中国激光
第12卷 第12期

缀饰原子法求解拉比精确解

林福成　黄优宏

（中国科学院上海光机所）

提要：本文在缀饰原子模型中，用波函数得到了共振及非共振情况下单色激光场与二能级原子相互作用的相干拉比解。

Rabi solution from dressed atoms

Lin Fucheng, Huang Youhong

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: The method of dressed atoms is used to obtain the Rabi solution for atoms subjected to a laser field. The result agrees with that obtained from the Bloch equation.

一、缀饰原子

量子化的电磁场算符为

$$\boldsymbol{E}_L=(\hbar\omega_L/2\epsilon_0V)^{1/2}\varepsilon_L[a\exp(-i\omega_Lt)+a^+\exp(i\omega_Lt)],$$

忽略零点能的情况下场的哈密顿 H_{laser} 为

$$H_{\text{laser}}=\hbar\omega_La^+a \tag{1}$$

式中 a^+、a 分别为场的上升、下降算符，ω_L 为圆频率，ε_L 为偏振方向。

我们用泡利矩阵描写二能级原子，

$$H_a=\hbar\omega_0s_z \tag{2}$$

原子和场的相互作用哈密顿 V 为

$$V=\hbar g(as^++a^+s^-) \tag{3}$$

式中 $g=e(\omega_L/2\epsilon_0v)^{1/2}\varepsilon_L\cdot\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{D}=\langle e|\boldsymbol{r}|g\rangle$。二能级原子的受激态 $|e\rangle$ 和基态 $|g\rangle$ 分别和光子态 $|n\rangle|$ 及 $|n+1\rangle$ 联系起来，在 $|e,n\rangle$ 及 $|g,n+1\rangle$ 为基矢的空间中总的哈密顿 H 为

$$\begin{aligned}H&=H_a+H_{\text{laser}}+V\\&=\begin{bmatrix}\left(n\omega_L+\dfrac{1}{2}\omega_0\right) & g(n+1)^{1/2}\\ g(n+1)^{1/2} & (n+1)\omega_L-(1/2)\omega_0\end{bmatrix}\hbar\end{aligned} \tag{4}$$

这里 $|en\rangle$, $|g,n+1\rangle$ 分别表示为 $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$。

(4)式的本征值与本征态为

$$(E_{1,2}/\hbar)=\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega_L\pm1/2[\delta^2+4g^2(n+1)] \tag{5}$$

$$u_1=\begin{bmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\end{bmatrix} \tag{6}$$

$$u_2=\begin{bmatrix}-\sin\varphi\\ \cos\varphi\end{bmatrix} \tag{7}$$

这里 $\delta=\omega_L-\omega_0$ 为偏调。设 $\omega_1=2g(n+$

收稿日期：1984年11月26日。

$1)^{1/2}$,则

$$\mathrm{tg}\,\varphi=\left[\frac{\delta}{\omega_1}+\sqrt{1+\left(\frac{\delta}{\omega_1}\right)^2}\right]。$$

二、波 函 数

薛定谔方程给出了波函数的运动规律:

$$i\hbar\dot{\psi}(t)=H\psi(t) \tag{8}$$

以H的本征态(6)、(7)为基矢,(8)式的解为

$$\psi(t)=\sum_{n=1,2}c_n u_n \exp(-iE_n t/\hbar)。 \tag{9}$$

三、拉比精确解

设初始时刻原子在受激态$\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$,由(6)、(7)此时波函数为

$$\psi(0)=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}=\cos\varphi u_1-\sin\varphi\, u_2, \tag{10}$$

由(9)式,波函数随时间的变化为

$$\begin{aligned}\psi(t)&=\cos\varphi\, u_1\exp(-iE_1t/\hbar)\\&\quad-\sin\varphi\, u_2\exp(-iE_2t/\hbar)\\&=\exp\left[-i\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega_L t\right]\\&\cdot\begin{bmatrix}\cos^2\varphi\exp(-i\omega_{12}t/2)+\sin^2\varphi\exp(i\omega_{12}t/2)\\ \sin\varphi\cos\varphi[\exp(-i\omega_{12}t/2)-\exp(i\omega_{12}t/2)]\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{11}$$

式中 $\omega_{12}=(\delta^2+\omega_1^2)^{1/2}$。

原子处于上能级$|e\rangle$的几率为

$$|\langle e, n|\psi(t)\rangle|^2=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta^2+\omega_1^2\cos\omega_{12}t}{\omega_{12}^2}\right) \tag{12}$$

处于下能级$|g\rangle$的几率为

$$|\langle g, n+1|\psi(t)\rangle|^2=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\delta^2+\omega_1^2\cos\omega_{12}t}{\omega_{12}^2}\right) \tag{13}$$

共振时$\delta=0$,(12)和(13)式化为

$$|\langle e, n|\psi(t)\rangle|^2=\cos^2(\omega_1 t/2), \tag{14}$$

$$|\langle g, n+1|\psi(t)\rangle|^2=\sin^2(\omega_1 t/2) \tag{15}$$

最后两式与文献[1]中的解一致。

图1给出三种不同的偏调下,$|\langle e, n|\psi(t)\rangle|^2$随时间的变化。

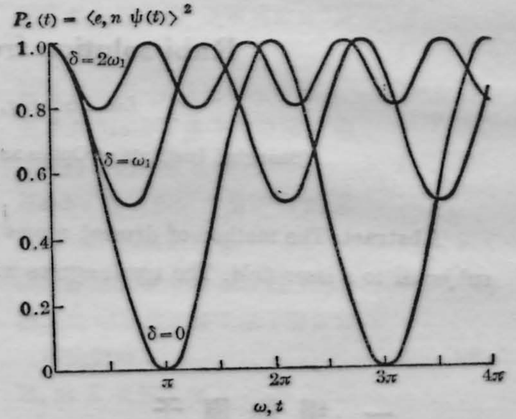

图1 原子在上能态的几率$P_e(t)$

参 考 文 献

[1] M. Sargent III *et al.*; "Laper Physics", Addison-Wesley Publishing Company 1974, p.25.

(上接第716页)

能差忌的三对不同取代位置的衍生物的合成条件进行了多方的摸索和改进,为合成同系物中的其他衍生物积累了经验。对初步判明倍频性能优异的3-POM单晶培养进行了探索,已获得$22\times12\times8\,\mathrm{mm}^3$光学均匀性好的单晶。

参 考 文 献

[1] 李宋贤等;《福州大学学报》,1983, No. 4, 90.

[2] J. Zyss, D. S. Chemla; *J. Chem. Phys.*, 1981, **74**, No. 9, 4800.

[3] Г. И. Сканави;"电介质物理学",高等教育出版社,1958,第一版, p. 169.

[4] N. Rabjohn; Organic Syntheses, Collective Vol. IV, 1963, 654.

[5] B. F. Levine *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1979, **50**, No. 4, 2523.

[6] P. D. Southgate, D. S. Hall; *J. Appl. Phys.*, 1972, **43**, 2765.

[7] 吴柏昌等;"1979年全国晶体生长与材料学术会议论文摘要汇编", 819.