

场的相干和能级的近简并对共振 两能级系统占据几率的影响

张申如

(南京通信工程学院)

徐亦庄

(清华大学)

提要: 讨论了共振三色及多色场的相干作用, 它可能导致比单、双色场更大的占据几率翻转。应用密度矩阵计算了上能级分裂为两个近简并能级时各种参数值的稳态解, 发现在适当条件下激发态对基态占据几率翻转。

Effect of interference between polychromatic fields and near-degeneracy of levels on population of two level systems

Zhang Shenru

(Nanjing Institute of Communication Engineering)

Xu Yizhuang

(Qinghua University)

Abstract: In this paper the pumping of a two level system by nearly resonant polychromatic field is discussed. It is pointed out that owing to the interference between field, one can obtain greater population inversion in the case of pumping by a monochromatic or dichromatic field. For the case in which the upper level splits into two nearby ones, the method of density matrix is used to calculate the steady-state solution for various parametric values. It is found that population inversion can be obtained at definite conditions.

强场的共振效应如占据几率、跃迁速率、能级移动、分裂、混合等已广泛研究, 物理模型有最简单的单色场、两能级、单光子共振及多色场、多能级、多光子共振系统等^[1~4]。

Гореславский 等^[5]讨论了双色共振两能级系统在满足一定条件下激发态平均占据几率可以出现对基态很大的翻转, 达到 70%。

这种翻转显示的是场的相干作用。本文第一部分推广了这种相干, 指出了多色场相干造成占据几率更大翻转的可能性; 第二部分则指出激发态能级近简并的存在也可能导致单色场、两能级、单光子共振系统占据几率的翻转。

收稿日期: 1984年8月16日。

一、三色、多色场中共振两能级系统

存在随时间扰动 V 的两能级系统, 有以未扰动波函数展开的解, 其振幅系数 a_n 、 a_k 之间的耦合方程为:

$$\begin{aligned} i\dot{a}_n &= V_{nk}a_k \exp(i\omega_{nk}t) \\ i\dot{a}_k &= V_{kn}a_n \exp(i\omega_{kn}t) \end{aligned} \quad (1)$$

这里采用 $e = \hbar = m = 1$ 的原子单位制, V_{nk} 是微扰矩阵元。

假定扰动为三色场, 并且 V 具有图 1 所示对称形式, 即

$$V = V^{(1)}\cos\left(\omega_1 t - \frac{\psi}{2}\right) + V^{(1)}\cos\left(\omega_2 t + \frac{\psi}{2}\right) + \beta V^{(1)}\cos(\omega_0 t)$$

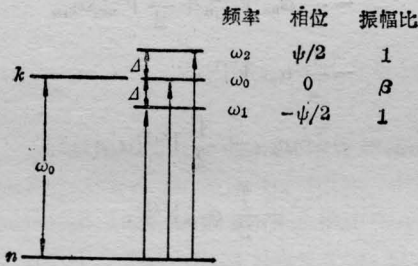


图 1 在对称共振三色场中的二能级系统

代入(1)在共振近似下方程可写为

$$\begin{aligned} i\frac{da_n}{d\varphi} &= \exp\left(i\frac{\psi}{2}\right) \\ &\quad \times \left[2\cos\left(\lambda\phi + \frac{\psi}{2}\right) + \beta\right]a_k \\ i\frac{da_k}{d\varphi} &= \exp\left(-i\frac{\psi}{2}\right) \\ &\quad \times \left[2\cos\left(\lambda\phi + \frac{\psi}{2}\right) + \beta\right]a_n \end{aligned}$$

式中 $\lambda = \frac{\omega_2 - \omega_1}{V_{nk}^{(1)}}$, $\phi = \frac{1}{2} V_{nk}^{(1)} t$ 。

作代换 $a_n = a'_n e^{\frac{i\psi}{4}}$, $a_k = a'_k e^{-\frac{i\psi}{4}}$ 并将所得到的二个方程分别相加、相减可得

$$i(\dot{a}'_n + \dot{a}'_k) = \left[2\cos\left(\lambda\phi + \frac{\psi}{2}\right) + \beta\right](a'_n + a'_k)$$

$$\begin{aligned} i(\dot{a}'_n - \dot{a}'_k) &= -\left[2\cos\left(\lambda\phi + \frac{\psi}{2}\right) + \beta\right] \\ &\quad \times (a'_n - a'_k) \end{aligned}$$

