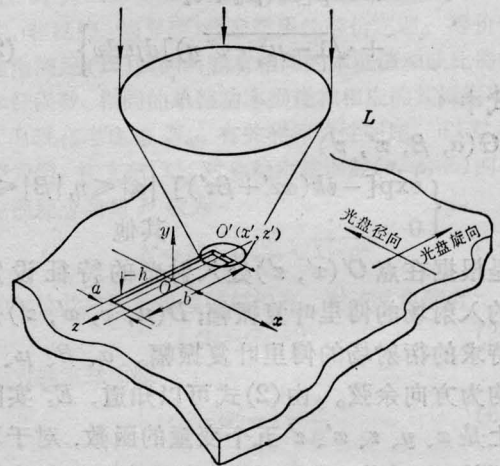


图 5 光盘衍射模型及坐标选择

考虑光盘的衍射效应, 可以将我们的模型用图 5 来表示。图中  $O'(x', z')$  表示了聚焦光斑中心位置的坐标。通过  $O'$  点的变化, 可以模拟运动光盘的衍射光场的变化。

由图 5 可以将整个空间的光场分布分为  $y \geq 0$  空间内的入射波  $E_{\lambda}$ 、衍射波  $E_{衍}$  和  $y \leq 0$  空间内凹坑模的线性组合波  $E_{凹}$  三大部分。由麦克斯韦连续性条件有:

$$E_{\lambda} + E_{衍} = E_{凹} \quad (1)$$

在实际系统中, 由会聚物镜出射的是标准的圆偏光, 忽略信息凹坑对偏振态的影响, 由光盘表面衍射回物镜的也是圆偏光。根据会聚偏振光的特性。可以将圆偏振光分解为两个互相垂直的、分别沿  $x$  和  $z$  轴方向的线偏振分量, 然后分别处理之。下面将给出沿  $z$  轴方向线偏振分量  $E_z$  的详细数学推导。  $E_z$  的处理与  $E_x$  完全类似。

首先,根据傅里叶光学的分析方法<sup>[7]</sup>,立即可以得到  $y \geq 0$  空间中总场的表达式

$$E_z^> = \frac{1}{\lambda^2} \left\{ \iint_{-\infty}^{+\infty} G(\alpha, \beta, x', z') \times \exp[ik(\alpha x + \beta z - \sqrt{1-\alpha^2-\beta^2}y)] d\alpha d\beta + \iint_{-\infty}^{+\infty} D(\mu, v, x', z') \times \exp[ik(\mu x + v z + \sqrt{1-\mu^2-v^2}y)] d\mu dv \right\} \quad (2)$$

式中

$$G(\alpha, \beta, x', z') = \begin{cases} \exp[-ik(\alpha x' + \beta z')] & |\alpha| \leq \eta, |\beta| \leq \eta \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

是根据在点  $O'(x', z')$  处入射光的特征设定的入射场的傅里叶复振幅;  $D(\mu, v, x', z')$  是待求的衍射场的傅里叶复振幅。  $\alpha, \beta, \mu, v$  均为方向余弦。由(2)式可以知道,  $E_z^>$  实际上是  $x, y, z, x', z'$  五个变量的函数,对于不同的  $x', z'$  值,总场  $E_z^>$  在整个  $xyz$  空间内就相应有不同的分布。

其次在  $y \leq 0$  空间,有

$$E_z = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} g_{mn} \quad (3)$$

式中

$$g_{mn} = \sin \frac{m\pi}{a} \left( x + \frac{a}{2} \right) \cos \frac{n\pi}{b} \left( z + \frac{b}{2} \right) \times \sin \left[ k \sqrt{1 - \left( \frac{m\lambda}{2a} \right)^2 - \left( \frac{n\lambda}{2b} \right)^2} (y+h) \right] \quad (4)$$

是 Helmholtz 方程满足我们模型中凹坑的边界条件的解在  $z$  轴上的分量。为以后推导方便起见,定义

$$S_m(x, a) \triangleq \sin \frac{m\pi}{a} \left( x + \frac{a}{2} \right)$$

$$C_n(z, b) \triangleq \cos \frac{n\pi}{b} \left( z + \frac{b}{2} \right)$$

$$Q(m, n) \triangleq \sqrt{1 - \left( \frac{m\lambda}{2a} \right)^2 - \left( \frac{n\lambda}{2b} \right)^2}$$

