中国海党

第11卷第3期

激光腔振荡特性的研究

金德运 陈世正 黄国松

(中国科学院上海光机所)

提要 本文从理论上分析了线性变换 Attes 本征值、本征矢量的物理意义,讨论 了激光腔的振荡特性,阐明了不同类型腔的区别及其联系,指出了高斯驻波腔向点光 束行波腔过渡的本质,最后比较了实验结果。

Study on oscillation characteristics of laser resonators

Jin Deyun, Chen Shizheo, Huang Guosong

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: In this paper we analyse the physical meaning of the eigenvalues and eigenvectors of the linear-transformation and discuss the oscillation characteristics of the resonator, explain the differences and relationship among various types of the resonators and indicate that the variation from the Gaussian standing-wave resonator to the point-light-beam travelling-wave one is a radius change of the spotsize at the output mirror of the resonator from a finite value to an infinite one in substance. Finally the experimental results are compared with the above-mentioned theory.

对于含有类透镜介质的低损耗腔、临界 腔与高损耗腔,不少作者进行过讨论^{[1~33},但 对它们的区别及其联系,却分析得很少。在 近轴近似下,激光腔对光线矢量的线性变换 是以激光腔往返矩阵 *A*₄₈₈ 来表征,本文从理 论上分析了线性变换 *A*₄₈₈ 本征值、本征矢量 的物理意义,讨论了不同类型腔的区别及其 联系。

一、本征方程与本征光矢

在近轴近似下,激光腔内的光束可以用 光线矢量-光线离开腔轴的位移 r 及其斜率 r'组成的列阵 $\binom{r}{r'}$ 来表示。含有类透镜介质 的激光腔结构如图1所示。设腔内介质的光 线传输矩阵 \mathscr{A}_{fm} 为:

$$\mathscr{A}_{\mathrm{ff}} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

显然,与一定泵浦功率相应的介质热焦距 f_T 及其主平面 h_1 、 h_2 由 \mathcal{A}_{for} 的矩阵元所确 定:

$$f_{T} = -1/\gamma$$

$$h_{1} = (\delta - 1)/r$$

$$h_{2} = (\alpha - 1)r_{o}$$

收稿日期: 1983年2月16日。

.159.



图1 含有类透镜介质的激光腔

设 R₁、R₂为输出腔镜、全反射腔镜的曲率半 径, a₀、b₀为介质端面至前、后腔镜的距离。 应用矩阵运算规则,不难得到腔内光束单程、 往返传输矩阵为:

式中

$$\begin{cases} G_1 = A_0 - B_0 / R_1 \\ G_2 = D_0 - B_0 / R_2 \end{cases}$$
(3)

(2)

 $\mathscr{A}_{#a}$ 是激光腔的特征矩阵。本征光线 矢量 $\begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix}$ 满足本征方程:

$$\mathscr{A}_{\mathfrak{tes}} \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix} \quad (4)$$

设 g = (A+D)/2,不难求得方程(4)的本征 值 M 与本征光矢 $\begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix}$ 分别为:

$$M_{p,n} = g \pm \sqrt{g^2 - 1} \qquad (5)$$

$$\binom{r}{r'} = \binom{r}{r'R_{p,n}r} = \binom{R_{p,n}r'}{r'} \qquad (6)$$

式中脚标 p、n 分别对应于(5) 式根号前的正 号与负号。 $R_{p,n}$ 由下式确定:

 $R_{p,n} = \frac{M_{p,n} - D}{C} = \frac{B}{M_{p,n} - A}$ (7)

根据线性变换理论,本征值 *M*_{p,n} 具有如下性 质.

$$M_p \cdot M_n = \det \mathcal{A}_{\texttt{HS}} = 1$$

$$M_p + M_n = T_r \mathcal{A}_{\texttt{HZ}} = 2g$$

(4)~(7)式的结果表明:对于确定的 A (#28, 存在两个本征值与两个本征光矢。

在近轴近似下, $R_{p,n} = r/r'$ 为光束波阵面的曲率半径, 故称 $R_{p,n}$ 为本征波面曲率半径。利用(2)、(3)、(5)、(7)式得到:

$$\frac{1}{R_{p,n}} = \frac{M_{p,n} - A}{B} = \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_c}$$
(8)

