

激光诱导热透镜效应的一个理论模型

罗泰昭 郑维宏

(中山大学物理系)

提要: 给出了双光束激光热透镜效应的一个理论模型, 它预示着激光经微弱吸收介质后的远场光斑强度分布和变化。给出的实验结果证明该模型是有效的。

A theoretical model of laser induced thermal lens effect

Luo Taizhao, Zheng Weihong

(Department of physics, Zhongshan University)

Abstract: A theoretical model of dual beam thermal lens effect is derived. The model predicts the intensity distribution and variation in far field of the laser beam in the presence of weakly absorbing medium. Some experimental results which support the validity of this approach are presented.

自从 Gordon 1965 年报道了^[1]激光热透镜效应以来, 对它的原理和应用已有不少论述^[2~4], 并且近年来发展成为一门新的光谱技术——激光热透镜光谱。

Chenming Hu 假设热透镜具有抛物线折射率分布, 把热透镜当作理想透镜, 给出了高斯光束通过热透镜后, 远场光斑中心光强相对变化的表达式^[5]。这模型很好地描述热透镜的一般行为, 但没有考虑随着入射光强增加或介质吸收较大时出现象差的情形。近年来 S. J. Sheldon^[6]考虑了热透镜的象差, 从惠更斯原理出发, 推导出远场光斑相对强度变化的表达式, 但没有导出存在象差时远场光斑的分布函数, 同时仅限于单光束的情形。

由于单光束热透镜效应的探测光束和加热光束来自同一束光, 这就影响了探测灵敏

度。为了进一步提高热透镜探测灵敏度, 把探测光束和加热光束分开, 这就是所谓双光束热透镜效应。一般来说, 这两束光的波长是不同的, 然而也可采用不同功率同一波长的两束光。

基于上述原因, 在考虑热透镜象差的基础上, 应用光的衍射理论推导出适合任意两个波长的双光束热透镜效应的远场光斑强度分布函数及热透镜效应的表达式。本文研究的是同一波长的双光束热透镜光谱。

一、理 论

(一)、由于加热光束引起样品温度升高的分布函数

功率 P_H 的加热光束经样品池时, 它在

收稿日期: 1984 年 10 月 17 日。

样品池中光强的分布为(有关符号的意义见附录):

$$I(r) = \frac{2P_H}{\pi w_H^2} \exp(-2r^2/w_H^2) \quad (1)$$

(1)式的系数由 $\int_0^\infty I(r) 2\pi r dr = P_H$ 求得。单位长度样品在径向从 r' 至 $r'+dr'$ 吸收的热量为:

$$Q(r') dr' = \frac{2P_H b}{\pi w_H^2} \exp(-2r'/w_H^2) \quad (2)$$

当时间 t_0 施加于无限长轴对称样品, 在半径 r' 的瞬时单位强度热脉冲引起在半径 r 、时间 t 的温度上升的传递函数为^[5]:

$$G(r, r', t-t_0) = \frac{1}{4\pi k(t-t_0)} \times \exp\left(\frac{-(r^2+r'^2)}{4D(t-t_0)}\right) J_0\left(\frac{rr'}{2D(t-t_0)}\right) \quad (3)$$

式中 $D \equiv \frac{k}{\rho c}$, 称为样品的热扩散率, 单位 $\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, J_0 是贝塞尔函数。

单位强度连续热源 $Q(r')$ 在 r 处、时间 t 引起的温升可从(3)式对 t 和对 r 积分求得。

$$\Delta T(r, t) = \int_0^t dt' \int_0^\infty Q(r') G(r, r', t') dr'$$

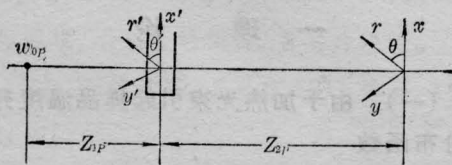
式中 $t' = t - t_0$ 。将(2)式和(3)式代入上式可得:

$$\Delta T(r, t) = -\frac{6P_H}{4\pi k} \int_0^t \frac{1}{T'} \exp(-2u_H T') \times dT' \quad (4)$$

