

多元件光学谐振腔的失调灵敏度

吕百达

H. Weber

(四川大学物理系)

(西德 Kaiserslautern 大学物理系)

提要: 本文证明,通过引入等价 g^* -参数和等价腔长 L^* ,多元件谐振腔的失调灵敏度参量可以由空腔的失调灵敏度参量 D 得出。对各种腔型的脉冲 YAG 激光器作了实验研究并证实了理论。

Misalignment sensitivity of optical resonators with internal lenses

Lü Baida

(University of Sichuan)

H. Weber

(University of Kaiserslautern, West Germany)

Abstract: It has shown that the misalignment sensitivity D of optical resonators with internal lenses can be obtained from the sensitivity D of the empty resonator by introducing the equivalent g^* -parameters and equivalent resonator length L^* . Pulsed Nd-YAG lasers in different resonator configurations were investigated experimentally and the results confirmed the theory.

一、引言

理论分析和实验结果都表明^[1],引入失调灵敏度参量 D 能正确描述简单两镜腔的失调性质。虽然可以用准几何的方法简单地推出被动腔 TEM₀₀ 模工作时 D 的解析表达式,但 D 的物理意义只有运用衍射积分方程理论才能进一步说明。Weber 及其合作者曾研究了各类稳定球面腔的失调性质以及腔的失调程度与 D 、 S 等参量的关系^[1,2]。

迄今所得结果适用于被动腔,两反射镜处置 TEM₀₀ 限模光阑的情况,且匹配因子 S 满足条件

$$S = \frac{a_1}{W_1} = \frac{a_2}{W_2} \quad (1)$$

式中 a_i 、 W_i 分别为反射镜 i 处光阑半径和基模高斯光束半径, $i=1, 2$ 。

本文给出失调灵敏度参量 D 的一般定义,并与由衍射积分方程理论所得结果加以比较。使用等价腔分析方法,将[1,2]的有关

收稿日期: 1984年9月12日。

结果推广用于: (1) 腔内仅置一个限模光阑, 且不限于放置在反射镜处(这是实验中遇到的大多数情况); (2) 含有一个透镜; (3) 望远镜式等多元件腔。同时还作了有关的实验验证。给出的方法对高功率固体激光腔和多元件光学谐振腔的设计以及光学谐振腔的动力学稳定性研究等有实际意义。

二、D 的定义

如图 1, 光阑分置在镜 1、2 处, 且满足关系(1)。

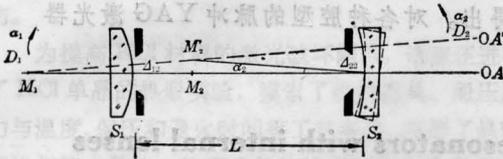


图 1

设镜 2 失调, 失调角为 α_2 , 引起镜 1、2 处的线偏移为 Δ_{12} 、 Δ_{22} 。则失调灵敏度参量 D_2 定义为^[1]

$$D_2 = \left[\left(\frac{\Delta_{22}}{\alpha_2 W_2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_{12}}{\alpha_2 W_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ = \left[\frac{\pi L}{\lambda} \left(\frac{g_1}{g_2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1+g_1 g_2}{(1-g_1 g_2)^{3/2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

设镜 1 失调(α_1 , Δ_{11} , Δ_{21}), 类似可定义 D_1

$$D_1 = \left[\left(\frac{\Delta_{11}}{\alpha_1 W_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_{21}}{\alpha_1 W_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ = \left[\frac{\pi L}{\lambda} \left(\frac{g_2}{g_1} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1+g_1 g_2}{(1-g_1 g_2)^{3/2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

于是 D 定义为

$$D = [D_1^2 + D_2^2]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\pi L}{\lambda} \cdot \frac{1+g_1 g_2}{(1-g_1 g_2)^{3/2}} \right. \\ \left. \times \frac{|g_1+g_2|}{(g_1 g_2)^{1/2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

式中 W_i 为镜 i 处基模高斯光束光斑半径; g_i 为腔的 g 参数; λ 为真空中波长。值得注意的是式中 L 应按 Kogelnik 定义为有效腔长^[3]。

