

# 内热厚透镜平行平面谐振腔的热稳定性

王效敬

(杭州大学物理系)

**提要:** 光泵固体激光器会在激光棒中引起轴向热伸长和径向折射率梯度。这可概括为一种热厚透镜效应。从输出腔镜处光束光斑参数对热透镜焦距的微商出发,直接导出内热厚透镜平行平面腔的热不灵敏条件,并对其适用范围进行了必要讨论。

## Thermal stability of parallel-plane resonator with an internally thermal thick lens

Wang Xiaojing

(Department of Physics, Hangzhou University)

**Abstract:** Optical pumping of solid-state lasers will induce axial thermal elongation and radial gradient of refractive index in the laser rod, which may be summarized as an effect of thermal thick lens. The insensitive condition of the parallel-plane resonator to thermal thick lens is directly derived by the derivative of beam spot size to the focal length of thermal lens at the output mirror of the resonator and the limitation for application is discussed.

及径向折射率梯度的作用概括为一个等效厚透镜,讨论热不灵敏腔的条件。

### 一、引言

固体激光器在光泵作用下会出现热透镜效应,这对谐振腔的稳定性及基模运转将产生很大的影响。在谐振腔的设计中,通常采用所谓热不灵敏腔以克服其影响。

分析热不灵敏腔的方法大致有:高斯光束模象法<sup>[1,2]</sup>、高斯光束传播圆图解法<sup>[3]</sup>、费涅耳标量衍射模象法<sup>[4]</sup>等。这些方法各有其特点,但一般都是把激光棒的热透镜效应等效于谐振腔内包含一个薄透镜进行分析的。本文把激光棒在光泵下所出现的轴向热伸长

### 二、内热厚透镜平行平面腔的热稳定性

光泵下的固体激光棒所具有的热透镜效应,严格地说是一种厚透镜效应。通常把它作为薄透镜,只是一种近似处理方法。下面我们用一种简便的方法,对内含热厚镜的平行平面谐振腔的热不灵敏性(或称热稳定性)进行一些扼要的分析。

收稿日期:1984年5月12日。



图1 内含热厚透镜平行平面腔

图1表示一个内含具有热厚镜效应的激光棒的平行平面谐振腔。其中 $M_1$ 和 $M_2$ 是孔径分别为 $2a_1$ 和 $2a_2$ 的平面反射镜, $l_0$ 为激光棒的长度, $h_1$ 和 $h_2$ 分别表示热厚透镜的主平面 $H_1$ 和 $H_2$ 到棒的端面 $S_1$ 和 $S_2$ 的距离, $l_1$ 和 $l_2$ 分别为棒的端面 $S_1$ 和 $S_2$ 到反射镜 $M_1$ 和 $M_2$ 的距离。这种腔的结构基本参数可表示为:

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda L_e} \quad (1)$$

$$G_1 = \frac{a_1}{a_2} \left(1 - \frac{L_2}{f}\right) \quad (2)$$

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1} \left(1 - \frac{L_1}{f}\right) \quad (3)$$

$$L_e = L_1 + L_2 - \frac{L_1 L_2}{f} \quad (4)$$

$$L_1 = l_1 + h_1 \quad (5)$$

$$L_2 = l_2 + h_2 \quad (6)$$

其中 $N$ 为腔的费涅耳数; $G_1$ 、 $G_2$ 为腔的 $g$ 因子; $L_e$ 为等效腔长; $L_1$ 、 $L_2$ 分别为自主面 $H_1$ 、 $H_2$ 到反射镜 $M_1$ 、 $M_2$ 的距离; $f$ 为热厚透镜的焦距。

当谐振腔处于基模振荡时,腔镜 $M_1$ 和 $M_2$ 处的光斑参数分别为:

$$\omega_1 = \left(\frac{\lambda L_e}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{G_2}{G_1(1-G_1 G_2)} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (7)$$

$$\omega_2 = \left(\frac{\lambda L_e}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{G_1}{G_2(1-G_1 G_2)} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (8)$$