式中 $T' = \left(1 + \frac{2t'}{t_0}\right)^{-1}$; $t_0 = \frac{w_H^2}{4D}$; $u_H = \frac{r^2}{w_H^2}$ 。 t_0 称为特征时间。

(二) 在接收器处光斑的分布函数

探测光束光路采用如图1所示的坐标。当不考虑样品介质的作用时, 样品池后



光束腰部 样品池 CE 光电接收器 D
图1 光路坐标

表面 CE 处光波场强为:

$$u_1(r'\theta_1) = E_0 \frac{w_{0p}}{w_{1p}} \exp\left[-r'^2 \left(\frac{1}{w_{1p}^2} + \frac{ik}{2R}\right)\right] \quad (5)$$

式中: E_0 是光波电场振幅; R 是波前的半径。

$$w_{1p}^2 = w_{0p}^2 (1 + \xi_{1p}^2); \quad \xi_{1p} = \frac{Z_{1p}}{Z_{cp}}; \\ R = Z_{2p} \xi_{1p} (1 + \xi_{2p}^2); \\ Z_{cp} = \pi w_{0p}^2 / \lambda \quad (6)$$

考虑到样品介质的作用, 但当样品对探测光束的吸收相对加热光束的吸收可以忽略时, 加热光束引起样品折射率的分布形成热透镜的作用可认为仅引起光程的变化, 这变化相对于光轴上附加光程差为 Δd , 相应的位相差为:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d = \frac{2\pi}{\lambda} l [n(r', t) - n(0, t)] \\ = -\frac{2\pi}{\lambda} l [\Delta T(0, t) - \Delta T(r', t)] \frac{dn}{dT} \\ = -\frac{\theta}{2} \int_0^T \frac{1}{T'} [1 - \exp(-2u_H T')] dT' \quad (7)$$

式中 $\theta = -\frac{P_H b l}{\lambda k} \cdot \frac{dn}{dT}$ 称为偏向角。注意当 $t=0$ 时样品是均匀的。

将(7)式级数展开, 当 $\theta \phi^2 / w_H^2 \ll 1$ 时, $\phi \ll 1$ 。

由于样品热透镜的位相滞后作用, 探测光束在样品池 CE 处的场强分布不再是 $u_1(r', \theta_1)$, 而是:

$$u_2(r', \theta') = u_1(r', \theta_1) e^{-i\phi}, \quad (8)$$

应用惠更斯-菲涅尔衍射原理, 从 $u_2(r', \theta')$ 可推导得接收器 D 处的光波场强分布为(具体推导见附录):

$$u_3(r, t) = \frac{C}{A} \left\{ 1 + \frac{i\theta}{2} \left[\ln \frac{Aw_H^2 + 2T}{Aw_E^2 + 2} - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{k^2 r^2}{4Z_{2p}^2 A} \right)^n \frac{z_1^n - z_2^n}{n \cdot n!} \right] \right\} \\ \times \exp\left(-\frac{k^2 r^2}{4Z_{2p}^2 A}\right) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } A &= \frac{1}{w_{1p}^2} + i \frac{k}{2R} + i \frac{k}{2Z_{2p}} \\ &= \frac{(1+i\xi_{1p})}{w_{1p}^2} + i \frac{k}{2Z_{2p}}; \\ z_1 &= \frac{2T}{Aw_H^2 + 2T}; \quad z_2 = \frac{2}{Aw_H^2 + 2} \\ C &= \frac{\pi E_0 w_{0p}}{i\lambda Z_{2p} w_{1p}} \exp(-ikr^2/2Z_{2p}) \end{aligned}$$

当 $t = \infty$ 时

$$\begin{aligned} I(r, \infty) &\propto |u_0(r, \infty)|^2 \\ &= I_0 \left| 1 + i \frac{\theta}{2} \left[\ln \frac{Aw_H^2}{Aw_H^2 + 2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} \right. \right. \\ &\quad \times \left. \left. \left(\frac{k^2 r^2}{2Z_{2p} A (Aw_H^2 + 2)} \right)^n \right] \right|^2 \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{k^2 r^2 w_{0p}^2}{2Z_{2p}}\right) \end{aligned}$$