利用初条件 $a_n(0) = 1$, $a_k(0) = 0$ 可解得

$$\begin{cases} a_n = \cos\left[\beta\phi + \frac{2}{\lambda}\sin\left(\lambda\phi + \frac{\psi}{2}\right) - \frac{2}{\lambda}\sin\frac{\psi}{2}\right] \\ a_k = -i\sin\left[\beta\phi + \frac{2}{\lambda}\sin\left(\lambda\phi + \frac{\psi}{2}\right) - \frac{2}{\lambda}\sin\frac{\psi}{2}\right] \end{cases} \quad (3)$$

可见激发态占据几率 $W_k = |a_k|^2$ 是振荡的。它对时间的平均为:

$$\bar{W}_k = \begin{cases} 0.5 \pm 0.5 J_{\frac{2\beta}{\lambda}}\left(\frac{4}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{\beta}{\lambda}\psi\right) \\ \quad + \frac{4}{\lambda}\sin\frac{\psi}{2} \\ \text{当 } \frac{2\beta}{\lambda} \text{ 为奇数用“+”；当 } \frac{2\beta}{\lambda} \\ \text{为偶数用“-”} \\ 0.5 \text{ 当 } \frac{2\beta}{\lambda} \text{ 为非整数} \end{cases} \quad (4)$$

$J_{\frac{2\beta}{\lambda}}\left(\frac{4}{\lambda}\right)$ 为贝塞尔函数。当 $\beta \approx 1.1$, $\lambda \approx 2.2$, $\psi = 0$ 时, \bar{W}_k 最大值可达 79.1%, 它超过了 $\beta = 0$, $\lambda = 1.05$, $\psi = 0$ 双色场的结果 70%^[5]。

然而若相位 ψ 是随机等几率分布, 对 ψ 引进相位平均:

$$\langle \bar{W}_k \rangle = \begin{cases} 0.5 - 0.5 J_{\frac{2\beta}{\lambda}}^2\left(\frac{4}{\lambda}\right), \frac{2\beta}{\lambda} \text{ 为整数} \\ 0.5, \frac{2\beta}{\lambda} \text{ 为非整数} \end{cases} \quad (5)$$

可见如同双色场一样, 这个值是不超过 50% 的。

扰动 $V = V^{(1)}F(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$ 可以表示一个时间脉冲序列, 其中 $F(t)$ 、 $\varphi(t)$ 分别是时间慢变化函数。由傅里叶分析可知, 这实际上是一个具有一定频谱分布的多色场。代入(1), 在共振近似下方程写为:

$$\begin{cases} i\dot{a}_n = \frac{1}{2} V_{nk}^{(1)} a_k \exp[-i\Delta t + i\varphi(t)] F(t) \\ i\dot{a}_k = \frac{1}{2} V_{kn}^{(1)} a_n \exp[i\Delta t - i\varphi(t)] F(t) \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\Delta = \omega_{kn} - \omega_0$ 为多色场中心的共振偏调。由于总可以通过选择波函数适当的相位因子使 $V_{nk}^{(1)}$ 为实数, 在偏调 $\Delta = 0$; 相位慢变化 $\varphi(t)$ 取为零时, 以初条件 $a_n(t_0) = 1, a_k(t_0) = 0$ 解得:

$$\begin{aligned} a_n &= \cos\left[\frac{V_{nk}^{(1)}}{2} \int_{t_0}^t F(t) dt\right] \\ a_k &= -i \sin\left[\frac{V_{kn}^{(1)}}{2} \int_{t_0}^t F(t) dt\right] \end{aligned} \quad (7)$$

激发态占据几率

$$W_k = |a_k|^2 = \sin^2\left[\frac{V_{kn}^{(1)}}{2} \int_{t_0}^t F(t) dt\right] \quad (8)$$

对于高斯脉冲场,

$$F(t) = \exp\left(-\frac{r^2 t^2}{4}\right), \quad (-\infty < t < +\infty);$$

洛仑兹频谱分布场,

$$F(t) = \exp\left(-\frac{\Gamma}{2} t\right), \quad (0 \leq t < +\infty).$$

这里 r, Γ 分别是振幅分布的特征宽度。对高斯脉冲取 t_0 为 $-\infty$, 得 $t \rightarrow +\infty$ 时稳定值

$$W_k(+\infty) = \sin^2\left[\frac{V_{kn}^{(1)}}{r} \sqrt{\pi}\right],$$

洛仑兹分布场也有类似关系

$$W_k(+\infty) = \sin^2\left[\frac{V_{kn}^{(1)}}{\Gamma}\right].$$

这表示理想无衰减、无偏调两能级系统, 只要适当选择多色场参数, 就有可能使 $W_k(+\infty) = 1$, 即出现光泵作用下粒子数全翻转。相关多色场泵浦效率的加强或削弱是光场与原子相互作用所引起的, 它反映了多场的相干作用。

