中国激光
第12卷 第6期

有位相调制下的自透明条件

王润文

（中国科学院上海光机所）

提要：由于自位相调制现象的存在，用二能级 Bloch 方程所推导的自感应透明严格来说是不存在的，只是在一些很强的条件限制下自感应透明现象才会近似地出现。

Self-induced transparancy under the condition of phase modulation

Wang Runwen

((Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: The phenomena of self-induced transparancy obtained from the Bloch equation of a two-level atomic system can not be present under the condition of self-phase modulation. Only by some rigid limitation can the phenomena appear approximately.

自从 McCall 及 Hahn 从理论上及实验上确定这一奇异的非线性现象以来，若以短脉冲激光满足某些能级寿命的条件可以几乎无吸收地透过具有吸收系数较大的介质[1]。这类脉冲按脉冲面积定律命名为 2π 脉冲。2π 脉冲的前沿把共振介质下能级粒子抽空到上能级，而后沿又把粒子完全感应发射得到完全补偿。之后自透明现象引起人们很大兴趣，多年来在一些系统中成功地观察到自透明现象[2,3]。理论也作了推广[4]，但还不能在广泛的介质中实现自感应透明。

因为高功率光脉冲在共振介质中传输会出现自位相调制的啁啁效应，这可以从电磁波在介质中传播方程容易得到：

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]E(t, z)=\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P(t, z) \tag{1}$$

若记光场 $E(t, z)$ 为：

$$E(t, z)=2\varepsilon(t, z)\cos(\omega t-Kz+\phi(t, z)) \tag{2}$$

$\phi(t, z)$ 是激光光波的位相，它随空间和时间发生变化，$P(t, z)$ 为介质的宏观极矩，它由光波对介质引起的偶极矩而出现的，可表示为：

$$P(t, z)=N\hbar\kappa\int[u\cos(\omega t-Kz+\phi(t, z))-v\sin(\omega t-Kz+\phi(t, z))]g(\Delta')d\Delta' \tag{3}$$

Δ' 为离线宽分布 $g(\Delta')$ 中心的距离，N 为介质偶极子密度，$\hbar$ 为普朗克常数除以 2π，$\hbar\kappa$ 为与偶极矩相等的数量，u、v 为脉冲传播 Bloch 矢 $\boldsymbol{R}$ 中的两个分量。因此，如果将(2)、(3)两式代入到(1)式，可以看出位相的一次

收稿日期：1984年7月3日。

时间导数是存在的，于是脉冲传播过程中 $\frac{\partial\phi}{\partial t}$ 起着频率附加值的作用，这样自位相调制就会引起传播光频率的改变。但是McCall及Hahn早期引入研究自感应透明的Bloch方程并没有考虑自位相调制效应[1]：

$$\dot{u}=-\Delta v \tag{4}$$

$$\dot{v}=\Delta u+\kappa\varepsilon w \tag{5}$$

$$\dot{w}=-\kappa\varepsilon v \tag{6}$$

式中 w 为Bloch矢第三分量，与粒子反转值成正比。$\varepsilon=\varepsilon(t,z)$ 由(2)式表示，$\Delta=\omega_0-\omega$，ω_0 为介质两个共振能级的波尔频率，在完全共振情况下 $\Delta=0$，利用上面方程组获得了 2π 脉冲的自透明解：

$$\varepsilon\left(t-\frac{z}{V}\right)=\frac{2}{\kappa\tau}\operatorname{sech}\left(\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{z}{V}\right)\right) \tag{7}$$

τ 为脉冲时间宽度，这又称为光学中的孤子波现象。然而自位相调制使光频由 ω 变为 $\omega+\frac{\partial\phi}{\partial t}$，因此在开始时完全共振相互作用下 $\Delta=0$ 的条件在脉冲传播过程中就得不到满足，显然(4)～(6)的自透明的Bloch方程就应写成：

$$\dot{u}=\dot{\phi}v \tag{8}$$

$$\dot{v}=-\dot{\phi}u+\kappa\varepsilon w \tag{9}$$

$$w=-\kappa\varepsilon v \tag{10}$$

由于 $\dot{\phi}$ 是时间的变量，(8)～(10)式就不会再得到自透明解(7)。另一方面，如能找到当 $\dot{\phi}=0$ 的条件自透明解，(7)就会自动满足。今将(2)、(3)式代入(1)式，并认为 ε、ϕ 及 u、v、w 都是空间及时间的慢变化函数，只取其一阶项，并将正弦与余弦两正交项系两边系数各自相等。便有：

$$-\varepsilon\left(K^2-2\frac{\omega}{c}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)+\frac{\varepsilon}{c^2}\left(\omega^2+2\omega\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)$$
$$=\frac{2\pi}{c^2}N\hbar\kappa\int\left[-u\omega\left(\omega+2\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)\right.$$
$$\left.-2\frac{\partial v}{\partial t}\omega\right]g(\Delta')d\Delta' \tag{11}$$

$$K\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}+\frac{\omega}{c^2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}$$
$$=\frac{\pi}{c^2}N\hbar\kappa\int\left[-v\omega\left(\omega+2\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)\right.$$
$$\left.-2\frac{\partial u}{\partial t}\omega\right]g(\Delta')d\Delta' \tag{12}$$

作变量变换 $\zeta=t-\frac{z}{V}$，并将(11)、(12)两式进一步化简：

$$\varepsilon\left[\frac{K-k}{\gamma}+\dot{\phi}\right]=2a\left(\omega+2\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)\int ug(\Delta')d\Delta'$$
$$+4a\int\frac{\partial v}{\partial t}g(\Delta')d\Delta' \tag{13}$$

$$\dot{\varepsilon}=a\left(\omega+2\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)\int vg(\Delta')d\Delta'$$
$$-2a\int\frac{\partial u}{\partial t}g(\Delta')d\Delta' \tag{14}$$

