中国激光
第 11 卷 第 2 期

自由电子激光器输出性能的研究

雷仕湛 江 惠

（中国科学院上海光机所）

提要：研究了自由电子激光器的输出功率，指出红外波段的自由电子激光器将较紫外波段器件容易获得高功率输出；讨论了相对论电子束的脉冲宽度和共振腔透过率的选择，获得了超辐射输出的工作条件；讨论了相对论电子束能量发散度 $\Delta r_0/r_0$ 对激光能量转换效率的影响。

Investigation of output performances of free electron lasers

Lei Shizhan, Jiang Hui

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: The study of power output from free electron lasers (FEL) has shown that to gain higher output power the FEL at infrared region is better than those at the ultraviolet. Superradiation generation, operational conditions have been obtained in which the pulse width of the relativistic electron beam and the transmission of resonator eavity were studied The effect of energv divergency of the relativistic electron beam $\frac{\Delta r_0}{r_0}$ on the energy conversion efficieney has also been discussed.

一、激光振荡功率

假定相对论电子束是沿 z 轴方向传播。摆动器的空间周期长度为 λ_g，横向磁场的振幅为 B_0。磁场方向是沿 y 轴方向，沿 z 轴方向作周期变化（见图 1），即摆动器的磁场 $\boldsymbol{B}$ 是取下面的形式：

$$\boldsymbol{B}=\left(0,\ B_0\sin\frac{2\pi}{\lambda_g}z,\ 0\right) \tag{1}$$

相对论电子束进入摆动器时的能量是 $m_0r_0c^2$，能量的发散度 $\delta=\Delta r_0/r_0$，其中 r_0 是

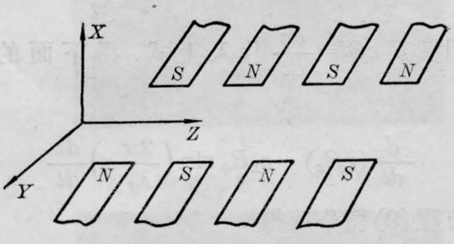

图 1 空间周期磁场

相对论因子 r

$$r=(1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

在 $\beta=\beta_0$ 时的数值，$\beta_0=\frac{v_0}{c}$，v_0 是相对论电

收稿日期：1983 年 2 月 16 日。

子进入摆动器时的运动速度，c 是光速。m_0 是电子的静止质量。因为 m_0c^2 是常数，因此，下面我们简单地把 r_0 称作相对论电子的初始能量。

相对论电子在摆动器内的运动规律和能量变化由下面的洛仑兹运动方程描述：

$$\frac{d}{dt}(r)=-c_1\beta_x E \tag{2}$$

$$\frac{d}{dt}(r\beta_x)=-c_1(E-c\beta_z B) \tag{3}$$

$$\frac{d}{dt}(r\beta_y)=0 \tag{4}$$

$$\frac{d}{dt}(r\beta_z)=-c_1c\beta_x B \tag{5}$$

上面诸公式中的 c_1 是常数，$c_1=|e|/m_0c$，e 是电子的电荷。$\beta_x=v_x/c$，$\beta_y=v_y/c$，$\beta_z=v_z/c$，v_x、v_y、v_z 分别是相对论电子沿 x 轴、y 轴、z 轴方向运动的速度。磁场 B 的形式是：

$$B=\left(B_0\sin\frac{2\pi}{\lambda_g}z+\frac{E_s}{c}\cdot\cos\left[w_s\left(t-\frac{z}{c}\right)+\varphi\right]\right)\boldsymbol{e}_y \tag{6}$$

这里的 E_s 是相对论电子辐射场中的电场振幅：

$$E=E_s\cos\left[w_s\left(t-\frac{z}{c}\right)+\varphi\right]\boldsymbol{e}_x \tag{7}$$

