

利用三面元全息透镜实现 三光束干涉实验

张 聚 成

(河北省科学院激光研究所)

提要: 利用三面元全息透镜实现了三光束干涉实验, 实验结果与理论分析一致。

Three beams interference with three faceted holographic lens

Zhang Jucheng

(Laser Research Institute, Hebei Academy of Sciences)

Abstract: The experiment of three beams interference is realized using three faceted holographic lens. The experimental result agrees with the theoretical analysis.

一、引 言

多光束干涉是个比较复杂的问题, 因而在一些多光束干涉技术中, 都简化为双光束干涉来分析。但这种分析毕竟是不全面的, 因为多光束干涉场的光强分布并不同于许多双光束干涉光强分布的简单迭加。一般说来, 多光束干涉场光强分布规律比较复杂, 用普通光学元件实现多光束干涉也是比较困难的。我们采用多面元全息透镜, 可很容易地实现多光束干涉实验。本文详细介绍了用三面元全息透镜实现三光束干涉实验的方法和实验结果, 并与理论分析进行了对照。

二、实验方法和实验结果

实验光路如图 1 所示。由激光器 S 发出的激光经扩束器 N 扩展成为发散光, 再经会聚透镜 L 对激光束进行调制, 以适合实验要求。经 L 调制后的光束照在三面元全息透镜 H 上, H 可根据实验要求而制作, 我们所用的是平行轴三面元全息透镜, 它的 $+1$ 级衍

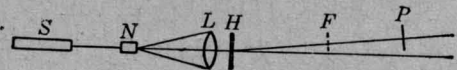


图 1 旋转对称三光束干涉实验光路图
 S —激光器; N —扩束器; L —会聚透镜;
 H —全息透镜; F —光屏; P —全息干板

收稿日期: 1984 年 4 月 6 日。

射光是由三束旋转对称的光组成的^[1]。 F 为光屏,用以找出三束光会聚点所在的平面。 P 为全息干板,用来记录光强分布图样,干板乳剂面朝向光束方向并垂直于对称轴线。

打开激光器,用光屏找到三束光会聚点所在的平面,测量相邻两点间距离,由这个距离算出会聚点到对称轴线的距离 r_0 。相邻两点间的距离也可根据文献[1]中的有关公式算出。将一块玻璃板放在底片架上置于三光束干涉空间的某一位置,测量光屏与玻璃板间的距离 z 。关闭激光器,将玻璃板换成全息

干板,移去光屏,打开激光器进行曝光,这样便记下了旋转对称三光束干涉在乳剂面上光强的分布图样。然后将干板进行常规处理。改变全息干板在光路中的位置,第二、进行第三次曝光,便得到在 r_0 不变情况下不同 z 值时的光强分布图样(见图2)。调整扩束器 N 的位置以改变 r_0 的大小,用光屏找到三束光会聚点所在的平面,测量相邻两会聚点间的距离并算出 r_0 。调节干板的位置,使此时的 z 值与第三次曝光时的相同,进行第四次曝光。这样,第三、第四次曝光记录了 z 值相同,而 r_0 值不同的光强分布图样,见图3。

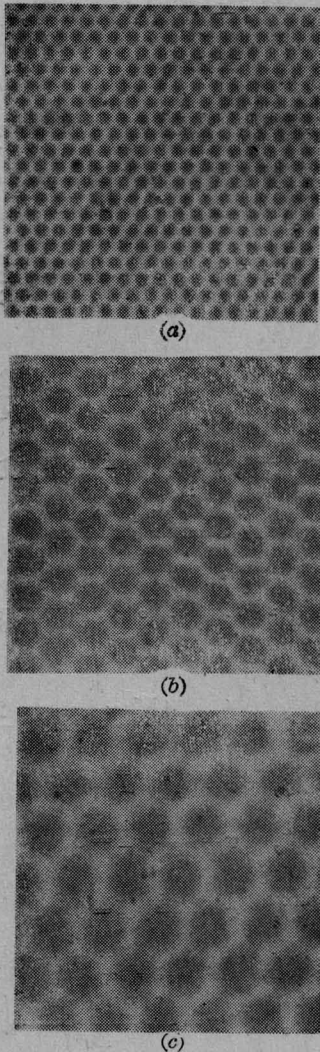


图 2

$r_0=2.88$ mm, z 值分别为: (a) 200 mm; (b) 400 mm;
(c) 600 mm 时的光强分布图样(放大 100 \times)