I_0 是激光束的光强。

在光斑中心 $r=0$ 处的光强随时间的变化为:

$$\begin{aligned} I(0, t) &= I(0, 0) \left\{ 1 - \theta \tan^{-1} B' + \frac{\theta^2}{4} \right. \\ &\quad \left. \times [(\tan^{-1} B')^2 + \ln^2 C'] \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\text{令 } B = B'(t = \infty) = \frac{2h\xi_{1p}}{1 + 2h + \xi_{1p}^2}$$

$$C = C'(t = \infty) = \frac{[(\xi_{1p}^2 + 1 + 2h) + 4h\xi_{1p}^2]^{\frac{1}{2}}}{(1 + 2h)^2 + \xi_{1p}^2}$$

则

$$\begin{aligned} S &= \frac{I(0, 0) - I(0, \infty)}{I(0, 0)} \\ &= \theta \tan^{-1} B - \frac{\theta^2}{4} [(\tan^{-1} B)^2 + \ln^2 C] \quad (11) \end{aligned}$$

S 表示热透镜效应的大小。

对某特定的系统, B 和 C 均是特定的常数。在我们的实验中测得 $w_{0p} = 0.0657$ mm, $w_{0H} = 0.253$ mm, $Z_{1p} = 49$ cm, $Z_{2p} \rightarrow \infty$ 。把这些数据代入(11)式求得:

$$S = 1.2\theta - 0.725\theta^2$$

当 $\theta \ll 1$ 时,

$$S = \theta \tan^{-1} B \quad (12)$$

对于单光束热透镜效应 $w_{1p} = w_{1H}$, (12)式简化为

$$S = \theta \cdot \tan^{-1} \frac{2\xi_{1p}}{3 + \xi_{1p}^2}$$

这与 S. J. Sheldon 推导的结果完全一致^[3], 对于双光束热透镜效应 $\tan^{-1} B$ 的极大值为 $\frac{\pi}{2}$, 而单光束热透镜效应 $\tan^{-1} \frac{2\xi}{3 + \xi^2}$ 的极大值只有 0.524, 这从理论上说明双光束的热透镜效应要比单光束的高。

将 w_{0p} 、 w_{0H} 、 Z_{1p} 和 Z_{2p} 的实验数据代入(9)式计算, 可求得在不同 θ 时, 远场光斑的分布情况。

从图 2 看到, 当 $\theta \geq 0.15$ 时, 远场光斑中心光强开始下降, 这与实验基本一致。

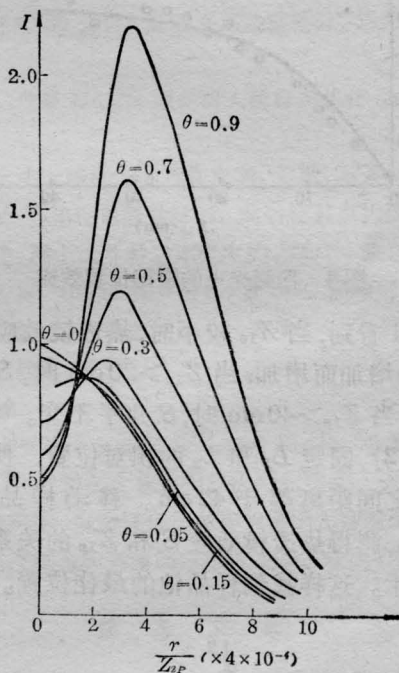


图 2 远场光斑光强分布

二、实 验

实验装置如图 3 所示。

(一) 样品池的位置效应。实验中加热光束的功率为 1.6 mW, 工作物质是亚甲基蓝, 浓度为 $3.76 \times 10^{-7} M$, 吸收池长 2 cm。