二、单色共振场中近简并系统

实际的原子激发状态通常是简并的, 例如对磁量子数; 或者是近简并的, 例如氢原子中相同主量子数、不同轨道量子数的能级。为

此我们讨论下能级为基态 n , 上能级由两个相互接近的能级 K_1, K_2 所构成的原子系统。众所周知, 共振光场中能级的混合和移动等是扰动的一阶效应^[1], 因此我们将满足条件 $|\Delta_{k_1 k_2}| \sim |V_{nk_i}^{(1)}| (i=1, 2)$ 的系统, 它的上能级 K_1, K_2 称之为近简并的; 而满足条件 $|\Delta_{k_1 k_2}| \ll (\text{或} \gg) |V_{nk_i}^{(1)}|$ 的系统, 它的上能级称为简并的(或非简并的)。设 K_1, K_2 态向基态的弛豫系数分别为 r_1, r_2 , 并且只考虑自发发射对横向弛豫的贡献, 在一阶近似下, K_1, K_2 间因远离共振其跃迁是禁戒的。令

$$\Delta_{k_1} = \omega_{k_1 n} - \omega_0, \Delta_{k_2} = \omega_{k_2 n} - \omega_0$$

为共振偏调, 我们参照文献[1]、[3]写出共振近似下密度矩阵运动方程:

$$i\dot{\rho}_{nn} = i r_1 \rho_{k_1 k_1} + i r_2 \rho_{k_2 k_2} + \frac{1}{2} V_{nk_1}^{(1)} \alpha_{k_1 n}$$

$$- \frac{1}{2} \alpha_{nk_1} V_{k_1 n}^{(1)} + \frac{1}{2} V_{nk_2}^{(1)} \alpha_{k_2 n}$$

$$- \frac{1}{2} \alpha_{nk_2} V_{k_2 n}^{(1)};$$

$$i\dot{\rho}_{k_1 k_1} = -i r_1 \rho_{k_1 k_1} + \frac{1}{2} V_{k_1 n}^{(1)} \alpha_{nk_1}$$

$$- \frac{1}{2} \alpha_{k_1 n} V_{nk_1}^{(1)};$$

$$i\dot{\rho}_{k_2 k_2} = -i r_2 \rho_{k_2 k_2} + \frac{1}{2} V_{k_2 n}^{(1)} \alpha_{nk_2}$$

$$- \frac{1}{2} \alpha_{k_2 n} V_{nk_2}^{(1)};$$

$$i\dot{\alpha}_{nk_1} = \left(-\Delta_{k_1} - i \frac{r_1}{2}\right) \alpha_{nk_1} + \frac{1}{2} V_{nk_1}^{(1)} (\rho_{k_1 k_1}$$

$$- \rho_{nn}) + \frac{1}{2} V_{nk_2}^{(1)} \rho_{k_2 k_1};$$

$$i\dot{\alpha}_{nk_2} = \left(-\Delta_{k_2} - i \frac{r_2}{2}\right) \alpha_{nk_2}$$

$$+ \frac{1}{2} V_{nk_2}^{(1)} (\rho_{k_2 k_2} - \rho_{nn}) + \frac{1}{2} V_{nk_1}^{(1)} \rho_{k_1 k_2};$$

$$i\dot{\rho}_{k_1 k_2} = \left(\Delta_{k_1 k_2} - i \frac{r_1 + r_2}{2}\right) \rho_{k_1 k_2}$$

$$+ \frac{1}{2} V_{k_1 n}^{(1)} \alpha_{nk_2} - \frac{1}{2} \alpha_{k_1 n} V_{nk_2}^{(1)};$$

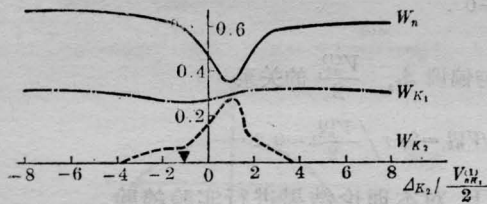
$$\alpha_{k_1 n} = \alpha_{nk_1}^*; \alpha_{k_2 n} = \alpha_{nk_2}^*; \rho_{k_2 k_1} = \rho_{k_1 k_2}^*.$$