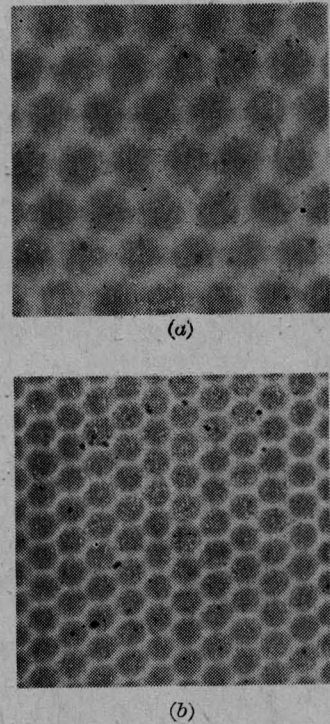


图 3 $z=600$ mm, r_0 值分别为: (a) 2.88 mm;
(b) 4.91 mm 时的光强分布图样(放大 100 \times)

三、理论分析

如图4所示, M_1 为三相干点光源 F_1 、 F_2 、 F_3 所在的平面,由这三点发出的光关于 z 轴成旋转对称,记录平面 M_2 垂直于 z 轴,平面 M_1 、 M_2 与 z 轴分别交于 O_1 、 O_2 , z

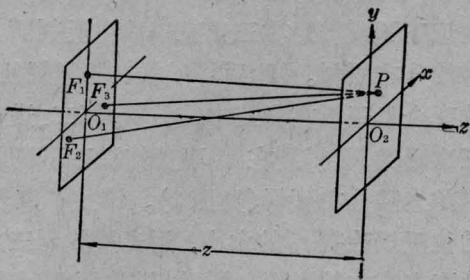


图4 旋转对称三光束干涉原理图

为平面 M_1 与 M_2 间的距离。三点在 M_1 平面中以 O_1 为原点的极坐标分别为 $F_1\left(r_0, \frac{\pi}{2}\right)$, $F_2\left(r_0, \frac{7\pi}{6}\right)$, $F_3\left(r_0, \frac{11\pi}{6}\right)$ 。 P 为平面 M_2 中任意一点, 其以 O_2 为原点的极坐标为 (r, θ) 。

为简单计, 设三束光的振幅实部均为 A , 则干涉场的光强分布可由下式表示:

$$I = 3A^2 + 2A^2 [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \cos(\varphi_2 - \varphi_3)] \quad (1)$$

其中 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 分别为三束光在 P 点的初相位。由于三束光在 F_1, F_2, F_3 是同相位的, 我们令光在这三点的初相位为零, 在傍轴近似条件下可得:

$$I = 3A^2 + 2A^2 \left\{ \cos(Br \cos \theta) + \cos \left[Br \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] + \cos \left[Br \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) \right] \right\} \quad (2)$$

其中 $B = \frac{2\sqrt{3}\pi r r_0}{\lambda z}$, λ 为光波长。

将 $\theta' = \theta + \frac{\pi}{3}$ 代入方程 (2), 其值不变, 所以在平面 M_2 上光强分布图样是以 O_2 为中心的旋转六对称图样。

下面求 I 的最大值和最小值。将 I 对 θ 取偏导数得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial \theta} = & 2A^2 \left[\sin \theta \sin(Br \cos \theta) \right. \\ & + \sin \theta \sin \left(\frac{Br}{2} \cos \theta \right) \\ & \times \cos \left(\frac{\sqrt{3} Br}{2} \sin \theta \right) \\ & - \sqrt{3} \cos \theta \cos \left(\frac{Br}{2} \cos \theta \right) \\ & \left. + \sin \left(\frac{\sqrt{3} Br}{2} \sin \theta \right) \right] \quad (3) \end{aligned}$$

当 θ 为 $0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ 及 $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$ 时上式为零, 所以 I 在这 12 个方向上存在极值。由于 I 具有旋转六对称性, 我们仅分析 $\theta=0$ 和 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 方向上的极值便可得出所有的极值。当 $\theta=0$ 时, 方程 (3) 变为:

$$I = 3A^2 + 2A^2 \left(\cos Br + 2 \cos \frac{Br}{2} \right) \quad (4)$$

则

$$\frac{dI}{dr} = -4A^2 B \sin \frac{3Br}{4} \cos \frac{Br}{4} \quad (5)$$

欲使 (5) 式为零, 必须 $r = \frac{4K_1\pi}{3B}$ 或

$$r = \frac{(4K_2+2)\pi}{B},$$

其中 K_1, K_2 均为整数。将 $r = \frac{4K_1\pi}{3B}$ 代入方程 (4) 得:

$$I = 3A^2 + 2A^2 \left(\cos \frac{4K_1\pi}{3} + 2 \cos \frac{2K_1\pi}{3} \right)$$