式中

$$c = B/\sqrt{g^2 - 1} \tag{9}$$

显然, R_o 由矩阵元A、B、D所唯一确定。 曲度 $|R_c^{-1}|$ 表征本征波面与输出腔镜的曲度 差。

R

为方便起见,暂略去脚标p、n。设 $\binom{r_{\text{in}}}{r_{\text{in}}/R_{\text{in}}}$ 为初始本征光矢,那么往返一次后 输出的本征光矢 $\binom{r_{\text{out}}}{r_{\text{out}}/R_{\text{out}}}$ 满足本征方程 (4).

$$\binom{r_{\text{out}}}{r_{\text{out}}/R_{\text{out}}} = \binom{A \ B}{C \ D} \binom{r_{\text{in}}}{r_{\text{in}}/R_{\text{in}}}$$

由上式很容易得到:

$$R_{\rm out} = \frac{A R_{\rm in} + B}{O R_{\rm in} + D} \tag{10}$$

不难验证:对于以 *A*^{#28} 为其特征矩阵的 任意光学系统,(10)式亦成立。因此, *R*_{p,n} 通 过以往返矩阵表征的光学系统,遵循 *ABCD* 定律。

二、高斯驻波腔与点光束行波腔

g值的大小决定了本征值 $M_{p,n}$ 与本征 波面曲率 $R_{p,n}$ 的取值(见(5)式),因而也区 别了不同类型的激光腔。

1. |g| <1。 M_{p,n} 与 R_{p,n} 均取复数形式:

$$\begin{cases} M_{p,n} = g \pm i \sqrt{1 - g^2} \\ \frac{1}{R_{p,n}} = \frac{1}{R_1} \pm i \frac{\alpha_1}{W_1} \end{cases}$$
(11)

.160 .

腔 类 型	g <1	g > 1	g =1				
			$G_1 = G_2 = 0$	$G_1 \neq 0, G_2 = 0$	$G_1 = 0, G_2 \neq 0$	$G_1G_2 = 1$	
本征值 $M_{p,n}$	$g\pm i\sqrt{1-g^2}$	$g \pm \sqrt{g^2 - 1}$	-1	-1	-1	1	
本征波面曲度 ^{R-1} _{p,n}	$rac{1}{R_1}\pm irac{lpha_1}{W_1}$	$\frac{M_{p,n}-A}{B}$	$\frac{1}{B_1}+i\frac{1}{B_0}$	$-\frac{1}{R_1}+i\infty$	$\frac{1}{R_1}$	$\frac{1}{R_1}$	
输出波面曲率 <i>R</i>	R1 PAGE A	R _{p,n}	R ₁	R ₁	R ₁	R ₁	
输出光斑 W1	$\left(\frac{\lambda B_0}{\pi}\sqrt{\frac{G_2}{G_1(1-G_1G_2)}}\right)^{1/2}$	00	$\left(\frac{\lambda B_0}{\pi}\right)^{1/2}$	0	∞	∞	
输出束散角 α1	$\frac{\lambda}{\pi W_1}$	衍射极限	$\left(\frac{\lambda}{\pi B_0}\right)^{1/2}$	∞	衍射极限	衍射极限	
腔振荡特性	高斯驻波腔	点光束行波腔	高斯驻波腔	高斯驻波腔	点光束行 波腔	点光束行 波腔	

表1 不同类型腔的本征参数及其输出特性

式中 α₁、W₁为本征光束离开输出镜时的基 模束散角及其光斑半径,并由下式确定^[1]:

 $\begin{cases} W^{2} = (\lambda B_{0}/\pi) [G_{2}/G_{1}(1-G_{1}G_{2})]^{1/2} \\ \alpha_{1} = \lambda/\pi W_{1} \end{cases}$

