

# 十字孔径散斑照相法

陈明仪

(上海科技大学精密机械工程系)

单启蛰

(山东海洋学院物理系)

**提要:** 用理论和实验的方法研究了十字孔径的散斑特性。把十字孔径用于二次曝光的散斑照相法,以测量物体在平面内的位移(或变形)时,将能显著地提高干涉条纹的对比,降低相干噪声,而且还具有灵敏度高的特点。实验的结果与理论分析得到了很好的一致。

## Investigation of laser speckle photography with cross-slit aperture

*Chen Mingyi*

(Dept. of Fine Mechanical Engineering, Shanghai University of Science & Technology)

*Shan Qizhe*

(Dept. of Physics, Shangdong College of Oceanography)

**Abstract:** Investigating the speckle pattern of a cross-slit theoretically and experimentally, we note in this paper that the object surface speckle pattern recorded on the recording plate has a 2-D gratingwise structure. After performing an optical Fourier transform on it, at the Fourier transform plane there appears a particular optical intensity distribution, a bright sharp cross-shape halo superimposed on a uniform square-shaped halo. Hence, the laser speckle photography with a cross-slit aperture will offer good quality interferogram with high contrast, low noise, and high sensitivity. Furthermore, the cross-shaped halo facilitates the measurement of fixing the original orientation of object motion as a reference coordinates. The experimental results are well consistent with the theoretical prediction.

## 引 言

散斑照相法,或称单光束散斑干涉法,已广泛应用于无损检测技术,尤其是多孔径的

应用<sup>[1~4]</sup>,使作为信号输出的干涉条纹的质量和对比度有所改善。然而,由于常用的多孔径的特征孔径相对减小,致使这种方法的灵敏度下降。根据十字孔径<sup>[5]</sup>的散斑特性,

收稿日期:1983年4月9日。

它有助于进一步改善条纹的质量和对比度,提高灵敏度,而且还可以在光学傅里叶变换平面上产生一笛卡儿坐标系,有利于测定物体平移的方向和它的分量。

### 十字孔径的散斑图特性

一个受相干照明的光学粗糙表面,若在记录平面上的光强分布为:

$$I(x, y) = |f(x, y)|^2,$$

则其自相关函数可表示为:

$$R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1) I(x_2, y_2) \rangle$$

式中算符  $\langle \rangle$  为对整个粗糙表面取平均值(下同)。

由文献[6]知,该自相关函数的宽度表征了物表面在记录平面上产生的散斑的平均尺寸。通过一个孔径为  $D$  的光学系统所记录的散斑,其自相关函数为:

$$R_I(r) = \langle I \rangle^2 \left[ 1 + 2 \frac{J^2\left(\frac{\pi D r}{\lambda z}\right)}{\left(\frac{\pi D r}{\lambda z}\right)^2} \right] \quad (1)$$

式中  $r = [(x)^2 + (y)^2]^{1/2}$ ;  $z$  为记录平面离透镜的距离。于是其平均直径:

$$\delta \approx 1.22 \frac{\lambda z}{D} \quad (2)$$

若孔径为一矩形孔径 ( $W \times L$ ), 则其自相关函数可写成:

$$R_I(x, y) = \langle I \rangle^2 \left[ 1 + \text{sinc}^2 \frac{Lx}{\lambda z} \text{sinc}^2 \frac{Wy}{\lambda z} \right] \quad (3)$$

显见,此时散斑的平均尺寸在不同的方向是不等的,有:

$$\delta_x \approx \frac{\lambda z}{L} \quad \text{和} \quad \delta_y \approx \frac{\lambda z}{W} \quad (4)$$

当  $L \gg W$  时,即孔径为一狭缝时,  $\delta_x \ll \delta_y$ ,散斑图形呈现长条状,且与狭缝垂直。

图 1(a)和(b)为常见的多孔径型式。由于孔径的特征尺寸  $L$  和  $W$  均小于透镜的孔径  $D$ ,因此散斑的平均尺寸增大。散斑照相法的一个特点是:由物位移(或变形)引起的