以上的分析是准几何性质的。有趣的是, 从腔的衍射积分方程出发, 用微扰论对失调情况下的场分布作近似计算, 对 TEM₀₀ 模可以得到与 (2)~(4) 相同的公式。我们的计算结果与 Berger^[4] 稍有差异, 按不同的失调顺序求得全程损耗因子 V 都为

$$V = V_0 \left[1 - 2 \left(\frac{\alpha_i^2}{\Delta \alpha_i^2} \right) \right] \quad (5)$$

式中

$$\Delta \alpha_i = \left[\frac{e^{2S^2} - 4}{4S^2 D_i^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{f(S)}{D_i} \quad (6)$$

$$S = \frac{\alpha_1}{W_1} = \frac{\alpha_2}{W_2} \quad (7)$$

V_0 ——非失调腔全程损耗因子, 而 D_i 则由 (2)、(3) 式确定。

由 (5) 式可知, 当损耗不很大时, α_i 与 V 有抛物线关系。

三、腔内仅置一限模光阑

注意到此时实际限模为距镜 1 为 d_{a1} 处的光阑, 且

$$S = \frac{\alpha}{W_a} \quad (8)$$

式中 W_a 为光阑处的基模高斯光束光斑半径, a 为光阑半径(见图 2)。仿 (2)、(3) 式中失调线位移求法^[6]及按定义直接计算易得出

$$D_i = \frac{L g_j + d_{a1}(1-g_j)}{(1-g_1 g_2) W_a} \quad (9)$$



图 2

特例 $d_{a1} = 0$, $d_{a2} = L$, 由 (9) 式得

$$D_1 = \frac{Lg_2}{(1-g_1g_2)W_1}$$

$$= \left[\frac{\pi L}{\lambda} \cdot \frac{g_1g_2}{(1-g_1g_2)^{3/2}} \left(\frac{g_2}{g_1} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$D_2 = \frac{L}{(1-g_1g_2)W_1}$$

$$= \left[\frac{\pi L}{\lambda} \cdot \frac{(g_1/g_2)^{\frac{1}{2}}}{(1-g_1g_2)^{3/2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

四、含有一个透镜的谐振腔

如图3使用左 g'' -参数, 右 g' -参数等价腔(LER, RER)和 g^* -参数等价腔(ER)分析法^[5,6]得到

1. 腔内 d_{a1} 处处置一限模光阑时(用 g_i^* , L^* 表示)

$$D_1 = \frac{d_{a1}(1-g_2^*/M_2) + L^*g_2^*}{(1-g_1^*g_2^*)W_0} \quad (12)$$

$$D_2 = \frac{L^* - d_{a1} \left(\frac{1}{M_2} - g_1^* \right)}{(1-g_1^*g_2^*)W_0} \quad (13)$$