(12)

(11)式的结果表明: $R_{p,n}^{-1}$ 的实部表征输出光 束波面曲度(即输出镜曲度 R_{1}^{-1}),虚部表示 输出束散角 α_{1} 与光斑半径 W_{1} 之比。由于 $|M_{p,n}|=1$,表明本征光矢往返后位移及斜 率的绝对值不变,故为驻波腔。谐振腔衍射 理论分析表明^[11]: |g|<1腔的本征光束场分 布为高斯型。因此,称|g|<1激光腔为高斯 驻波腔。

2.
$$|g| > 1_{\circ} M_{p,n}, R_{p,n}$$
均取实数:

$$\begin{cases}
M_{p,n} = g \pm \sqrt{g^2 - 1} \\
R_{p,n} = B/(M_{p,n} - A)
\end{cases}$$
(13)

由(4)式可知,本征值 $M_{p,n}$ 表征了本征光矢 往返一次后位移及斜率的几何放大率。本征 光矢为实矢量。 $|M_{p,n}| \neq 1$,表明本征光矢 往返后位移与斜率被放大或缩小 M 倍。理 论分析表明^[33]:|g| > 1 腔的本征光矢为行 波,本征波面为球面。因此,称|g| > 1激光 腔为点光束行波腔。

3.
$$|g| = 1_{\circ} M_{p,n}, R_{p,n}$$
取如下形式:
 $\begin{cases} M_{p,n} = \pm 1 \\ R_{p,n} = B/(\pm 1 - A) \end{cases}$
(14)

因为对|g|=1激光腔,矩阵元 A、 B有可能 取零值,故情况比较复杂。表1给出|g|=1激光腔的分析结果: $G_1=G_2=0$ 与 $G_1\neq 0$ 、 $G_2=0$ 激光腔为高斯驻波腔, $G_1 \cdot G_2=1$ 与 $G_1=0$ 、 $G_2\neq 0$ 激光腔为点光束行波腔。

基于以上的分析,可以将激光腔的输出 波面曲率半径 R 及光斑半径 W₁表示为:

$$R = \begin{cases} R_{1} & |g| < 1 \\ R_{p,n} & |g| > 1 \\ \end{bmatrix}$$

$$W_{1} = \begin{cases} \left(\frac{\lambda B_{0}}{\pi} \sqrt{\frac{G_{2}}{G_{1} (1 - G_{1} G_{2})}}\right)^{1/2} & |g| < 1 \\ \infty & |g| > 1 \end{cases}$$

图 2 给出 $M_{p,n}$ 、 $R_{p,n}^{-1}$ 随参数 g 变化的函 数曲线。当 g 从 -5 到 5 范围变化时, 腔结构 相应经历了点光束行波腔一高斯驻波腔一点 光束行波腔的变化。结果表明: (1) 当 |g| < 1 时, $\alpha_1/W_1 = \sqrt{1-g^2}/B$ 与矩 阵元 A、B、 D 有关, W_1 随 |g| 增大而增大。 当 |g| >1 时, $\alpha_1/W_1 = I_n \left(\frac{1}{R_{p,n}}\right) = 0$, 即 $W_1 \rightarrow \infty$, $\alpha_1 \rightarrow$ 衍射极限。由此表明:高斯驻波腔向点光束 行波腔过渡实质上反映了光斑半径 W_1 从有 限向无限变化的过程。(2) 当 |g| =1 时, $M_{p,n}$ 、 $R_{p,n}^{-1} \sim g$ 曲线均出现拐点, 物理上反映 了光斑半径 W_1 由有限到无限的 跳变, 高斯 光束向点光束的本征振荡模的突变。对