(1) 把样品池置于加热光束的腰部, 移动透镜 L_1 , 测得 S 与 z_{1p} 的关系如图 4 所示。

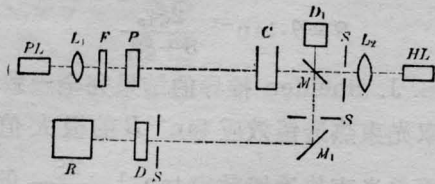


图3 双光束热透镜光谱实验装置

PL—探测激光器; HL—加热激光器; L_1 和 L_2 —会聚透镜; F— $1/4$ 波片; P—偏振片; S—光阑; CE—样品池; M_1 —半反射镜; M—反射镜; D 和 D_1 —光电接收器; R—记录仪

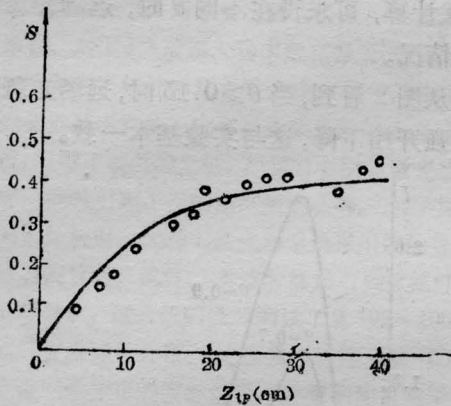


图4 探测光束的腰部位置效应

从图4看到,当 Z_{1p} 较小时,热透镜效应 S 随 Z_{1p} 的增加而增加;当 $Z_{1p} > 20$ cm 时, S 增加缓慢,当 $Z_{1p} > 40$ cm 时, S 几乎不变。

(2) 固定 L_1 和 L_2 的相对位置,使它们腰部之间距离等于 42 cm。移动样品池的位置,测得热透镜效应 S 和 Z_{1p} 的关系如图5所示。这样找到样品池的最佳位置。

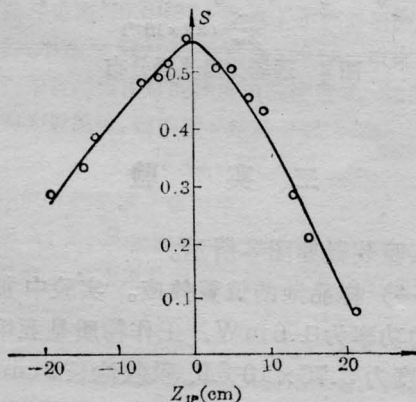


图5 样品池的位置效应

(二) 热透镜的形成

工作物质是蒸馏水。将样品池放在光路中的最佳位置,用记录仪最快的速度档 0.5s/cm 和 0.5mV/cm 档记录光斑中心 $I(0, t) \sim t$ 的关系曲线,结果如图6所示。从图6看到水的热透镜形成时间约为 1.2~1.3s。这就是说,水在此实验条件下,达到热平衡的时间约为 1.2s,这和理论计算基本一致。 $t_c = \frac{w_H^2}{4D}$ 是热透镜形成的特征时间^[2]。本实验 $w_H = w_{0H}$, $D = 1.42 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}$, 取自参考文献 [3], 则 $t_c = 1.126 \text{ s}$ 。

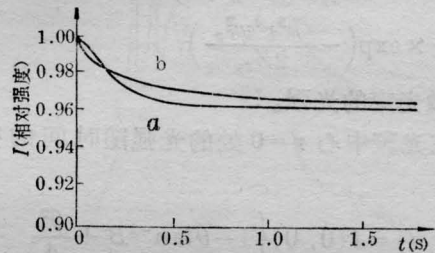


图6 热透镜特征时间曲线

a—实验曲线; b—理论曲线

(三) 加热光束的功率效应

工作物质是乙醇(分析纯),将样品池放在光路中的最佳位置上,改变加热光束的功率,测得不同的 S 。结果如表1和图7所示。从图7看到随着加热光束功率增加,热透镜效应增强。

表1 加热光束的功率效应

加热光束功率(mW)	3.23	4.84	8.07	9.69
热透镜效应 S	0.130 ± 0.001	0.196 ± 0.006	0.268 ± 0.001	0.303 ± 0.005
加热光束功率(mW)	11.30	12.92	16.15	18.40
热透镜效应 S	0.343 ± 0.010	0.407 ± 0.007	0.440 ± 0.007	0.465 ± 0.010