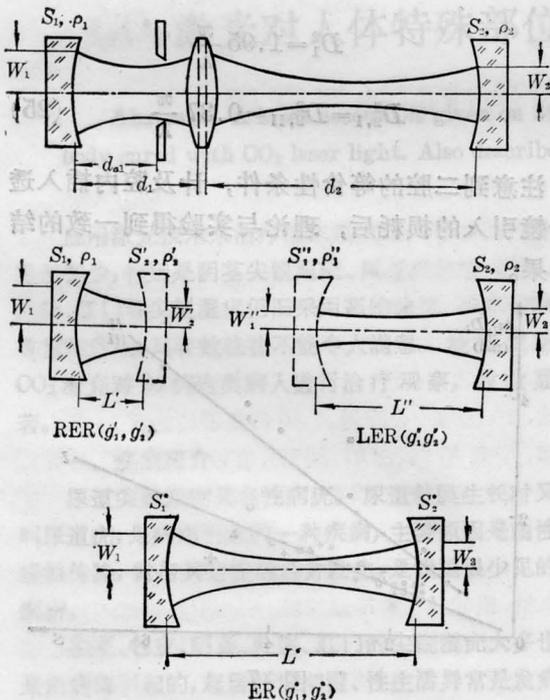


图 3

式中

$$M_2 = \frac{1}{1-d_2/f} \quad (14)$$

$$L^* = d_1 + d_2 - d_1d_2/f \quad (15)$$

$$g_i = 1 - \frac{L^*}{\rho_i} - d_j/f \quad (16)$$

f 为透镜焦距, ρ_i 为反射镜 i 的曲率半径, 其余的量如图示。

2. 在二反射镜处置满足(1)式限模光阑时

$$D_i = \left[\frac{\pi L^*}{\lambda} \left(\frac{g_j^*}{g_i^*} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1+g_1^*g_2^*}{(1-g_1^*g_2^*)^{3/2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$D = [D_1^2 + D_2^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{\pi L^*}{\lambda} \cdot \frac{1+g_1^*g_2^*}{(1-g_1^*g_2^*)^{3/2}} \cdot \frac{|g_1^*+g_2^*|}{(g_1^*g_2^*)^{1/2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

注意到透镜亦可为可变焦距热透镜, 因此(12)、(13)、(17)、(18)式也描述了含热透镜腔的失调性质, 这在实际应用中是重要的。此外, 从等价腔的观点来看, 含有多个透镜的多元件谐振腔可等价于含一个透镜的谐振腔。望远镜腔亦然(图4中当 $\Delta = f_1 + f_2 - l_T = 0$ 时为例外, 式中 f_1 、 f_2 为二透镜焦距, l_T 为二透镜间距离。但有关公式亦可由 $\Delta \rightarrow 0$ 极限过渡得出)。因此, 广义而言(12)、(13)、(17)、(18)式描述了一般多元件谐振腔的失调特性。

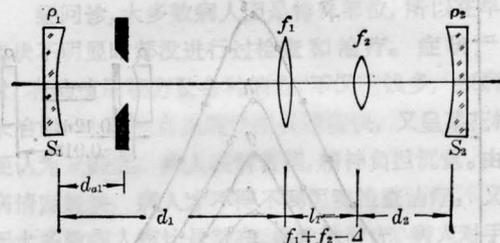


图 4

五、望远镜谐振腔

由[7,8]可推出对 $\Delta \neq 0$ 望远镜腔(图4)等价 g^* -参数腔 L^* 、 g_i^* 、 M_2 为:

$$L^* = d_1 + d_2 + l_T - \frac{d_1 d_2 \Delta}{f_1 f_2} - l_T \left(\frac{d_1}{f_1} + \frac{d_2}{f_2} \right) \quad (19)$$

$$g_i^* = 1 - \frac{d_1 + d_2 + l_T}{\rho_i} - \frac{l_T}{f_i} - \frac{d_j \Delta}{f_1 f_2} \left(1 - \frac{d_i}{\rho_i} \right) + \frac{l_T}{\rho_i} \left(\frac{d_1}{f_1} + \frac{d_2}{f_2} \right) \quad (20)$$

$$M_2 = - \frac{f_1 f_2}{(d_2 - f_2) \Delta + f_2^2} \quad (21)$$

$$\Delta = 0 \text{ 时} \quad L^* = l_T + M_{21} d_1 + M_{12} d_2 \quad (22)$$

$$g_i^* = M_{ji} \left(1 - \frac{d_i}{\rho_i} \right) - \frac{l_T}{\rho_i} - M_{ij} \frac{d_j}{\rho_i} \quad (23)$$

$$M_{ij} = - \frac{f_i}{f_j} \quad (24)$$

将(19)~(24)代入(12)、(13)、(17)、(18)式,便可得到望远镜腔的失调灵敏度参量表达式。

六、实验

对脉冲 Nd-YAG ($3 \times \frac{1}{4}$) 激光器,使用不同类型谐振腔(简单两镜平凹腔、含一个透镜腔、望远镜腔)以及光阑置腔内不同位置作了一系列实验。激光器必须调整到有足够的稳定性和再现性。激光腔反射镜 AOM 支座的旋转圈数可换算为镜的偏角 α_i [9]。激光器输出能量 E_{out} (相对值)与偏角 α 关系的典型