(a) 本征值 M_n, 随 g 变化的曲线



(b) 本征波面曲率 R_p,m 随 g 变化的曲线
 图 2 本征值 M_p,n、本征 波 面 曲 率
 R_p,n 随 g 变化的曲线

|g|=1临界腔的复杂情况,见表1给出的定量结果。(3)与 M_p 、 M_n 相应的高斯驻波腔为互为共轭腔。本征光矢为共轭复矢量。 (4)与 M_p 、 M_n 相应的点光束行波腔表征了本征光矢的位移和斜率往返一次后经历放大或缩小两种不同情况(见图 2(a))。

三、动态输出特性

激活介质在光泵感应下具有平方律型的 折射率分布:

$$n(r) = n_0 - n_2 r^2/2$$

式中 no 为"冷"折射率, no 为与热 畸变 有关的常数。r 为介质的径向坐标。光束 通过 介质的传输矩阵 Ang 为:

$$\mathscr{A}_{\mathfrak{f}\mathfrak{H}} = \begin{pmatrix} \cos\Theta & (d/n_0 \,\Theta)\sin\Theta \\ - (n_0 \,\Theta/d)\sin\Theta & \cos\Theta \end{pmatrix}$$
(16)

式中 $\Theta = d\sqrt{n_2/n_0}$, d为介质长度。 通常情况下, $\Theta < 1$, 故上式可化简为:

$$\mathscr{A}_{\text{AB}} \approx \begin{pmatrix} 1 - h/f_T & 2h \\ -1/f_T & 1 - h/f_T \end{pmatrix} \quad (16)'$$

式中 $h=d/2n_0$ 。在激光器的实际运转中,介 质热焦距的起伏、腔长的变化…往往是难以 避免的。设x为腔的扰动变量,并将(3)式表 示为x的显函数形式:

$$\begin{cases} G_1 = \xi_1 - \eta_1 x \\ G_2 = \xi_2 - \eta_2 x \end{cases}$$
(17)

表 2 给出不同扰动变量 x 时, ξ_i 、 η_i (i=1, 2) 的表示式。表中 $a=a_0+h, b=b_0+h_o$

基于第一、二节的分析可知,激光腔本征 波面曲率半径 $R_{p,n}$ 表征了振荡光束的输出 特性。因此,激光腔的动态输出特征,实质上 就是 $R_{p,n}$ 随腔扰动变量 x 的变化。激光腔 能否有稳定输出特性,取决于 $R_{p,n}$ 对 x 变化 的灵敏性。由 $dR_{p,n}/dx=0$,得到激光腔输

x	f_T^{-1}	a	Ъ	R_1	R_2
ξi	$\xi_1 = 1 - \frac{a+b}{B_1}$	$\xi_1 = 1 - \frac{b}{f_T} - \frac{b}{R_1}$	$\xi_1 = 1 - \frac{a}{R_1}$	$\xi_1 = 1 - \frac{b}{f_T}$	$\xi_1 = G_1$
	$\xi_2 = 1 - \frac{a+b}{R_2}$	$\xi_2 = 1 - \frac{b}{R_2}$	$\xi_2 = 1 - \frac{a}{f_T} - \frac{a}{R_2}$	$\xi_2 = G_2$	$\xi_2 = 1 - \frac{a}{f_T}$
ηι	$\eta_1 = b \left(1 - \frac{a}{R_1} \right)$	$\eta_1 = \left(1 - \frac{b}{f_T}\right) \frac{1}{R_1}$	$\eta_1 = \frac{1}{f_T} + \frac{1 - a/f_T}{R_1}$	$\eta_1 = B_0$	$\eta_1 = 0$
	$\eta_2 = a \left(1 - \frac{b}{R_2} \right)$	$\eta_2 = \frac{1}{f_T} + \frac{1 - b/f_T}{R_2}$	$\eta_2 = \left(1 - \frac{a}{f_T}\right) \frac{1}{R_2}$	$\eta_2 = 0$	$\eta_2 = B_0$