从而有

$$g_{mn} = S_m(x, a) C_n(z, b) \times \sin [k \cdot Q(m, n) \cdot (y+h)] \quad (5)$$

我们称  $g_{mn}$  为信息凹坑内可能存在的第  $mn$  阶凹坑模,  $C_{mn}$  是线性迭加时的权重因子。

最后,在  $y=0$  处,对  $E_z$  及  $\partial E_z / \partial y$  使用连续性条件,即

$$E_z^>|_{y=0} = E_z^<|_{y=0},$$

$$\partial E_z^> / \partial y|_{y=0} = \partial E_z^< / \partial y|_{y=0}$$

得

$$\begin{aligned} & \iint_{-\infty}^{+\infty} [G(\alpha, \beta, x', z') + D(\alpha, \beta, x', z')] \\ & \times \exp[ik(\alpha x + \beta z)] d\alpha d\beta \\ & = \begin{cases} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C'_{mn} S_m(x, a) C_n(z, b) \\ \quad \times \sin [khQ(m, n)] \\ \quad |x| \leq \frac{a}{2}, \quad |z| \leq \frac{b}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (6) \end{aligned}$$

以及

$$\begin{aligned} & \iint_{-\infty}^{+\infty} [G(\alpha, \beta, x', z') - D(\alpha, \beta, x', z')] \\ & \times \sqrt{1-\alpha^2-\beta^2} \exp[ik(\alpha x + \beta z)] d\alpha d\beta \\ & = i \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C'_{mn} S_m(x, a) C_n(z, b) \\ & \quad \times \cos [khQ(m, n)] \cdot Q(m, n) \quad (7) \end{aligned}$$

式中

$$C'_{mn} = \lambda^2 C_{mn}$$

将公式(6)乘以  $\exp[-ik(\mu x + v z)]$  并对  $x, z$  从  $-\infty$  到  $+\infty$  积分得

$$\begin{aligned} & G(\mu, v, x', z') + D(\mu, v, x', z') \\ & = \sum_{mn} C''_{mn} \sin [khQ(m, n)] R_m(\mu) \hat{R}_n(v) \quad (8) \end{aligned}$$

式中

$$R_m(\mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_m(x, a) \exp(-ikx\mu) dx$$

$$\hat{R}_n(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_n(z, b) \exp(-ikzv) dz$$

是凹坑模与衍射模之间的内积,表示两种模式之间的耦合强度。此外,



$$C''_{mn} = \lambda^4 C_{mn0}$$

类似地, 将公式(7)乘以  $S_{m'}(x, a)$ , 对  $x$  从  $-\frac{a}{2}$  到  $\frac{a}{2}$  积分; 并乘以  $C_{n'}(z, b)$ , 对  $z$  从  $-\frac{b}{2}$  到  $\frac{b}{2}$  积分得

$$\begin{aligned} & \iint_{-\infty}^{+\infty} [G(\alpha, \beta, x', z') - D(\alpha, \beta, x', z')] \\ & \times \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2} R_{m'}^*(\alpha) \hat{R}_{n'}^*(\beta) d\alpha d\beta \\ & = i \frac{ab}{4\lambda^4} C''_{m'n'} Q(m', n') \\ & \times \cos[khQ(m', n')] \end{aligned} \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)可得到一个  $mn$  阶线性方程组

$$\begin{aligned} & \sum_{mn} [\Psi_{mnm'n'} + \delta_{mnm'n'} T_{m'n'}] C''_{mn} \\ & = \Phi_{m'n'}(x', z') \end{aligned} \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} \Psi_{mnm'n'} &= \sin[khQ(m, n)] \\ & \times \iint_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2} \\ & \times R_m(\alpha) \hat{R}_n(\beta) R_{m'}^*(\alpha) \hat{R}_{n'}^*(\beta) d\alpha d\beta \end{aligned}$$

表示了  $m, n, m', n'$  阶模之间的相互作用,

$$\begin{aligned} \Phi_{m'n'}(x', z') &= 2 \iint_{-\infty}^{+\infty} G(\alpha, \beta, x', z') \\ & \times \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2} R_{m'}^*(\alpha) \hat{R}_{n'}^*(\beta) d\alpha d\beta \end{aligned}$$