Matulic由于忽略了Bloch矢的一次微商，导得了类似于(13)、(14)的关系式，但却是错误的[5]。当然在一些极为特定的情况下，自位相调制会自行消失，如当激光频率与介质跃迁中心频率重合并且 u 的位相比 v 的位相导前 $\frac{\pi}{2}$ 的情况时[6]；又如Yariv指出过当 $g(\Delta)$、u、w 皆为偶函数，而 v 为奇函数时则将与 $\phi=0$ 是自洽的[7]。实际上处于这种特殊情况是极少的。若引入下面关系：

$$\gamma=\frac{1}{V}-\frac{1}{c} \tag{15}$$

$$a=\frac{1}{\gamma c^2}\pi N\hbar\kappa\omega \tag{16}$$

$$k=\frac{\omega}{c} \tag{17}$$

将(8)式代入(14)便得：

$$\dot{\varepsilon}=-a\omega\int vg(\Delta')d\Delta' \tag{18}$$

将(13)式对 ζ 微分，并应用(8)～(10)及(18)式可得：

$$\dot{\varepsilon}\left[\frac{K-k}{\gamma}+\dot{\phi}\right]+\varepsilon\ddot{\phi}$$
$$=2a\omega\int\dot{u}g(\Delta')d\Delta'+4a\kappa\int[\dot{\varepsilon}w$$
$$+\varepsilon\dot{w}]g(\Delta')d\Delta' \tag{19}$$

将(19)右边的第二积分进行分部积分，并考虑关系(8)、(18)于第一积分，便得到：

$$\dot{\varepsilon}\left[\frac{K-k}{\gamma}+\dot{\phi}\right]+\varepsilon\ddot{\phi}$$
$$=-2\dot{\varepsilon}\dot{\phi}+\frac{4\kappa^2}{\omega}\varepsilon^2\dot{\varepsilon}-\frac{4\kappa^2}{\omega}\int\dot{\varepsilon}(2\varepsilon d\varepsilon)$$
$$+4a\kappa\int\dot{\varepsilon}wg(\Delta')d\Delta' \tag{20}$$

若自透明解成立，(7)式为偶函数，$\dot{\varepsilon}\alpha\mathrm{sech}\left(\frac{\zeta}{\tau}\right)\mathrm{th}\left(\frac{\zeta}{\tau}\right)$为奇函数，$w$为偶函数，谱线加宽的谱分布函数$g(\Delta')$亦为偶函数，两个积分在区间$(-\infty,\infty)$下求积其值皆为零。由于自透明要求$\dot{\phi}=0$，必然引起$\ddot{\phi}=0$，这样就导出如下必要条件：

$$\dot{\varepsilon}\left[\frac{K-k}{\gamma}\right]=\frac{4\kappa^2}{\omega}\varepsilon^2\dot{\varepsilon} \tag{21}$$

或可写成：

$$\frac{K-k}{\gamma}=\frac{4\kappa^2}{\omega}\varepsilon^2=\frac{16}{\omega\tau^2}\mathrm{sech}^2\left(\frac{\zeta}{\tau}\right) \tag{22}$$

(22)式表明了要求波数差是时间的函数，实际上波数差应是常数。因而(22)一般地不成立，所以自感应透明也一般地难以获得。但是若光脉宽很窄，例如$\tau\sim10^{-9}\sim10^{-10}$s，穿越的介质层很薄，$l\sim1$ mm，则穿越时间$\zeta\sim t=\frac{l}{c}=10^{-11}$ s。如H. M. Gibbs的实验，光脉宽$\tau\sim7\times10^{-9}$s，Rb蒸气样品池厚度1 mm，得$\zeta\sim10^{-11}$ s[3]。这样综量$\frac{\zeta}{\tau}$的变化范围是0～0.1，而(22)式中sech函数变化很小，$\mathrm{sech}^2(0\sim0.1)\sim1$，于是可以保证脉冲传输过程中(22)式右边会近似地是常数：

$$K-k=\frac{16\gamma}{\omega\tau^2} \tag{23}$$

显然如果很厚的样品$\frac{\zeta}{\tau}\to\infty$，$\mathrm{sech}^2\left(\frac{\zeta}{\tau}\right)\to0$，在脉冲传输过程中，$K-k$由有限变到0，导致不合理的结果，于是破坏了自透明的条件。所以自位相调制限制了自透明只能在某些条件下近似地成立。

应用(15)式可进一步化简(23)式为如下形式：

$$\omega^2\tau^2=16 \tag{24}$$

这表明了要保证自透明出现在光频区，脉冲应该是亚微微秒宽度的2π脉冲。

参 考 文 献

[1] S. L. McCall, E. L. Hahn; *Phys. Rev. Lett.*, 1967, **18**, 908.

[2] H. M. Nussenzveig; "Introduction to Quantum, Optics", Chapter 8, New York (1973).

[3] C. K. N. Patel, R. E. Slusher; *Phys. Rev. Lett.*, 1967, **19**, 1019; H. M. Gibbs, R. E. Slusher; *Phys. Rev. Lett.*, 1970, **24**, 638.

[4] F. A. Hopf *et al.*; *Phys. Rev.*, 1970, **B1**, 2833.

[5] L. Matulic; *Opt. Commun.*, 1970, **2**, 249.

[6] "固体激光导论"编写组；"固体激光导论"，上海人民出版社，1975, p. 422.

[7] A. Yariv; "Quantum Electronic", 2nd Edt., 1975, New York, p. 391.