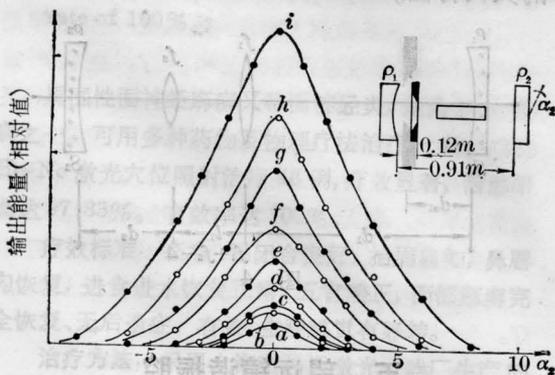


图 5

归一化的针孔半径 S : 曲线 a—1.35; b—1.5; c—1.6; d—1.8; e—2.2; f—2.5; g—3.0; h—3.4; i—4.3. $\rho_1=2m, \rho_2=\infty$

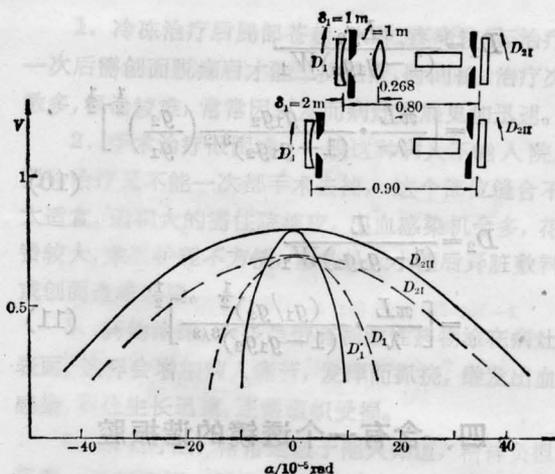


图 6

实验结果示于图 5, 参数为匹配因子 S 。

图 6 总结了含有一个透镜谐振腔及其等价 g'' -参数腔中的实验结果。TEM₀₀ 限模光阑放置在两反射镜处, 图中全程损耗因子 V 是以两反射镜偏角 α 的关系给出的。 V 的实验测量方法见[10]。利用(2)、(3)、(17)式可求得

$$D_1^{2I} = 3.67 \frac{\pi}{\lambda}$$

$$D_1^{2II} = 1.95 \frac{\pi}{\lambda}$$

$$D_{2,I}^2 = D_{2,II}^2 = 0.37 \frac{\pi}{\lambda} \quad (25)$$

注意到二腔的等价性条件, 计及腔内插入透镜引入的损耗后, 理论与实验得到一致的结果。

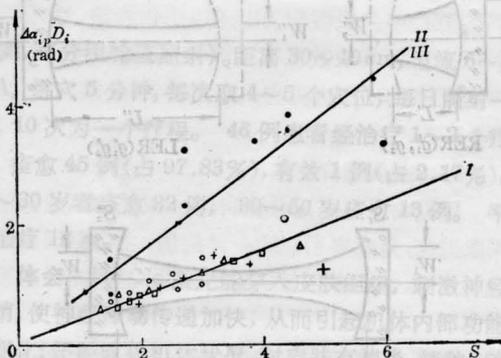


图 7

I(□、+、△、○)—无光阑; II、III(●)—望远镜腔

表 1 图 7 中空的数据

腔 型	棒	E_p (J)	E_p/E_{th}	d_{a1} (m)	d_1 (m)	d_2 (m)	l_T (m)	f_1 (m)	f_2 (m)	L (m)
I. 平凹腔 (无透镜)	Nd-YAG 3×1/4"	32.4	12	0.12 0.53 0.8						0.91
II. 望远镜腔 ($\Delta \neq 0$)	Nd-YAG 3×1/4"	57.6	18.6	0.12	0.69	0.14	0.08	0.1	-0.04	0.91
III. 望远镜腔 ($\Delta = 0$)	Nd-YAG 3×1/4"	57.6	18.6	0.12	0.71	0.14	0.06	0.1	-0.04	0.91