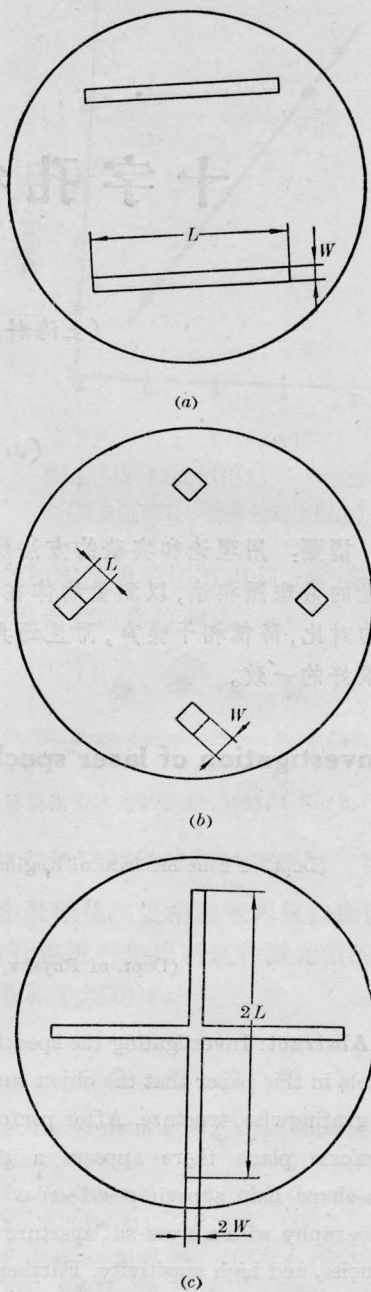


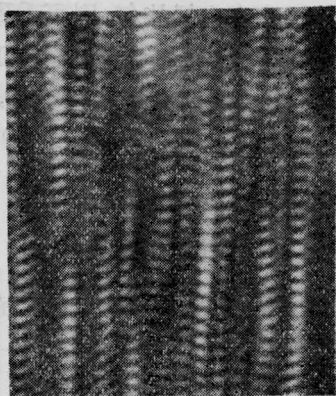
图 1 十字缝孔径

(a) 双狭缝孔径; (b) 4孔孔径; (c) 十字缝孔径

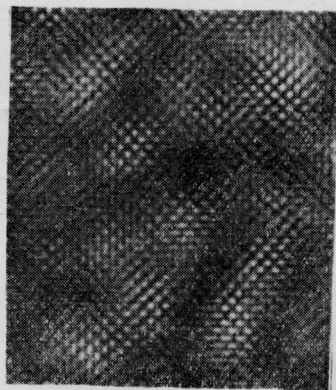
散斑图形在记录平面上的位移量  $\Delta(x, y)$  必须大于一个散斑的平均尺寸<sup>[7]</sup>,即  $\Delta > \delta$ ,而:

$$\Delta(x, y) = \beta d(\eta, \zeta) \quad (5)$$

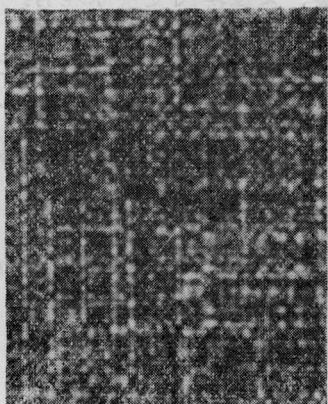
式中  $\beta = q/p$ ,为记录时光学系统的横向放大率(参阅图 3(a));  $d(\eta, \zeta)$  为物的位移量。