是  $m'n'$  阶凹坑模的激励项, 此外

$$T_{m'n'} = i \frac{ab}{4\lambda^4} Q(m', n') \cos[khQ(m', n')]$$

$$\delta_{mnm'n'} = \begin{cases} 1 & m = m' \quad n = n' \text{ 同时成立} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

显然公式(8)和(10)唯一地决定了衍射场傅氏复振幅  $D(\mu, v, x', z')$  的分布。实际上, 将

$$I_D = \iint_{-\eta}^{+\eta} |D(\mu, v, x', z')|^2 d\mu dv$$

$$\text{除以 } I_i = \iint_{-1}^{+1} |G(\alpha, \beta, x', z')|^2 d\alpha d\beta$$

就得到归一化的探测器响应值

$$SAD = I_D / I_i \quad (11)$$

它反映了光盘衍射输出与凹坑尺寸、物镜数值孔径以及工作波长等量之间的定量关系。通过对这种关系的分析研究, 可以为最佳输出格式、编码方式以及跟踪误差允许范围等参数的选择提供依据, 最终达到优化设计和提高存贮密度的目的。

特别是如果令  $\beta=0, v=0$  以及  $b \rightarrow \infty$ , 则可以导出一个与文献[4]相类似的二维衍射模型。两者的主要差别在于对波长  $\lambda$  的反应灵敏度不同, 它是由于对入射场所作数学处理不同引起的。

### 三、数值分析与实验研究

图6是根据前述模型设计的计算程序框图, 其中

$$\begin{aligned} I_{mnm'n'} &\triangleq \iint_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2} \\ & \times R_m(\alpha) \hat{R}_n(\beta) R_{m'}^*(\alpha) \hat{R}_{n'}^*(\beta) d\alpha d\beta \end{aligned}$$

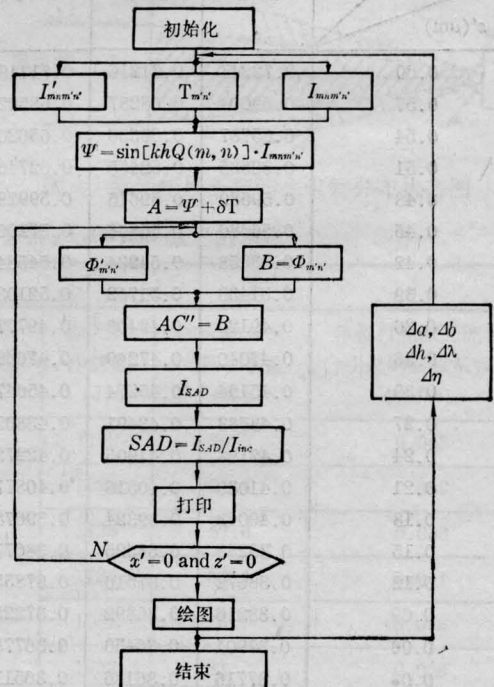


图6 光盘三维数学模型数值处理框图

$I'_{mnm'n'}$

$$\triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} R_m(\alpha) \hat{R}_n(\beta) R_{m'}^*(\alpha) \hat{R}_{n'}^*(\beta) d\alpha d\beta$$

根据光盘衍射的数学模型和图 6 所示的计算步骤可知, 求出一条  $SAD-z'$  曲线是非常困难的, 它需要进行大量的傅氏积分和多次求解高阶线性方程组。为此, 本文首先利用被积函数的对称性、奇偶性和正交性对傅氏积分进行了大量合理的简化。其次在保证一定精度的前提下对无穷阶线性方程组作适当的截断。最后选用适当的数值计算方法和技巧也起到简化问题、加快计算速度的作用。

表 1 的数据表明: 当最大模数  $MN$  分别为 4 和 6 时, 所获得的  $SAD$  值, 其间的最大绝对误差在 2% 以下, 而  $MN$  分别等于 6 和 12 时,  $SAD$  值的最大绝对误差仅在 0.5%