式中的 φ 是初位相常数。考虑到 $cB_0>E_s$ 的条件，公式(3)就可以近似地写成：

$$\frac{d}{dt}(r\beta_x)\approx c_1c\beta_z B_0\sin\frac{2\pi}{\lambda_g}z \tag{8}$$

利用关系 $c\beta_z=\dfrac{dz}{dt}$ 代入上式，得下面的方程：

$$\frac{d}{dt}(r\beta_x)=c_1B_0\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_g}z\right)\frac{dz}{dt} \tag{9}$$

由方程(9)积分后得：

$$r\beta_x=-c_1B_0\frac{\lambda_g}{2\pi}\left(\cos\frac{2\pi}{\lambda_g}z-1\right) \tag{10}$$

将(2)式两边乘相对论因子 r，并利用关系(10)，以及利用电场 E 的表达式后，我们便可以求得相对论电子在摆动器中的能量变化规律：

$$\frac{d}{dt}r^2=-A[E-f(r,z,t)] \tag{11}$$

其中的参数 A 和函数 $f(r、z、t)$ 分别为

$$A=2c_1^2B_0\frac{\lambda_g}{2\pi}$$

$$f(r、z、t)=\frac{1}{2}[E_s\cos(u+\psi+\phi)+E_s\cos(u-\psi+\phi)]$$

$$u=w_s\left(t-\frac{z}{c}\right)$$

$$\psi=\frac{2\pi}{\lambda_g}z$$

假定共振腔内单程功率损失因子为 α，相对论电子束的电流密度为 J_e。那么，在共振腔内的辐射强度 I 的变化规律可以由下面的式子描述：

$$\frac{dI}{dt}=-\frac{m_0c^2}{ev_0}J_e\frac{dr}{dt}-\alpha I \tag{12}$$

在满足相位匹配的条件下，相对论电子的 r 值为[5]：

$$r=r_0-\frac{AE_s}{4r_0}t \tag{13}$$

由(13)式可以求得摆动器内相对论电子的 r 值与辐射场强 E_s 的关系：

$$\frac{dr}{dt}=-\frac{A}{r_0}t\frac{dE_s}{dt}-\frac{A}{r_0}E_s \tag{14}$$

辐射场的电场振幅 E_s 与辐射强度 I 的关系是：

$$I=\frac{c}{4\pi}E_s^2 \tag{15}$$

把关系(14)和(15)代入(12)式后得：

$$\frac{2c}{4\pi}E_s\frac{dE_s}{dt}=\frac{M_0c^2}{e}J_e\frac{A}{r_0}t\frac{dE_s}{dt}+\frac{m_0c^2}{ev_0}J_eAE_s-\frac{\alpha c}{4\pi}E_s^2$$

或者写成：

$$E_s\left(\frac{Aa}{r_0}-\frac{\alpha cE_s}{4\pi}\right)\frac{dt}{dE_s}+\frac{aAt}{r_0}=\frac{2cE_s}{4\pi} \tag{16}$$

其中 a 值为：

$$a=\frac{m_0c^2J_e}{ev_0}$$

解方程(16)后便可以求得电场 E_s 与时间 t

的关系：

$$E_s=\frac{2\pi\alpha A}{r_0c\left(\alpha+\frac{r_0}{aAt}\right)} \tag{17}$$

把 A 和 a 的值代入(17)，经整理后便可得到在摆动器内的相对论电子辐射电场 E_s 与电子束参数、摆动器参数的关系：

$$E_s=\frac{2eJ_e\lambda_gB_0}{v_0^2r_0m_0c\left(\alpha+\frac{\pi r_0m_0v_0}{J_e\lambda_gB_0et}\right)} \tag{18}$$

假定共振腔输出激光一端反射镜的透过率为 T，那么激光器的输出功率 I_{out} 是：

$$I_{out}=T\cdot I=T\cdot\frac{c}{4\pi}E_s^2$$

$$=\frac{e^2J_e^2\lambda_g^2B_0^2T}{v_0^2r_0^2m_0^2c\pi\left(\alpha+\frac{\pi r_0m_0v_0}{J_e\lambda_gm_0et}\right)^2} \tag{19}$$