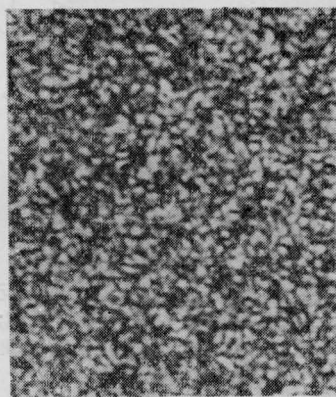
(a)



(b)



(c)



(d)

图2 散斑图形的显微照片

所以多孔径的存在会使记录系统的灵敏度下降很大。而且若采用图1(a)的双缝型式, 还有丧失一维信息量的危险<sup>[8]</sup>。然而对十字缝孔径, 因为  $2L \sim D$ , 故能保持记录系统原有的高灵敏度, 并仍具有感受二维信息的能力。

图2中(a)、(b)和(c)为对应于图1(a)、(b)和(c)三种孔径的散斑图形的显微照片。图2(d)为  $D=2L$  时的散斑图形显微照片。从图2(c)可见, 由于十字孔径的空间滤波特性和衍射光的串音, 对所记录的散斑图形产生了强烈的调制, 而使之具有织纹状结构。用相干平行光束照明拍摄的散斑照片, 对它进行光学傅里叶变换时, 这种二维光栅状的强度分布使透过的光束主要向二个方向衍射, 使二次曝光后所得的干涉条纹的对比度得到明显改善。也是由于这种强度分布结

构, 经光学变换后在傅里叶平面上形成了一个独特的衍射图形, 它具有直角坐标系的特性。

### 光学变换平面上的笛卡儿坐标系

一个受相干照明的光学粗糙表面, 设其复振幅为  $O(\eta, \zeta)$ , 经透镜成象于  $(x, y)$  平面, 而其象的复振幅为  $f(x, y)$ , 见图3(a)。底片在物位移前、后分别曝光一次。设曝光量为:

$$E(x, y) = [|f(x, y)|^2 + |f(x + \Delta x, y + \Delta y)|^2]t \quad (6)$$

式中  $\Delta(x, y)$  为由物的位移产生的象点的位移;  $t$  为曝光时间。若曝光正确, 显影、定影合理, 则底片的透过率  $T(x, y)$  将是曝光量



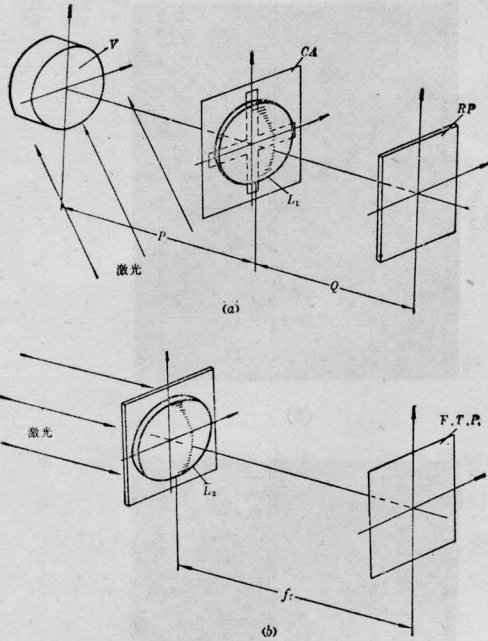


图 3

(a) 记录用光路; (b) 光学傅里叶变换光路;  
 V—物体平移方向; CA—十字缝孔径; RP—记录平面;  $L_1$ —记录用透镜;  $L_2$ —变换用透镜;  
 F. T. P.—傅里叶变换平面; P—物距; Q—象距

$E(x, y)$  的线性函数, 有:

$$T(x, y) = b - cE(x, y), \quad (7)$$

式中  $b, c$  为常数。将(6)代入(7)得:

$$T(x, y) = b - ct \left[ |f(x, y)|^2 + |f(x + \Delta x, y + \Delta y)|^2 \right] \quad (8)$$