(四) 样品池的长度效应

工作物质是乙醇(分析纯),加热光束功率 16.3 mW, 样品池置于光路中的最佳位置。对于不同长度的样品池,得到不同强度

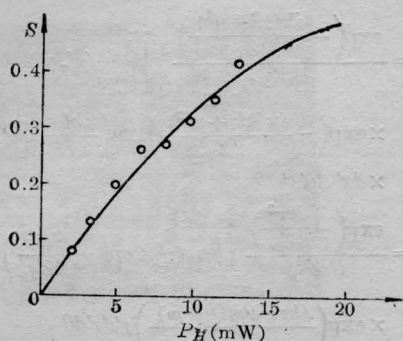


图7 加热光束的功率效应(吸收池长 2cm)

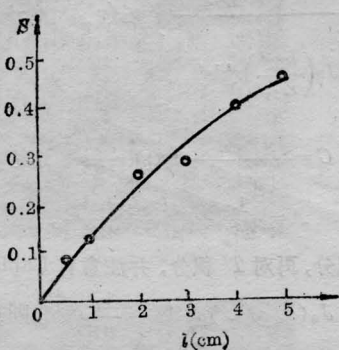


图8 样品池长度效应

表2 样品池的长度效应

样品池长(cm)	0.5	1	3	4	5
热透镜效应 S	0.075 ±0.002	0.127 ±0.005	0.260 ±0.004	0.288 ±0.001	0.462 ±0.008

的热透镜效应。实验结果如表2、图8所示。

(五) 应用热透镜效应 对亚甲基蓝、5-Br-PADATCo(II) 和 5-Br-PADATCu(II) [以下简称 Co(II) 和 Cu(II)] 进行痕量分析。加热光束功率 16.3 mW, 吸收池长 5 cm。实验结果如图 9、10 和 11 所示。

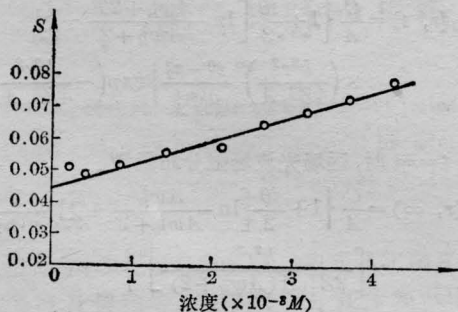


图9 亚甲基蓝的热透镜光谱工作曲线

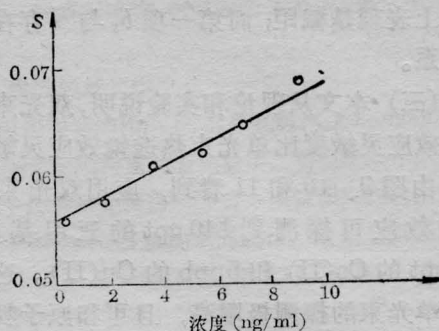


图10 5-Br-PADATCo(II)的热透镜光谱工作曲线

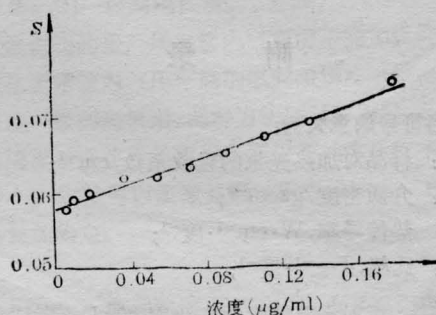


图11 5-Br-PADATCu(II)的热透镜光谱工作曲线

三、讨 论

(一) 该模型不仅能很好描写相同波长双光束热透镜效应的行为, 而且也很好描写不同波长的双光束和单光束的热透镜行为。此外它还能预言在不同偏向角 θ 情况下, 远场光斑强度的分布。从图3和图6看到理论和实验很好符合。