高斯光束的波前曲率应与腔镜的曲率相吻合,因此,输出光束的远场发散角为:

$$\theta_i = \frac{\lambda}{\pi \omega_i} \quad (9)$$

其中 $i=1, 2$ 。

激光棒所占有的模体积为:

$$V \approx \frac{\pi l_0}{3} (\omega_3^2 + \omega_3 \omega_4 + \omega_4^2) \quad (10)$$

式中 $\omega_3$ 和 $\omega_4$ 分别为激光棒靠近 $M_1$ 端和远离 $M_1$ 端的光斑参数。这两个参数可通过高斯光束传播定律表示为参数 $\omega_1$ (或 $\omega_2$ )的函数。

在激光器运转过程中,如果光束的发散角和激光棒所占有的模体积都不随棒中出现的热扰动而有明显变化,就称该激光器的谐振腔为热不灵敏腔。如果以 $M_1$ 为输出反射镜,则热不灵敏腔的条件可归结为:

$$\frac{d\omega_1}{df} \approx 0 \quad (11)$$

把(2)~(4)式代入(7)式得:

$$\omega_1 = \left(\frac{a_2 \lambda}{a_1 \pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{[(L_1 + L_2)f - L_1 L_2](f - L_1)}{f - L_2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (12)$$

如果热厚透镜的主距 $h_1$ 和 $h_2$ 近似与热扰动无关的话,则 $L_1$ 和 $L_2$ 就可近似地看作不随热焦距 $f$ 变化(见下节讨论),于是由(11)和(12)式得出

$$(L_1 + L_2)f^2 - 2L_1(L_1 + L_2)f + 2L_1^2 L_2 = 0 \quad (13)$$

求解(13)式得

$$f = L_2 \left(1 \pm \sqrt{\frac{L_2 - L_1}{L_2 + L_1}}\right) \quad (14)$$

$f$ 只有取实数才有物理意义,因此,必须要求 $L_2 \geq L_1$ ;另一方面,根号前若取负号,便有 $f < L_2$ ,由(2)、(3)式得 $G_1 < 0$ , $G_2 > 0$ ,则所确定的腔为非稳腔,所以只能考虑根号前取正号。为了讨论方便,我们令 $a_1 = a_2$ ,并引入下列归一化参数:

$$F = \frac{f}{L_2} \quad S = \frac{L_1}{L_2} \quad W_1 = \omega_1 / \sqrt{\lambda L_2 / \pi} \quad (15)$$

于是(14)式可写成:

$$F = 1 + \sqrt{\frac{1-S}{1+S}} \quad (16)$$

(16)式表示内热厚透镜平行平面腔在反射镜 $M_1$ 端热稳输出时,热焦距 $f$ 与腔结构参数

$L_1$  和  $L_2$  所应满足的条件, 图 2 示出了归一化参数  $F$  与  $S$  之间的关系。可以看出, 热不灵敏腔的参数  $S$  和  $F$  分别应满足以下范围:

$$1 \geq S \geq 0 \quad (17)$$

$$0 \leq F \leq 2 \quad (18)$$

把(16)式代入(12)式并考虑到(15)式所给诸归一化参数, 则得在热稳运转时输出镜  $M_1$  处的归一化光斑参数为:

$$W_{1s} = [2 - S^2 + 2(1 - S^2)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{4}} \quad (19)$$

若以  $\theta_{1s} = \theta_1 \sqrt{\pi L_2 / \lambda}$  表示从  $M_1$  端输出光束的归一化发散角, 则热稳输出时应有:

$$\theta_{1s} = \frac{1}{W_{1s}} \quad (20)$$

图 3 示出  $W_{1s}$  和  $\theta_{1s}$  随  $S$  变化的曲线, 当  $S$

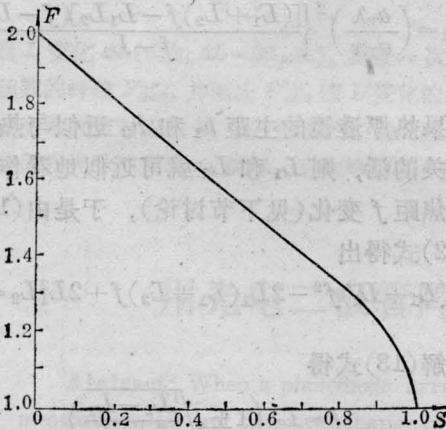


图 2 热稳下的  $F-S$  曲线

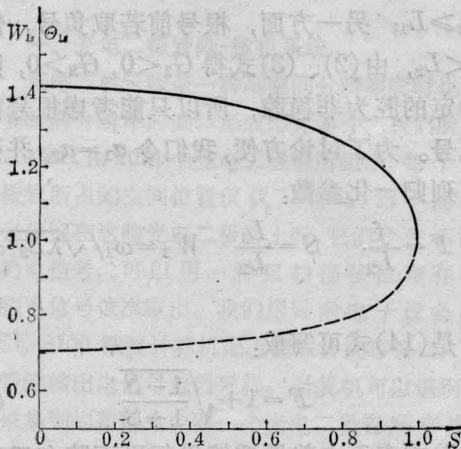


图 3 热稳下的  $W_{1s}-S$  曲线(实线)与  $\theta_{1s}-S$  曲线(虚线)

满足(17)式的范围时, 则  $W_{1s}$  和  $\theta_{1s}$  的取值范围分别应为

$$1 < W_{1s} \leq \sqrt{2} \quad (21)$$

$$1 \geq \theta_{1s} \geq \sqrt{2}/2 \quad (22)$$

我们若引入归一化参数

$$W_3 = \omega_3 / \sqrt{\lambda L_2 / \pi},$$

$$W_4 = \omega_4 / \sqrt{\lambda L_2 / \pi}$$

及

$$V = v / (\lambda L_2 l_0 / 3),$$

则按照(10)式, 激光棒所占的归一化模体积为:

$$V = W_3^2 + W_3 W_4 + W_4^2 \quad (23a)$$

在  $M_1$  端输出的情况下, 棒右左两端的归一化光斑参数分别为

$$W_3 = W_1 \left[ 1 + \frac{2S - \xi}{2W_1^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

$$W_4 = W_1 \left\{ 1 - \frac{\xi}{F} + \left[ \left( S - \frac{\xi}{2} \right)^2 \left( 1 - \frac{\xi}{F} \right) + 2 \left( S - \frac{\xi}{2} \right) \left( 1 - \frac{\xi}{F} \right)^{\frac{1}{2}} \xi + \xi^2 \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{W_1^2} \right\} \quad (25)$$

其中  $\xi = \frac{l_0}{nL_2}$ , 如果把(16)式及(19)式所给的关系代替(24)和(25)式中的  $F$  和  $W_1$ , 就得热稳范围内棒两端的归一化光斑参数  $W_{3s}$  与  $W_{4s}$ 。因此, 热稳范围内棒所占的归一化模体积为:

$$V_s = W_{3s}^2 + W_{3s} W_{4s} + W_{4s}^2 \quad (23b)$$

图 4 给出归一化模体积  $V_s$  以  $\xi$  为参数随  $S$  的变化曲线。可以看出, 在给定的每个  $\xi$  值下,  $V_s$  对  $S$  都存在一个极大值, 并且  $V_s$  随  $\xi$  值的增大而减小, 而当  $\xi \geq 1$  时,  $V_s$  在  $0 \leq S \leq 1$  的范围内, 不是处处有实解(即模体积不都是稳定的)。

从以上的分析看出, 内热厚透镜平行平面腔的热稳性能是随参数  $S$  变化的。当  $S = 1$  时,  $L_2 = L_1 = f$ , 则  $G_1 G_2 = 0$ , 这是一个类共焦腔, 热稳性能很差; 当  $S = 0$  时,  $L_2 = \frac{f}{2}$ ,  $L_1 = 0$ , 则  $G_1 G_2 = \frac{1}{2}$ , 这就是通常所谓的热稳