将所得的底片置于图 3(b) 的光学傅里叶变换系统中, 用相干单色平行光照明, 考察在透镜  $L_2$  焦平面上的光强分布  $I_T(u, v)$ , 若略去常数项的影响, 按双光束干涉原理得:

$$I_T(u, v) = 4 \cos^2 \left[ \frac{\pi}{\lambda} \left( \frac{u \Delta x + v \Delta y}{f_T} \right) \right] I(u, v), \quad (9)$$

式中  $I(u, v)$  为物位移前所记录的散斑图形在光学傅里叶变换系统的焦平面上的光强分布;  $f_T$  为变换透镜  $L_2$  的焦距;  $\lambda$  为照明单色光的波长。

式(9)表明, 两次曝光所记录的散斑图形, 经光学傅里叶变换后, 在焦平面上的衍射图样因被余弦项调制而呈现出干涉条纹。若位

移量  $\Delta(x, y)$  在全场均匀, 则可看到一组等间距的杨氏条纹, 其方向与位移方向垂直。反之, 若  $\Delta(x, y)$  为二维不均匀场时, 此时干涉条纹的间距和方向各异<sup>[4, 8]</sup>。式(9)中  $I(u, v)$  可写成:

$$I(u, v) = c_1 \left| \iint |f(x, y)|^2 \times \exp[ik(xu + yv)/f_T] dx dy \right|^2 = c_1 |G(u, v)|^2, \quad (10)$$

式中  $c_1$  为常数;  $G(u, v)$  为  $|f(x, y)|^2$  的傅氏变换。又按傅氏变换原理有:

$$G(u, v) = \iint F(\mu, \nu) F^*(\mu - u, \nu - v) d\mu d\nu, \quad (11)$$

式中  $F(\mu, \nu)$  为  $f(x, y)$  的傅氏变换, 即:

$$F(\mu, \nu) = \iint f(x, y) \times \exp[ik(x\mu + y\nu)/f_T] dx dy. \quad (12)$$

可以证明<sup>[4]</sup>:

$$f(x, y) = K \iiint O(\eta, \zeta) A(r_1, r_2) \times \exp \left\{ ik \left[ r_1 \left( \frac{\eta}{p} + \frac{x}{q} \right) + r_2 \left( \frac{\zeta}{p} + \frac{y}{q} \right) \right] \right\} d\eta d\zeta dr_1 dr_2. \quad (13)$$

式中  $K$  为常数;  $O(\eta, \zeta)$  为物表面的复振幅;  $A(r_1, r_2)$  是光瞳透射函数;  $k = 2\pi/\lambda$ 。以式(13)代入(12), 并经整理可得:

$$F(\mu, \nu) = c_2 A \left( \frac{-\mu q}{f_T}, \frac{-\nu q}{f_T} \right) \times O_f \left( \frac{-q\mu}{f_T p}, \frac{-q\nu}{f_T p} \right), \quad (14)$$

而

$$O_f \left( \frac{-q\mu}{f_T p}, \frac{-q\nu}{f_T p} \right) = \iint O(\eta, \zeta) \times \exp \left[ -ik \left( \frac{q}{f_T p} \right) (\mu\eta + \nu\zeta) \right] d\eta d\zeta. \quad (15)$$

在傅氏平面上, 十字孔径的光瞳透射函数可表示为:

$$A\left(\frac{-\mu q}{f_T}, \frac{-\nu q}{f_T}\right) = \begin{cases} 1, & \text{当} \begin{cases} \left|\frac{-\mu q}{f_T}\right| < L \\ \left|\frac{-\nu q}{f_T}\right| < W \end{cases} \\ \text{及} \begin{cases} \left|\frac{-\mu q}{f_T}\right| < W \\ \left|\frac{-\nu q}{f_T}\right| < L; \end{cases} \\ 0, & \text{其它。} \end{cases}$$