表 1 在不同  $z'$  处计算精度与  $MN$  的关系

条件		$\alpha=0.5 \mu\text{m}, b=1.2 \mu\text{m}, h=0.1582 \mu\text{m}$ $\lambda=0.6328 \mu\text{m}, \eta=0.45, x'=0.0 \mu\text{m}.$		
$SAD$	$MN$	$z'(\mu\text{m})$		
		$2 \times 2$	$2 \times 3$	$2 \times 6$
	0.60	0.72241	0.71216	0.71419
	0.57	0.69004	0.68287	0.68522
	0.54	0.65787	0.65356	0.65620
	0.51	0.62635	0.62455	0.62746
	0.48	0.59589	0.59615	0.59929
	0.45	0.56686	0.56866	0.57200
	0.42	0.53958	0.54234	0.54584
	0.39	0.51430	0.51742	0.52103
	0.36	0.49120	0.49409	0.49777
	0.33	0.47040	0.47249	0.47622
	0.30	0.45194	0.45274	0.45647
	0.27	0.43583	0.43491	0.43862
	0.24	0.42198	0.41905	0.42272
	0.21	0.41030	0.40516	0.40877
	0.18	0.40063	0.39324	0.39678
	0.15	0.39283	0.38325	0.38671
	0.12	0.38672	0.37516	0.37855
	0.09	0.38216	0.36892	0.37225
	0.06	0.37901	0.36450	0.36778
	0.03	0.37716	0.36186	0.36511
	0.00	0.37655	0.36098	0.36423

以下。所得到的计算结果与相位矩阵和波导突变的计算结果是一致的<sup>[8,9]</sup>, 其收敛速度之快, 使得从线性方程组中引入的截断误差可以忽略不计。

通过大量的计算机模拟实验和分析, 可以得到有关光盘读出衍射过程的几条重要规律:

1. 图 7 表明, 对同一个  $a$  值, 最小  $SAD$  值的大小视  $b$  而定, 对应的  $h$  值不变; 但当  $a$  减小时, 出现最小  $SAD$  值时对应的  $h$  值要上升。

2. 图 8 表明,  $a$  一定时, 最小  $SAD$  值随  $b$  而非线性地变化。虚线表示出现边缘效应, 也就是在同一曲线上出现两个对称的最小  $SAD$  值的情形。这在光盘读出过程中是不希望出现的。因为它有两个谷点, 探测器可能误判。从而使再现信息的频率比记录信息的频率高出一倍。从图 8 可见, 当  $a$  较小