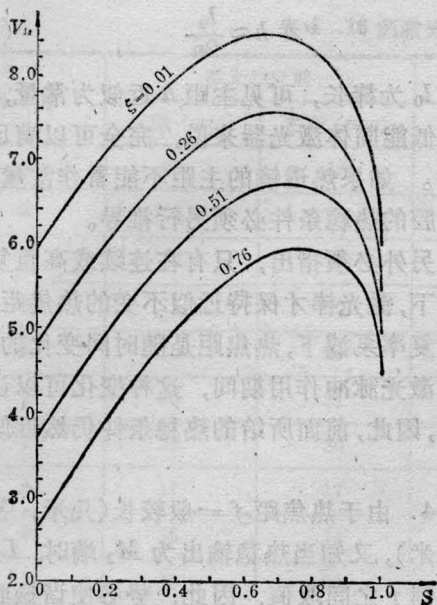


图4 热稳下以  $\xi$  为参数的  $V_{1s}$ - $S$  曲线

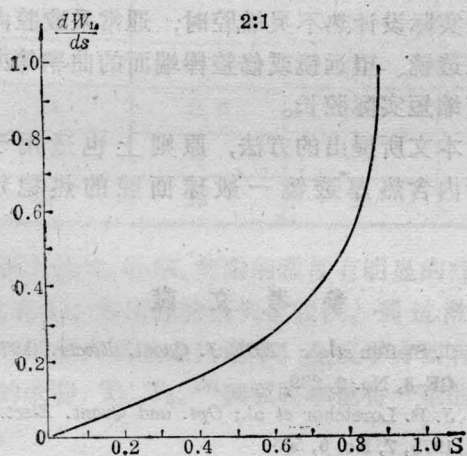


图5 热稳下的  $\left| \frac{dW_{1s}}{dS} \right|$ - $S$  曲线

定腔条件,在此条件下,热稳性能最好。这点可由输出镜  $M_1$  处的归一化光斑参数  $W_{1s}$  对  $S$  的变化率加以说明(见图5):当  $S=1$  时,  $\left| \frac{dW_{1s}}{dS} \right| = \infty$ ,表明在  $L_2=L_1$  的腔中,要维持稳定模输出是困难的;当  $S=0$  时,  $\left| \frac{dW_{1s}}{dS} \right| = 0$ ,表明在  $L_2=f/2, L_1=0$  的腔中,从  $M_1$  端输出的模是稳定的。对内厚透镜腔来说,  $L_1$  的最小值应为  $h_1$ , 则  $G_1G_2 \approx \frac{1}{2}$ , 所以热稳性能稍差一点。

综合上述分析,表明内热厚透镜平行平面腔热不灵敏的条件应是  $2L_2 \geq f > L_2 > L_1$ 。又知在  $S=0$  时,腔的热稳性能最好,但激光棒所占的模体积却最小,因此,在设计光学谐振腔时,应根据实际需要兼顾考虑。

### 三、讨 论

1. 前节所分析的腔的热稳性能,也可由一般情况下归一化参数  $W_1$  随  $F$  和  $S$  的变化规律得出。用归一化参数重写(12)式有:

$$W_1 = \left[ \frac{(1+S)F^2 - (2+S)SF + S^2}{F-1} \right]^{1/4} \quad (26)$$

或

$$\Theta_1 = \frac{1}{W_1} \quad (27)$$

图6给出以  $S$  为参数的  $W_1(F)$  和  $\Theta_1(F)$  曲线。从中看出,当  $S=1$  时,曲线无极值点,并且随  $F$  的变化很快,说明在此情况下,腔的热稳性能是很差的;当  $S$  为小于1的其它值时,曲线都有极值点,对  $W_1(F)$  曲线来说,极值随  $S$  的减小而增大,同时曲线随  $F$  的变化在极值点附近逐渐变得缓慢了,当  $S=0$  时,曲线的变化最缓慢,说明在此情况下,腔

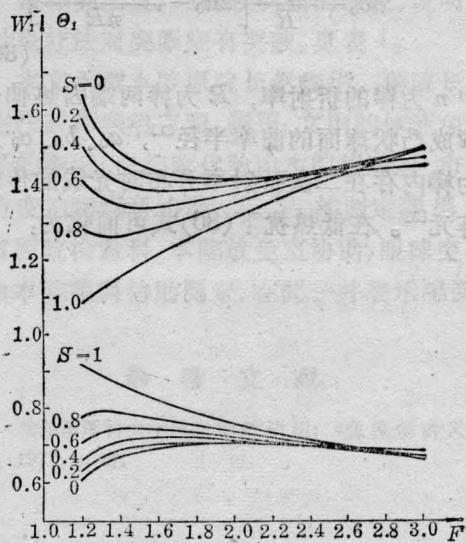


图6 以  $S$  为参数的  $W_1(F)$  曲线(上部)和  $\Theta_1(F)$  曲线(下部)