对简单两镜腔和望远镜腔, 当在腔内不同位置 d_{a1} 放置光阑, $\Delta\alpha_i D_i$ 作为 S 函数的实验结果总结于图 7, 有关实验数据见表 1。

由速率方程理论可求出非失调腔输出能量 E_{out}^0 为^[11]

$$E_{out}^0 = \text{const} \left[\frac{E_p}{E_{th}} - 1 \right] \quad (26)$$

式中 E_p 为泵浦能量, E_{th} 为阈值泵浦能量,
 $E_{th} = \text{const} |\ln R V_0| \quad (27)$

式中 $R = R_1 \cdot R_2 - R_1$, R_2 为二镜反射率。利用(5)、(26)、(27)式易推出失调腔输出能量 E_{out} 为

$$E_{out} = E_{out}^0 \left[1 - 2 \left(\frac{\alpha_i}{\Delta\alpha_{ip}} \right)^2 \right] \quad (28)$$

式中

$$\Delta\alpha_{ip} = \Delta\alpha_i \left[|\ln R V_0| \left(1 - \frac{E_{th}}{E_p} \right) \right] \quad (29)$$

由此可见, 当损耗不很大时, E_{out} 与 α_i 有抛物线近似关系。 $\Delta\alpha_i$ 由(7)式决定, 但对低阶模可求出 $f(S)$ 的解析表达式。对高阶模用微扰法计算困难很大, $\Delta\alpha_i$ 、 $\Delta\alpha_{ip}$ 亦可由实验确定或数值积分法计算。图 7 的实验结果表明, $\Delta\alpha_{ip}$ 与 S 和泵浦能量有关。 S 越大或者泵浦能量越高, 腔对失调越不灵敏。因 $\Delta\alpha_{ip}$ 常小于 $\Delta\alpha_i$, 故输出能量 E_{out} 相对于损耗因子对失调的反应更为灵敏。

七、小 结

关于等价腔的研究虽然已有不少理论文章发表, 但文献中对等价性的意义解释尚有

不清或含混之处。事实上, 任何一种等价腔都是有条件的, 不存在与原多元件腔完全等价的简单空腔, 这是应用中必须注意的。

2. 失调灵敏度参量不仅能正确描述简单两镜腔, 而且亦能正确描述含有一个透镜腔(包括热透镜腔)、望远镜腔等多元件谐振腔和光阑置于腔内不同位置时的失调性质。它比完全用几何光学方法得出的失调线位移 Δ 、失调角 α 等能更为准确而简明地说明腔的失调特性。

参 考 文 献

[1] R. Hauck et al.; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 4, 598.
 [2] H. P. Kortz; "Die Dynamische Stabilität von Laser Resonatoren", Dissertation Uni. Kaiserslautern 1980.
 [3] H. Kogelnik, T. Li; *Proc. IEEE*, 1966, **54**, 1312.
 [4] N. K. Berger et al.; *Opt. Spectrosc.*, 1977, **43**, 176.
 [5] H. P. Kortz et al.; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 23, 4124.
 [6] H. Weber; "Optische Resonatoren", 3, Auflage, 1983. (有中译本, 《激光谐振腔》, 丘军林, 孙荫才译, 华中工学院出版社出版, 1983.)
 [7] H. Kogelnik; *Bell Syst. Techn. J.*, 1965, **44**, 455.
 [8] 魏光辉, 吕百达; "Analysis of Optical Resonators with Two Internal Lenses", 第 6 届国际光学-电子学会议报告, München, 1983.
 [9] R. Hauck; "Modenvolumen Beugungsverluste und Dejustierungsempfindlichkeit Optischer Resonatoren", Diplomarbeit Uni. Kaiserslautern.
 [10] W. Müller; "Optimierung eines TEM₀₀ Nd-Lasers und Bestimmung der Beugungsverluste", Diplomarbeit Uni. Kaiserslautern, 1974.
 [11] 周炳琨等; 《激光原理》, 国防工业出版社出版, 1980.