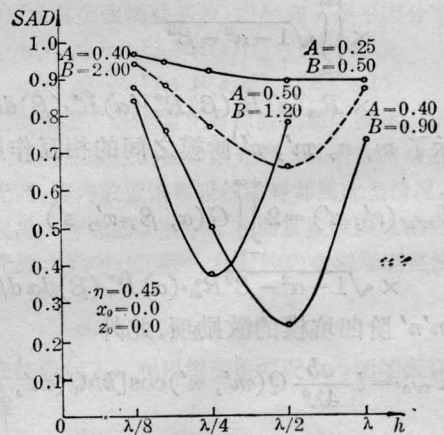


图 7  $SAD$  最小值与  $h$  的关系

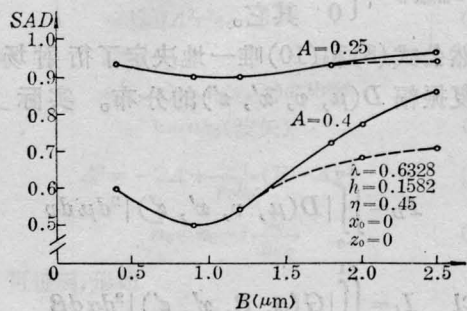


图 8 最小  $SAD$  值与  $b$  的关系曲线

---最大  $SAD$  值; — $x_0=0, z_0=0$  处  $SAD$  值

时,出现边缘效应时所对应的  $b$  值要大一些,因此,较小的  $a$  值更能满足记录原理的需要。

3. 图9显示了波长与  $SAD$  的关系曲线。当不考虑存贮密度和串信问题时,波长长一些有利于探测;另一方面,当波长较小时,边缘效应有变小的趋势。

4. 偏振方向的不同会导致  $SAD$  值的不同,如图10所示。这种不同最终将导致信息再现时保真度的下降。

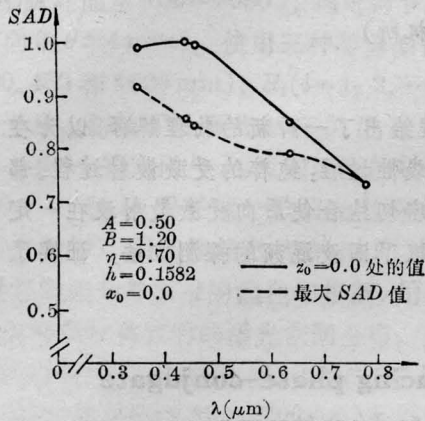


图9 最小  $SAD$  值与  $\lambda$  关系的曲线

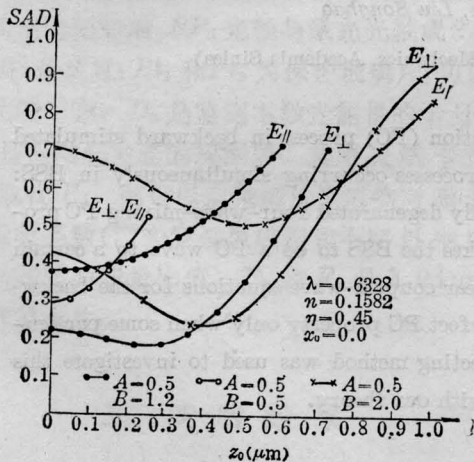


图10 偏振方向对  $SAD$  值的影响

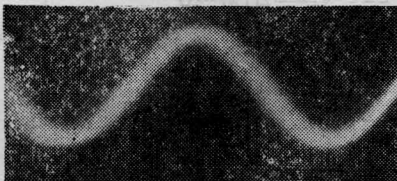


图11 凹坑输出波形

5. 在提高存贮密度方面,增大数值孔径有一定的作用。但是,从数值计算结果可以看出,随着数值孔径的增大,

$$\Delta = \text{MAX}(SAD) - \text{MIN}(SAD)$$

将减小,因此,数值孔径的提高受到了一定的限制。此时,增大凹坑的深度可以提高  $\Delta$  值,亦即,调节凹坑深度将有助于提高存贮密度。

6. 当凹坑宽度  $b$  逐渐增大时,  $SAD$  值中的边缘效应也渐趋明显。

实测了电视光盘某一帧视频信号经前置放大器放大以后的射频输出,其  $SAD$  值的变化示于图11。右上角是轨道编号,这是一个外圈信息凹坑的输出波形,它的周期约为  $140 \text{ ns}$ 。实验与计算结果吻合。

## 四、结 论

- 光盘的衍射输出与凹坑结构  $a$ 、 $b$ 、 $h$  等均有关系,选取较小的  $a$  值和较大的  $h$  值对提高信息存贮密度和改善探测方式有益。

- 最小  $SAD$  值对应的凹坑深度,视凹坑宽度的不同而有所不同,它并不是固定在某一深度上( $\lambda/4$  或  $\lambda/8$ )。

- 增大数值孔径,在一定程度上对信息存贮密度的提高是有帮助的,但不能太大,以致  $\Delta SAD$  值减小而使信息不能分辨。

- 较短的波长,配合以适当的凹坑结构,既有利于提高信息存贮密度,对轨道间的串信也可降低。

## 参 考 文 献

- [1] A. Korpel; *Appl. Opt.*, 1978, **17**, 2037.
- [2] H. H. Hopkins; *J. Opt. Soc. Am.*, 1979, **69**, 4.
- [3] A. B. Marchant; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, 2085.
- [4] P. Sheng; *ECA Review*, 1978, **39**, 512.
- [5] M. G. Moharam *et al.*; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, 240.
- [6] Z. Zylberberg *et al.*; *JOSA*, 1983, **73**, 392.
- [7] J. M. 顾德门著; 傅里叶光学导论, 科学出版社, 1979.
- [8] A. Hessel, J. Schmoys; *JOSA*, 1975, **65**, 380.
- [9] L. R. Lewis *et al.*; *IEEE Trans. on Ant. and Prop.*, 1972, **AB-20**, 712.