的热稳性能最好。

2. 前面所得的热稳条件是对反射镜  $M_1$  端输出而言, 如果需要反射镜  $M_2$  端热稳输出, 可用类似的步骤把 (2)~(4) 式代入 (8) 式, 并以  $\frac{d\omega_2}{df} \approx 0$  为条件解得:

$$f = L_1 \left( 1 + \sqrt{\frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2}} \right) \quad (28)$$

要求  $f$  为实数, 必须满足  $L_1 \geq L_2$ , 这与 (14) 的要求相矛盾。因此, 在反射镜  $M_1$  端热稳输出的同时, 反射镜  $M_2$  端的输出必定是非热稳的, 反之亦然。这说明热稳输出只能是单端的。

3. 应注意到关系式 (14) 或 (28) 都是假定激光棒在热扰动下,  $h_1, h_2$  (即  $L_1, L_2$ ) 为常量 (即主距  $h$  不为热焦距  $f$  的函数) 的条件下获得的。可以证明, 当激光棒同时存在热伸长和由温度梯度引起的二次折射率分布时, 它的等效热焦距  $f$  和主距  $h$  分别为:

$$f = \left\{ \frac{n-1}{R} \left[ 2a_0 - \frac{(n-1)b_0}{nR} \right] - nc_0 \right\}^{-1} \quad (29)$$

$$h_1 = h_2 = h$$

$$= \frac{a_0 - 1 - \frac{(n-1)b_0}{nR}}{nc_0 - \frac{n-1}{R} \left[ 2a_0 - \frac{(n-1)b_0}{nR} \right]} \quad (30)$$

式中  $n$  为棒的折射率,  $R$  为棒两端因热伸长而形成凸状球面的曲率半径<sup>[4]</sup>,  $a_0, b_0, c_0$  及  $d_0$  为棒内存在二次折射率分布时光线的传输矩阵元<sup>[5]</sup>。在低热扰下 (30) 式可简化为:

$$h \approx \frac{l_0}{2n} \quad (31)$$

式中  $l_0$  为棒长, 可见主距  $h$  近似为常量, 对光泵低能固体激光器来说, 完全可以满足此条件。如果热透镜的主距不能看作常量时, 谐振腔的热稳条件必须另行推导。

另外必须指出, 只有在连续或高重复率泵浦下, 激光棒才保持近似不变的热焦距。在低重复率泵浦下, 热焦距是随时间变化的, 不过在激光脉冲作用期间, 这种变化可以认为很小, 因此, 前面所给的热稳条件仍然近似适用。

4. 由于热焦距  $f$  一般较长 (几米, 甚至十几米), 又知当热稳输出为  $M_1$  端时,  $L_2$  在  $f/2$  到  $f$  之间取值, 因此, 势必使谐振腔过长, 以致超过机械设计和正常使用的限度, 所以在实际设计热不灵敏腔时, 通常采取腔内插入透镜、望远镜或修整棒端面的曲率等办法以缩短实际腔长。

本文所提出的方法, 原则上也适用于分析内含热厚透镜一般球面腔的热稳定性。

### 参 考 文 献

- [1] J. Steffen et al.; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1972, **QE-8**, No. 2, 239.
- [2] J. P. Lorecher et al.; *Opt. and Quant. Electr.*, 1975, **7**, No. 6, 505.
- [3] 张光寅;《激光》, 1977, **4**, No. 2, 44.
- [4] 李世泽;《激光》, 1981, **8**, No. 8, 5.
- [5] H. Kogelnik et al.; *Appl. Opt.*, 1966, **5**, No. 10, 1550; *Bell. Syst. Tech. J.*, 1965, **44**, No. 3, 455.