(二) 在(12)式 $S = \theta \tan^{-1} B = -\frac{P_H b l}{\lambda k} \left(\frac{dn}{dT}\right) \tan^{-1} B$ 中, 对于溶液吸收率 b 可认为是溶质的吸收率 b_s 和溶剂吸收率 b_a 之和: 即 $b = b_s + b_a$, 这样:

$$S = -\frac{P_H b_s l}{\lambda k} \left(\frac{dn}{dT}\right) \tan^{-1} B - \frac{P_H b_a l}{\lambda k} \left(\frac{dn}{dT}\right) \tan^{-1} B$$

相对微量吸收的介质, 溶剂的吸收率 b_a 是一个常数, 所以上式第二项对某种溶剂是常数、

在图上表现是截距; 而第一项 b_s 与 S 存在线性关系。

(三) 本文从理论和实验说明, 双光束热透镜效应灵敏度比单光束热透镜效应灵敏度高。由图 9、10 和 11 看到, 应用双光束热透镜效应可探测到 140 ppt 的亚甲基蓝、900 ppt 的 Co(II) 和 5ppb 的 Cu(II)。这不仅比单光束的探测极限高, 且可和原子吸收光谱相比美, 甚至更优越^[6-8]。

附 录

各符号的意义为:

b : 样品对加热光束的吸收系数, cm^{-1} ;

ρ : 介质密度, $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$;

k : 热传导率, $\text{W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{度}^{-1}$;

c : 比热, $\text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{度}^{-1}$;

$\frac{dn}{dT}$: 折射率随温度的变化率, 度^{-1}

I : 光强, $\text{W} \cdot \text{cm}^{-2}$;

l : 样品池长度, cm ;

p : 激光束的功率, W ;

w_0 : 激光束腰部半径, cm ;

w_1 : 激光束在样品池处的半径, cm ;

λ : 光波波长, cm ;

K : 光束的波矢量 ($K = \frac{2\pi}{\lambda}$), cm^{-1} ;

r : 相对于光束轴的半径, cm^{-1}

t : 时间, s ;

Z_{1p} : 探测光束腰部至样品的距离, cm ;

Z_{2p} : 样品池至接收 DD 的距离, cm ;

ΔT : 温度差, 度 ;

Δd : 光程差, cm 。

此外, 在上述符号中凡有下标 H 者表示加热光束相应的量, 有下标 p 者表示探测光束相应的量。

从样品池的后表面 CE 处光波场强分布函数:

$$u_2(r', \theta') = u_1(r'\theta'_1) e^{-i\phi}$$

采用图 1 中的坐标并考虑到场强的轴对称性, 可转换为柱坐标。

由惠更斯-菲涅尔衍射原理, 离样品池 Z_{2p} 处的探测光束分布函数为(并应用积分公式):

$$\int_0^{2\pi} e^{i\alpha \cos \alpha} d\alpha = 2\pi J_0(x);$$

$$\begin{aligned} u_3 &= \frac{\exp\left(-\frac{ik(x^2+y^2)}{2Z_{2p}}\right)}{i\lambda Z_{2p}} \iint_{-\infty}^{\infty} u_2(x', y') \\ &\times \exp\left(-\frac{ik(x'^2+y'^2)}{2Z_{2p}}\right) \exp\left(\frac{ik(xx'+yy')}{Z_{2p}}\right) \\ &\times dx' dy' \\ &= \frac{\exp\left(-\frac{ikr^2}{2Z_{2p}}\right)}{i\lambda Z_{2p}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} u_2(r') \exp\left(-\frac{ikr'^2}{2Z_{2p}}\right) \\ &\times \exp\left(\frac{ikrr' \cos(\theta-\varphi)}{Z_{2p}}\right) r' dr' d\theta \\ &= \frac{2\pi \exp\left(-\frac{ikr^2}{2Z_{2p}}\right)}{i\lambda Z_{2p}} \int_0^{\infty} u_2(r') \exp\left(-\frac{ikr'^2}{2Z_{2p}}\right) \\ &\times J_0\left(\frac{kr r'}{Z_{2p}}\right) r' dr' \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} C &= \frac{\pi E_0 w_{0p}}{i\lambda Z_{2p} w_{1p}} \exp\left(-\frac{ikr^2}{2Z_{2p}}\right), \\ A &= \frac{1}{w_{1p}^2} + \frac{ik}{2R} + \frac{ik}{2Z_{2p}}, \end{aligned}$$