式中 $\Delta_{k_1 k_2} = \Delta_{k_1} - \Delta_{k_2}, \alpha_{nk_1} = \rho_{nk_1} e^{-i\omega_0 t},$

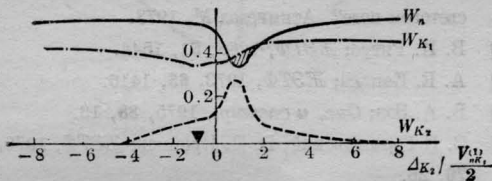
$$\alpha_{nk_2} = \rho_{nk_2} e^{-i\omega_0 t}.$$

为求稳定解,我们令各式右边为零,这样得到一组线性代数方程组。在 $\rho_{nn} + \rho_{k_1 k_1} + \rho_{k_2 k_2} = 1$ 粒子数守恒条件下,可以数值计算相应参数时的占据几率。

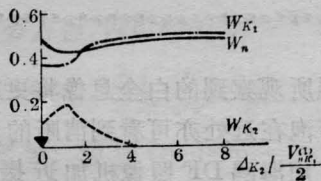
图 2、3、4 分别示出了在 $r_1 = r_2 = r$, $r / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = 0.1$, 而 $V_{nk_2}^{(1)} / V_{nk_1}^{(1)}$ 分别等于 0.5、1、2 时稳态占据几率 $W_n(\infty)$ 、 $W_{k_1}(\infty)$ 、 $W_{k_2}(\infty)$ 与偏调 $\Delta_{k_2} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2}$ 的关系曲线。各图中 (1)、(2)、(3) 分别对应 $\Delta_{k_1} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = -1$ 、 -0.5 、0 时情况。



(1) $\Delta_{k_1} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = -1$



(2) $\Delta_{k_1} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = -0.5$

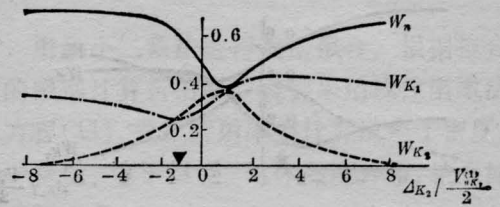


(3) $\Delta_{k_1} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = 0$

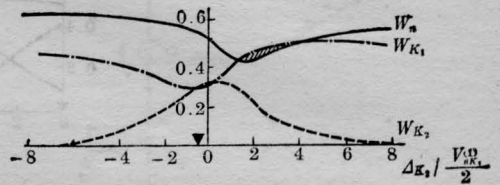
图 2 $W_n(\infty)$ 、 $W_{k_1}(\infty)$ 、 $W_{k_2}(\infty)$ 与偏调

$\Delta_{k_2} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2}$ 的关系

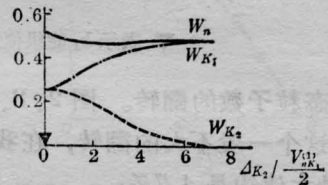
▼ 表示 k_1 能级位置, $r_1 = r_2 = r$, $V_{nk_2}^{(1)} / V_{nk_1}^{(1)} = 0.5$, $r / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = 0.1$;



(1) $\Delta_{k_1} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = -1$



(2) $\Delta_{k_1} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = -0.5$



(3) $\Delta_{k_1} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = 0$

图 3 $W_n(\infty)$ 、 $W_{k_1}(\infty)$ 、 $W_{k_2}(\infty)$ 与偏调

$\Delta_{k_2} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2}$ 的关系

▼ 表示 k_1 能级位置, $r_1 = r_2 = r$, $V_{nk_2}^{(1)} = V_{nk_1}^{(1)}$, $r / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2} = 0.1$

从图中我们可以看到如下几点:

1. 由于近简并能级 K_1 的影响, $\Delta_{K_2} = 0$ 的共振条件并不是 K_2 能级占据几率取极大的必要条件;

2. 对较大的偏调 Δ_{k_2} , 占据几率 W_{k_2} 是随偏调增大而减小。当 $\Delta_{k_2} / V_{nk_2}^{(1)} \gg 1$ 远偏调时, W_{k_2} 以 $(\Delta_{k_2})^{-2}$ 衰减;

3. 近简并不不同于非简并和简并情况, 它不仅会出现激发态总占据几率对基态的翻转, 而且也常可能在场频对准近简并能级之间某一合适位置(又常不是共振位置), 由于另一激发态对基态的抽运作用, 出现某一激