设 α' 是除共振腔反射镜的透射损失之外的其他能量损失因子，那么输出功率 I_{out} 是：

$$I_{out}=\frac{e^2J_e^2\lambda_g^2B_0^2T}{v_0^2r_0^2m_0^2c\pi\left(\alpha'+T+\frac{\pi r_0m_0v_0}{J_e\lambda_gm_0et}\right)^2} \tag{20}$$

根据(20)式，对于给定的相对论电子束、摆动器以及激光器共振腔，我们便可以估计出由它们建立起来的自由电子激光器可能输出的功率水平。第一台康普顿型自由电子激光器的工作参数和实验得到的激光平均功率分别是[1]：电子束平均电流强度为132微安，$r_0=85$，电子束脉冲时间是85毫微秒，摆动器的空间周期长度 λ_g 是3.2厘米，摆动器的磁场强度是2.4千高斯，共振腔透过率 $T=1.5\%$。实验得到的平均输出功率是0.36瓦。根据这些参数，由公式(20)计算得到的输出功率是0.67瓦(计算时取腔内损耗 $\alpha'=1.5\%$)。实验结果和计算的结果基本上相一致。

从(20)式我们看到，从获得高功率的观点出发，采用能量低(即 r_0 小)、电流密度高的相对论电子束有利。也就是说，红外波段的自由电子激光器，将可以比紫外波段的自由电子激光器获得高一些的输出功率水平。

二、相对论电子束脉冲宽度和共振腔透过率的选择

大多数自由电子激光器所用的是脉冲电子束，在这种工作条件下，公式(20)中的时间 t 就是电子束的脉冲宽度 Δt，即在这种条件下，激光器的输出能量 I_{out} 是

$$I_{out}=\frac{e^2J_e^2\lambda_g^2B_0^2T}{v_0^2\pi r_0^2m_0^2c\left(\alpha'+T+\frac{\pi r_0m_0v_0}{J_e\lambda_gB_0e\Delta t}\right)^2} \tag{21}$$

当电子束的参数以及摆动器、共振腔参数之间满足下面的关系时，激光器的输出功率达到它的最大输出功率：

$$\Delta t\gg\frac{r_0m_0\pi v_0}{B_0e\lambda_g(\alpha'+T)J_e} \tag{22}$$

激光器最大输出功率 $I_{最大}$ 是：

$$I_{最大}=\frac{\lambda_g^2e^2B_0^2J_e^2T}{v_0^2\pi r_0^2m_0^2c(\alpha'+T)}\approx\frac{\lambda_g^2e^2B_0^2J_e^2}{\pi r_0^2m_0^2cv_0} \tag{23}$$

从(22)式我们看到，采用空间周期长度 λ_g 比较长、磁场强度比较高的摆动器；或者采用电流密度比较高的相对论电子束，激光器也就比较容易达到它的极大输出功率水平。

共振腔输出反射镜的透过率 T 增加，有利于增加输出到腔外的辐射比例，但相应地减低了在腔内的辐射强度。所以，共振腔输出反射镜的透过率 T 是存在一个恰当的数值，使得激光器输出的功率达到最大数值。由(21)式我们可以求得最恰当的透过率 $T_{最佳}$ 是：

$$T_{最佳}=\alpha'+\frac{\pi r_0m_0v_0}{J_e\lambda_gB_0e\Delta t} \tag{24}$$

如果激光器所用的电子束和摆动器的参数选择得恰当，就有可能使腔内的辐射从腔的一端传播到另外一端的时候，它们的参数满足了如下的关系：

$$\alpha'>\frac{\pi r_0m_0cv_0}{J_e\lambda_gB_0el} \tag{25}$$

那么，不需要共振腔的反馈作用，激光器就达到了它的极大输出功率水平，即激光器处在

超辐射工作状态。这里的 α' 主要就是光辐射在摆动器内部的衍射损失，l 是共振腔的长度。举例来说，假定 $r_0=10$，摆动器的磁场强度是 2 千高斯，空间周期长度 λ_g 为 3 厘米，共振腔长度取 3 米，衍射损失 $\alpha'=1\%$。按照公式(25)进行计算，当相对论电子束的电流密度达到 30 毫安/厘米^2，或者是电子束的电子密度达到 6.2×10^6/厘米^3，自由电子激光器就出现超辐射。