当 $K_1=0$ 时, $r=0, I=9A^2$

当 $K_1=1$ 时, $r = \frac{4\pi}{3B}, I=0$

当 $K_1=2$ 时, $r = \frac{8\pi}{3B}, I=0$

当 K_1 继续依次取值时, I 的值按上面的顺序循环出现。将 $r = \frac{(4K_2+2)\pi}{B}$ 代入方程

(4) 得 $I=A^2$ 。用同样的方法求得在 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 方向上当 $r = \frac{4K\pi}{\sqrt{3}B}$ 时存在极值 $9A^2$, 当

$$r = \frac{(4K+2)\pi}{\sqrt{3}B} \text{ 时存在极值 } A^2.$$

总结以上的分析可以得出, I 的最大值为 $9A^2$, 出现在 $\theta=0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ 方向上 $r = \frac{4K\pi}{B}$ 处及 $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$ 方向上 $r = \frac{4K\pi}{\sqrt{3}B}$ 处。 I 的最小值为零, 出现在 $\theta=0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ 方向上 $r = \frac{(12K+4)\pi}{3B}$ 和 $r = \frac{(12K+8)\pi}{3B}$ 处。以上 K 为整数。

下面来分析光强分布图样的形状。我们将方程(3)变为直角坐标形式得:

$$I = 3A^2 + 2A^2 \left[\cos Bx + \cos \left(\frac{B}{2}x + \frac{\sqrt{3}B}{2}y \right) + \cos \left(\frac{B}{2}x - \frac{\sqrt{3}B}{2}y \right) \right] \quad (6)$$

显然, I 在 x, y 方向上均具有周期性, 周期分别为 $T_x = \frac{4\pi}{B}, T_y = \frac{4\pi}{\sqrt{3}B}$ 。

从函数 I 的旋转六对称性和 x, y 方向的周期性以及 $T_x/T_y = \sqrt{3}$ 可以判断, 旋转对称三光束干涉在平面 M_2 上的光强分布图样是许多紧密相接的全等正六边形。从上面

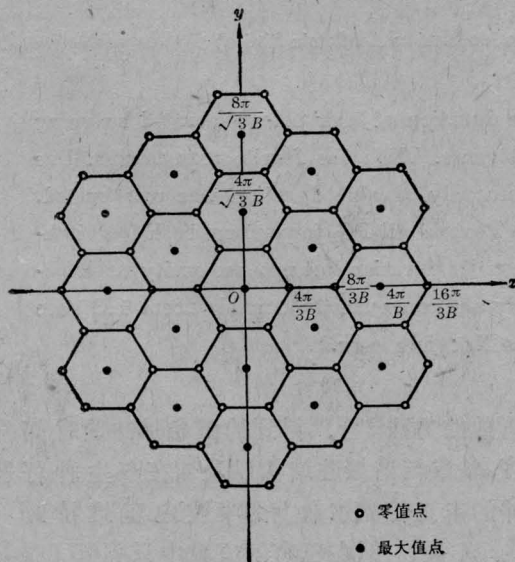


图5 旋转对称三光束干涉光强分布示意图

的分析还可得出, 正六边形的中心为最大光强 $9A^2$ 处, 顶点为最小光强零值处, 如图5所示。由图5可以得出, 正六边形边长:

$$a = \frac{1}{3} T_x = \frac{4\pi}{3B} = \frac{2\lambda z}{3\sqrt{3}r_0} \quad (7)$$

由(7)式可以看出, 正六边形的边长与光波长成正比, 与记录平面到光源平面间的距离成正比, 与点光源到对称中心的距离成反比。

表1所列的是在不同情况时正六边形的边长。将理论分析与实验结果相对照, 可以看出两者是一致的, 表1中理论计算与实验测量间的差别主要是由测量误差引起的。

表1 不同 r_0, z 时的 a 值

r_0 (mm)	z (mm)	a (mm)	
		理论计算	实验测量
2.88	200	1.69×10^{-2}	1.73×10^{-2}
2.88	400	3.37×10^{-2}	3.43×10^{-2}
2.88	600	5.06×10^{-2}	5.06×10^{-2}
4.91	600	2.97×10^{-2}	3.07×10^{-2}

四、结论和讨论

1. 用三面元全息透镜很方便地实现了旋转对称三光束干涉, 实验结果与理论分析一致。我们还做了旋转对称四光束、六光束干涉实验。实际上, 多面元全息透镜可用在许多多光束干涉技术中。

2. 旋转对称三光束干涉空间的光强分布图样是许多紧密相接的正六棱台, 每个棱台的中心轴线都是光强最大值线, 每条棱都是光强零值线。一般说来, 旋转对称多光束干涉空间中存在一条或许多条光强最大值线, 其中有一条与对称轴线重合, 这个光强最大值正比于光束数目的平方。

参 考 文 献

[1] 张聚成;《中国激光》, 1984, 11, No. 5, 294~297.