式中  $2W$  为缝的宽度;  $2L$  为缝的长度 (见图 1(c))。因为  $W < L$ , 故当  $\left|\frac{-\mu q}{f_T}\right| > L$  时, 即:

$$\begin{aligned} &|\mu| > Lf_T/q \\ &|\nu| > Lf_T/q \end{aligned} \text{ 时, } A\left(\frac{-\mu q}{f_T}, \frac{-\nu q}{f_T}\right) = 0.$$

式(15)是物表面光振动复振幅的傅里叶变换式, 实际上反映了物表面的空间频率成分。考虑到典型光学粗糙表面的截止频率  $f_{\max} (= \sqrt{\mu_{\max}^2 + \nu_{\max}^2})$  远大于  $Lf_T/q$ , 因此认为在  $0 \leq f \leq Lf_T/q$  的区域中,  $O_f\left(\frac{-\mu q}{f_{Tp}}, \frac{-\nu q}{f_{Tp}}\right)$  为常数。今合并式(11)与(14), 并简化, 得:

$$\begin{aligned} G(u, v) = c_3 \iint A\left(\frac{-\mu q}{f_T}, \frac{-\nu q}{f_T}\right) \\ \times A\left[\frac{-(\mu-u)q}{f_T}, \frac{-(\nu-v)q}{f_T}\right] d\mu dv. \end{aligned} \quad (16)$$

上式的几何意义是明显的, 由图 4(a) 可知,  $G(u, v)$  不为零的区域为:

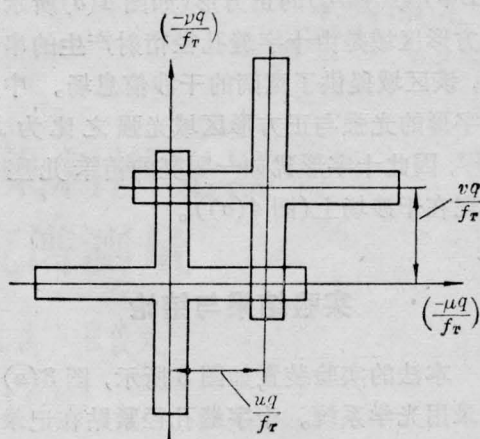
$$\left|\frac{uq}{f_T}\right| < (L+W), \quad \left|\frac{vq}{f_T}\right| < (L+W); \quad (17)$$

$$\left|\frac{uq}{f_T}\right| < 2L, \quad \left|\frac{vq}{f_T}\right| < 2W \quad (18)$$

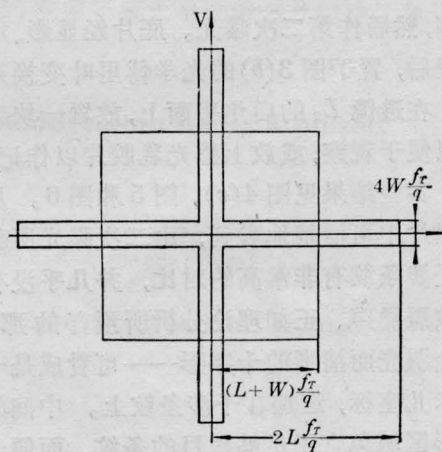
及

$$\left|\frac{uq}{f_T}\right| < 2W, \quad \left|\frac{vq}{f_T}\right| < 2L. \quad (19)$$

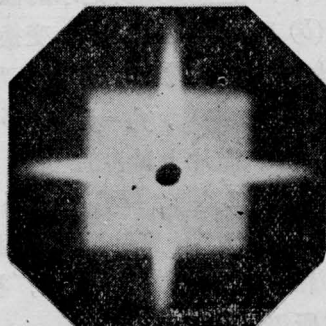
因此, 由式(18)及(19)知, 在光学傅里叶变换平面上,  $G(u, v)$  给出的图形为以长为  $4L(f_T/q)$ 、宽为  $4W(f_T/q)$  的十字形, 而式(17)表明, 在十字形上还迭加一个边长为



(a)



(b)



(c)