三、$\Delta r_0/r_0$ 的影响

前面我们的讨论都是在假定所有的电子具有相同的能量，即能量分散度 $\delta=\Delta r_0/r_0=0$ 的条件下进行的。但在实际上使用的相对论电子束，能量发散度 $\Delta r_0/r_0$ 并不等于零，由此将会导致相对论电子的运动与摆动器泵浦场之间出现附加的相位差。

设 $q=u-\psi$，那么相位差 q 的变化量 Δq 为：

$$\Delta q=\frac{\partial q}{\partial r}\Delta r+\frac{\partial q}{\partial t}\Delta t \tag{26}$$

我们可以通过设计摆动器的磁场强度 B_0 或者周期长度 λ_g 沿 z 轴方向渐变的工作方式[2,3]，让 $\frac{\partial q}{\partial t}=0$。于是，相位变化就决定于电子束能量的变化，即

$$\Delta q=\frac{\partial q}{\partial r}\Delta r \tag{27}$$

相对论电子的能量变化 Δr 是：

$$\Delta r=\frac{\partial r}{\partial r_0}\Delta r_0+\frac{\partial r}{\partial t}\Delta t \tag{28}$$

根据(11)式，我们可以分别求得变化率 $\frac{\partial r}{\partial r_0}$ 和 $\frac{\partial r}{\partial t}$：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial r}{\partial r_0}&=\frac{r_0}{r}\\ \frac{\partial r}{\partial t}&=-\frac{AE_s}{2r}\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

把(29)式代入(28)式之后便得：

$$\Delta r=\frac{r_0^2}{r}\left(\frac{\Delta r_0}{r}\right)-\frac{AE_s\Delta t}{2r} \tag{30}$$

从(30)式我们看到，随着在摆动器内辐射场 E_s 的增大，相对论电子运动的相位与摆动器磁场的相位差在逐渐地减小(即出现聚束现象)。在辐射场的电场强度振幅达到一定数值 E_k 时，相位差 $\Delta q=0$，亦即相对论电子的运动与泵浦场达到了完全相位匹配。在这种条件下，激光器的能量转换效率最高。由(30)式我们可以求得辐射场的 E_k 值：

$$E_k=\frac{2\pi r r_0^2 m_0^2 c^2}{B_0\lambda_g e^2\Delta t}\left(\frac{\Delta r_0}{r_0}\right) \tag{31}$$

倘若在腔内的辐射场电场强度按式(17)计得的数值，比由公式(31)决定的数值低，那么，显然相对论电子束中就只有一部分电子能够满足相位匹配。也就是说，在这种工作条件下，相对论电子束的能量发散度对激光器的能量转换效率有影响，采用能量发散度 $\Delta r_0/r_0$ 小的电子束，能够提高自由电子激光器的能量转换效率。R. K. Parker 等人采用 $\Delta r_0/r_0$ 比以往实验用的电子束高得多的电子束做实验，能量转换效率提高了接近 2 个数量级[4]。

如果自由电子激光器的工作参数选择得是这样，使按(19)式算得的辐射场电场强度比按(31)式的要求高，那么，显然采用能量发散度大的相对论电子束，将可以获得较高输出功率。

参 考 文 献

[1] Deacon D. AG. *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1977, **38**, 892.

[2] H. Bochmer *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **48**, 141.

[3] 雷仕湛等;(待发表)。

[4] R. K. Parker *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **48**, 238.

[5] 王润文，雷仕湛;《中国激光》，1983, **10**, No. 7 385