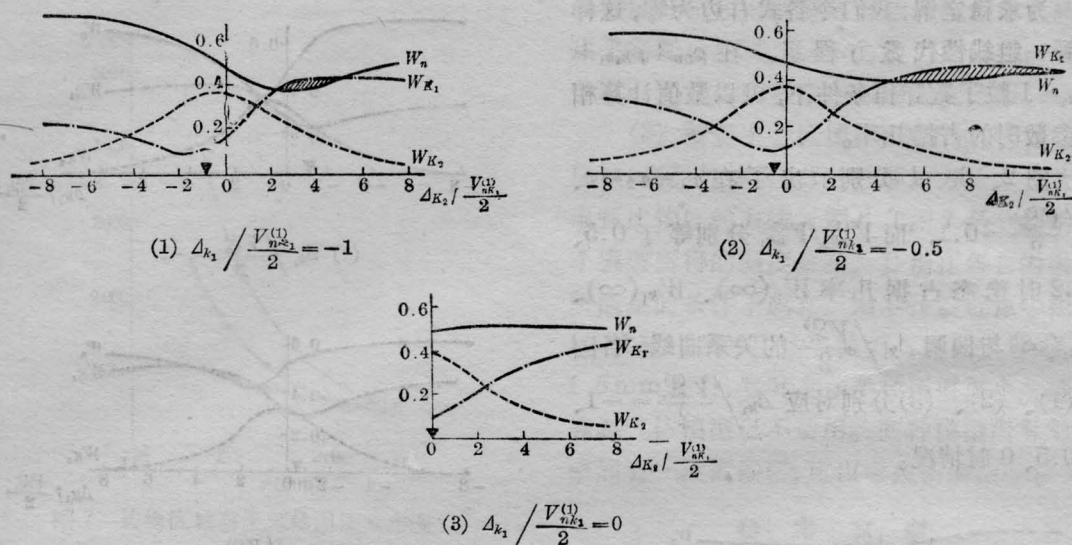


图4 $W_n(\infty)$ 、 $W_{k_1}(\infty)$ 、 $W_{k_2}(\infty)$ 与偏调 $\Delta_{k_2} / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2}$ 的关系

▼ 表示 k_1 能级位置, $r_1=r_2=r$, $V_{nk_2}^{(1)}/V_{nk_1}^{(1)}=2$, $r / \frac{V_{nk_1}^{(1)}}{2}=0.1$

发态对基态粒子数的翻转。图2、3、4阴影区域示出这个一般不大的翻转, 在我们所列参数下, 最大值约是4.7%;

4. 占据几率这种近简并翻转大小及区域是与 $V_{nk_2}^{(1)}/V_{nk_1}^{(1)}$ 及各 r 大小都有关系。它是一定的能级结构条件(包括间距、衰减、波函数相关性等)及场参数(强度、偏调等)下所可能产生的一种近简并效应。内弛豫因子的引入, 意味着只考虑了能级的自然展宽, 因此作者预期着在消除多普勒效应和其它影响条

件下, 对本理论结果进行实验检验。

参 考 文 献

- [1] Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов; "Атом в сильном световом поле", Атомиздат М, 1978.
- [2] В. И. Ритус; ЖЭТФ, 1966, 51, 1544.
- [3] А. Е. Каплан; ЖЭТФ, 1973, 65, 1416.
- [4] В. А. Зон; Опт. и спектр., 1975, 38, 13.
- [5] С. П. Гореславский, В. П. Крайнов; ЖЭТФ, 1979, 76, 26.

(上接第24页)

实验数据及结果

两柱形透镜的大小为 $6 \times 6 \text{ cm}^2$, 焦距为 $f_1=f_2=11.3 \text{ cm}$, $S_1=35 \text{ cm}$, $S'_1=16.7 \text{ cm}$, $S_2=39.1 \text{ cm}$, $S'_2=15.9 \text{ cm}$, $\overline{ST}=3.3 \text{ cm}$, $\alpha=30^\circ$, $z_R=20 \text{ cm}$ 。用天津 I 型全息板并漂白。所得全息图用卤钨灯重现, 可观察到文中所预言的像, 如果把光源远移, 由于点光源性

增强所观察到的白全息像将更加漂亮。用普通灯泡在远处亦可看到清晰的白全息像。

用海鸥 DF 照像机加近摄圈在离底板 30 cm 处, 光圈取为 2 所翻拍的照片见图 3, 其清晰程度远逊于直接用眼睛观察。

参 考 文 献

- [1] K. Bazargan, M. R. B. Forshaw; Opt. Commun. 1980, 32, No. 1, 45~47.