图 4

(a) 卷积  $A\left(\frac{-\mu q}{f_T}, \frac{-\nu q}{f_T}\right)$  的几何图形;

(b) 在光学变换平面上的理论衍射图形;

(c) 在光学变换平面上实际衍射图形的照片——一个类笛卡儿座标

$2(L+W)(f_T/q)$ 的正方形(如图4(b)所示)。正方形区域是由十字缝孔径衍射产生的串音区,该区域提供了宽阔的干涉信息场。中央十字形的光强与正方形区域光强之比为 $L/2W^*$ ,因此十字形犹如一明亮的笛卡儿坐标显现在干涉场上(图4(c))。

### 实验结果与结论

本法的实验装置如图3所示,图3(a)为记录用光学系统。十字缝孔径紧贴在记录透镜前,物表面经透镜 $L_1$ 成象于记录乳胶片上。物在第一次曝光后作垂直于光轴方向的平移,然后作第二次曝光。底片经显影、定影处理后,置于图3(b)的光学傅里叶变换系统中。在透镜 $L_2$ 的后焦平面上,放置一块毛玻璃以便于观察,或放上感光乳胶片以作记录。

实验结果见图4(c),图5和图6。从这些照片中可清楚地看到,由二次曝光所获得的干涉条纹有非常高的对比,并几乎没有二次散斑噪声。正如理论分析所预言的那样,一个明亮而清晰的十字形——可看成是一组笛卡儿坐标,迭加在干涉条纹上。中间的正方形区域包含了足够数目的条纹,而便于精确地测量。

图4(c)为单次曝光所记录的散斑图形经在图3(b)所示的变换装置上变换所得的照片(放大倍率为 $1\times$ )。实验参数为: $2W=3$ 毫米, $2L=42$ 毫米, $f_1=f_T=165$ 毫米, $q=312$ 毫米。从照片上量得的参数为: $2(L+W)f_T/q=24.1$ 毫米, $4Lf_T/q=44.5$ 毫米。这与按式(17)、(18)计算结果完全相符。

图5和图6为用二次曝光法,被测物体作平移时所得的干涉条纹照片。

图5的试验参数为: $2W=1$ 毫米, $2L=44$ 毫米, $q=292$ 毫米, $f_1=f_T=165$ 毫米。物作水平方向平移,实测的物位移量为 $11$ 微米。按照片上测得的参数计算所得的物位移量为 $10.6$ 微米。值得指出的是:由式(4)知,

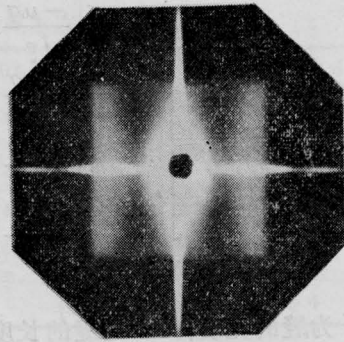
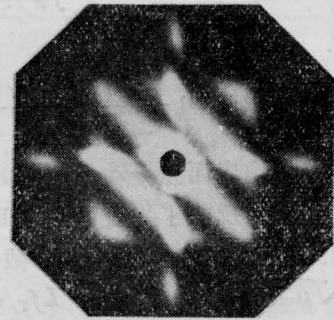
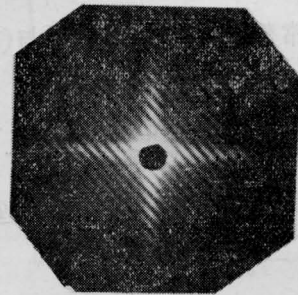


图 5



(a)



(b)

图 6

对 $1$ 毫米宽、 $44$ 毫米长的狭缝,其散斑的平均尺寸 $\delta_{2W}=184$ 微米, $\delta_{2L}=4$ 微米。显见,若无水平狭缝存在,便不可能记录此位移信息。