先对 r' 积分, 再对 T' 积分, 并注意有 Laplace 变换:

$$\int_0^{\infty} J_0(a, \sqrt{t}) e^{-pt} dt = \frac{1}{p} e^{-\frac{a^2}{4p}}, \text{ 则有:}$$

$$\begin{aligned} u_3 &= C \left\{ \frac{1}{A} \exp\left(-\frac{k^2 r^2}{4Z_{2p}^2 A}\right) + \frac{i\theta}{2} \int_1^T \left[\frac{1}{AT'} \exp \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left(-\frac{k^2 r^2}{4Z_{2p}^2 A}\right) - \frac{1}{T'(A+2T'/w_H^2)} \right. \right. \\ &\times \left. \left. \exp\left(-\frac{k^2 r^2}{4Z_{2p}^2 (A+2T'/w_H^2)}\right) dT' \right\} \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} z &= \frac{2T'}{Aw_H^2 + 2T'}, \quad z_1 = \frac{2T}{Aw_H^2 + 2T'}, \\ z_2 &= \frac{2}{Aw_H^2 + 2}, \end{aligned}$$

代入上式, 则得:

$$\begin{aligned} u_3 &= \frac{C}{A} \left\{ 1 + \frac{i\theta}{2} \int_{z_2}^{z_1} \left[\frac{1}{z(1-z)} - \frac{1}{z} \right. \right. \\ &\times \left. \left. \exp\left(\frac{k^2 r^2 z}{4Z_{2p}^2 A}\right) \right] dz \right\} \exp\left(-\frac{k^2 r^2}{4Z_{2p}^2 A}\right) \quad (1) \end{aligned}$$

对上式用级数形式积分, 积分结果为:

$$\begin{aligned} u_3(r, t) &= \frac{C}{A} \left\{ 1 + \frac{i\theta}{2} \left[\ln \frac{Aw_H^2 + 2T}{Aw_H^2 + 2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left(\frac{k^2 r^2}{4Z_{2p}^2 A}\right)^n \frac{z_1^n - z_2^n}{n \cdot n!} \right] \right\} \exp\left(-\frac{k^2 r^2}{4Z_{2p}^2 A}\right) \quad (2) \end{aligned}$$

$t = \infty$ 时, 远场光波场强分布函数:

$$\begin{aligned} u_3(r, \infty) &= \frac{C}{A} \left\{ 1 + \frac{i\theta}{2} \left[\ln \frac{Aw_H^2}{Aw_H^2 + 2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left[\frac{k^2 r^2}{2Z_{2p}^2 A (Aw_H^2 + 2)} \right]^n \right] \right\} \\ &\times \exp\left(-\frac{k^2 r^2}{4Z_{2p}^2 A}\right) \quad (3) \end{aligned}$$

对于远场光斑, 即 $Z_{2p} \gg R$ 处, 忽略 $1/Z_{2p}$, 将 w_{1p} 及 R 表达式代入, 得:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{w_{1p}^2} + \frac{ik}{2R} + \frac{ik}{2Z_{2p}} \\ &= \frac{1}{w_{1p}^2} (1 + i\xi_{1p}) + \frac{ik}{2Z_{2p}} \\ &\approx \frac{1 + i\xi_{1p}}{w_{1p}^2} \end{aligned}$$

其中令

$$\xi_{1p} = \frac{Z_{1n}}{Z_{2p}}, \quad |A|^2 = \frac{1 + \xi_{1p}^2}{w_{1p}^4} = w_{0p}^{-4} (1 + \xi_{1p}^2)^{-1},$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{A^*} = 2w_{0p}^2, \quad Z_{cn} = \frac{\pi w_{0n}^2}{\lambda}.$$

故 $t = \infty$ 时, 远场光斑强度分布函数:

$$\begin{aligned} I_3(r, \infty) &\propto |u_3(r, \infty)|^2 \\ &= I_0 \left| 1 + \frac{i\theta}{2} \left[\ln \frac{Aw_H^2}{Aw_H^2 + 2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left[\frac{k^2 r^2}{2Z_{2p}^2 A (Aw_H^2 + 2)} \right]^n \right] \right|^2 \exp\left(-\frac{k^2 r^2 w_{0p}^2}{2Z_{2p}^2}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