图6中所用的孔径参数与图4(a)同。但物作与水平方向成 $\theta$ 角方向的平移。图6(a)中,物的位移量 $|d(\eta, \zeta)|$ 为 $15$ 微米;图6(b)中 $|d(\eta, \zeta)|=119$ 微米。物在自由空间的平移量 $|d(\eta, \zeta)|$ 与在傅氏平面上测得的干涉

\* 考虑到在傅氏平面上的光强分布 $I(u, v)$ 的表达式无甚实际应用价值,为免于繁琐而从略。



条纹宽度有下列的关系式<sup>[9]</sup>:

$$|d(\eta, \zeta)| = \frac{\lambda f_T}{\beta |d_f|} \quad (20)$$

式中  $\beta = p/q$ ,  $|d_f|$  为在傅氏平面上测得的条纹宽度。由图 7 知,

$$\left. \begin{aligned} d_u &= |d_f| / \cos \theta \\ d_v &= |d_f| / \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

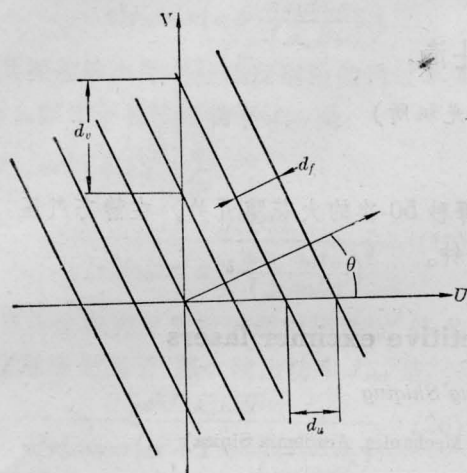


图 7

故可得

$$\left. \begin{aligned} d\eta &= \frac{\lambda f_T}{\beta |d_f|} \cos \theta \\ d\zeta &= \frac{\lambda f_T}{\beta |d_f|} \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中  $\lambda$  为作光学傅里叶变换时所用的单色光波长。从图 6(a) 量得  $|d_f| = 7$  毫米,  $d_u = 9.5$  毫米,  $d_v = 10$  毫米。由此算得  $|d(\eta, \zeta)| = 14.9$  微米,  $\theta = 46.5^\circ$ 。

综上所述, 十字孔径散斑照相法用于测

量物体的面内位移时, 具有下列优点:

1. 能提供低噪声、高对比度的干涉条纹, 利于提高测量精度;

2. 笛卡儿座标的形成, 利于测定物体运动的方位角  $\theta$  和诸位移分量;

3. 与其它多孔径方法相比, 具有较高的灵敏度。若使  $2L \geq D$ , 记录透镜的相对孔径为 1:2 时, 最高灵敏度为 2 微米。

本课题是在美国 Saginaw Valley Staet College 的研究基金资助下进行的, 并承该校物理系教授陈选博士 (Dr. Hsuan Chen) 热情指导, 在此一并表示衷心的感谢。

### 参 考 文 献

- [1] D. E. Duffy; *Appl. Opt.*, 1972, **11**, 1778.
- [2] Y. Y. Hung, C. E. Taylor; *Exp. Mech.*, 1974, **14**, 281.
- [3] F. P. Chiang; Proc. of Conference on Speckle Phenomena and Their Applications, Loughborough Uni. 1974, 27, 28 march.
- [4] R. P. Khetan, F. P. Chiang; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, 2205.
- [5] Ming-Yi Chen *et al.*; *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**, 1754.
- [6] J. W. Goodman; Statistical Properties of Laser Speckle Patterns, p. 38~39.
- [7] E. Archbold *et al.*; *Opt. Acta*, 1970, **17**, 883.
- [8] A. E. Ennos; Optical Fingerprinting with the Laser for Engineering Measurement, Proc. of a Conference Held at the Uni. of Strathclyde, April 1975.
- [9] C. M. Vest; *Holographic Interferometry*, p. 399, John Wiley & Sons, 1979.