令 $h = \frac{w_p^2}{w_H^2},$

则 $Aw_H^2 = h^{-1}(1 + i\xi_{1p}),$

$$\begin{aligned} 1 + \frac{i\theta}{2} \ln \frac{Aw_H^2 + 2T}{Aw_H^2 + 2} &= 1 + \frac{i\theta}{2} \\ &\quad \times \ln \frac{(1+2h)(1+2Th) + \xi_{1p}^2 + i2h\xi_{1p}(1-T)}{(1+2h)^2 + \xi_{1p}^2} \\ &= 1 - \frac{\theta}{2} \tan^{-1} B' + \frac{i\theta}{2} \ln C' \end{aligned}$$

其中 $B'(t) = \frac{2h\xi_{1p}(1-T)}{(1+2h)(1+2Th) + \xi_{1p}^2}$

$C'(t)$

$$= \frac{\sqrt{[\xi_{1p}^2 + (1+2h)(1+2Th)]^2 + 4h^2\xi_{1p}^2} (T-1)^2}{[(1+2h)^2 + \xi_{1p}^2]}$$

故光斑中心 ($r=0$) 处的强度变化:

$$\begin{aligned} I_3(0, t) &= I(0, 0) \left| 1 + \frac{i\theta}{2} \ln \frac{Aw_H^2 + 2T}{Aw_H^2 + 2} \right|^2 \\ &= I(0, 0) \left\{ 1 - \theta \tan^{-1} B' + \frac{\theta^2}{4} \right. \\ &\quad \left. [(\tan^{-1} B')^2 + \ln^2 C'] \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

又令 $B = B'(t = \infty) = \frac{2h\xi_{1p}}{1 + 2h + \xi_{1p}^2}$

$$C = C'(t = \infty) = \frac{\sqrt{(\xi_{1p}^2 + 1 + 2h)^2 + 4h^2\xi_{1p}^2}}{(1+2h)^2 + \xi_{1p}^2}$$

则热透镜效应强度:

$$\begin{aligned} S &= \frac{I(0, 0) - I(0, \infty)}{I(0, 0)} \\ &= \theta \tan^{-1} B - \frac{\theta^2}{4} [(\tan^{-1} B)^2 + \ln^2 C] \end{aligned} \quad (6)$$

又令

$$h_0 = \frac{w_{0p}^2}{w_{0H}^2},$$

则

$$h = \frac{w_p^2}{w_H^2} = \frac{h_0(1 + \xi_{1p}^2)}{1 + \xi_H^2},$$

故

$$B = \frac{2h_0\xi_{2p}}{1 + 2h_0 + \xi_H^2},$$

$$C = \frac{(1 + \xi_{1p}^2)(1 + \xi_H^2) \sqrt{(1 + 2h_0 + \xi_H^2)^2 + 4h_0^2\xi_{1p}^2}}{[1 + \xi_H^2 + 2h_0(1 + \xi_{1p}^2)]^2 + \xi_{1p}^2(1 + \xi_H^2)^2}$$

其中

$$\xi_H = \frac{Z_H}{Z_{CH}}, \quad Z_{CH} = \frac{\pi w_{0H}^2}{\lambda},$$

Z_H 是加热光束腰部到样品池 CE 处的距离。

参 考 文 献

- [1] Cordon et al.; *J. Appl. Phys.*, 1965, **36**, 3.
- [2] Chenming Hu et al.; *Appl. Opt.*, 1973, **12**, 72.
- [3] S. J. Sheldon et al.; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, 1663.
- [4] David S. Kliger; *Acc of Chem. Res.*, 1980, **13**, 129.
- [5] R. L. Jwofford; *J. Appl. Phys.*, 1978, **49**, 129.
- [6] 罗泰昭等; «应用激光», 1984, **4**, 101.
- [7] 罗泰昭等; «应用激光联刊», 1984,