表2 不同腔变量时 ξ_i、η_i的表示式

• 162 •

出的不灵敏方程为(见附录):

$$g = -\frac{\eta + K}{\beta - K} \tag{18}$$

式中 $\eta = \eta_2/\eta_1$, $K = \eta_3 G_2/\eta_1 B_0$, $\beta = G_2/G_{1\circ}$ 当以 f_T^{-1} 为扰动变量时, $a \rightarrow 0$, 即 $\eta = K = 0$, (18)式简化为g = 0, 亦即 $G_1 G_2 = 1/2$ 。这就 是文献(4)给出的热不灵敏条件。

四、实验结果

表3给出三种不同类型激光腔的结构参数、介质热焦距 fr 及其输出特性的 测量结果^[2,4,7]。为应用以上理论分析所得的结果,我们选取热焦距 fr 为激光腔的扰动变量,图 3~5 分别给出这三种激光腔的本征值 M、输出波面曲率 R 及其光斑半径 W₁ 随 fr 变化的理论曲线。

文献[2]给出 20次/秒、相应的介质热焦 距 $f_r=3$ 米(输入功率为4.2千瓦)时,非稳腔 输出能量 200毫焦耳的实验结果。但图 3 的 特性曲线表明:由于介质热效应的影响,输出 波面曲率 $R \neq \infty$,可见,原共焦非稳腔结构已 经畸变为非共焦型。根据热稳条件设计得到 14次/秒的热稳基模腔,在 $f_r=1.8$ 米(泵浦 功率 2.8千瓦)时,稳定基模运转,输出能量 0.54 焦耳^[4]。此结果与图 4 给出的动态特性 曲线是完全一致的。表 3 给出其热稳输出的 定量计算结果。图 5 的结果表明:当 $f_r\approx50$ 厘米时,输出比较稳定。实验结果^[7]:输入功 率 7.25 千瓦(相应 $f_r\approx55$ 厘米)时,基模束



散角 $\alpha_1 = 0.46$ 毫 弧 度,多 模 束 散 角 $\alpha_1^{(l)} = 1.58$ 毫弧度。输出稳定性: $\Delta \alpha_1^{(l)} / \Delta p_{in} < 6 \times 10^{-4}$ 毫弧度/瓦。确认了理论分析给出的结果 是正确的。

序号	腔结构参数			热效应		th 111 112 Ah	er th	
	a(厘米)	b(厘米)	R1(厘米)	R2(厘米)	$P_{in}(千瓦)$	$f_T()()$ 用米)	和1111111111111111111111111111111111111	又服
1	48.1	15.1	-58.0	176.0	4.20	300	20 次/秒; YAG: \$\$\$\$ \$\$\$\$ \$\$\$\$\$ \$	[2]
2	20.0	70.0	161.0	-17.0	2.80	180	14次/秒; YAG: <i>φ</i> 5×75 输出能量: 0.54 焦耳(TEM ₀₀)	[4]
3	14.0	36.0	~	-30.0	7.25	55	连续; YAG:φ5×90 输出功率: 35 瓦;α ^φ =1.6 毫弧度	[7]

表3 不同类型激光腔的结构参数及其实验结果

. 163 .





附录 不灵敏方程(18)的推导

本征波面曲率半径 Rp,n由下式确定(见(8)式):

$$\frac{1}{R_{n,n}} = \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_c}; \ R_c = \frac{B}{\sqrt{q^2 - 1}}$$

对确定结构的激光腔,输出腔镜曲率 B1 是不随扰动

变量 x 而变化的。因此,当 $dB_c/dx=0$,则 $dR_{p,n}/dx=0$ 成立。设 $B_0=\xi_3-\eta_3 x$,注意到 $B=2B_0G_2$, $g=(A+D)/2=2G_1G_2-1$,利用(17)式得到:

$$\frac{dR_{\circ}}{dx} = \frac{1}{\sqrt{g^2 - 1}} \left(\frac{dB}{dx} - \frac{Bg}{g^2 - 1} \frac{dg}{dx} \right) \quad ($$
 [] 1)

$$\frac{aB}{dx} = -2(\eta_3 G_2 + \eta_2 B_0)$$
 (附 2)

$$\frac{dg}{dx} = -2(\eta_1 G_2 + \eta_2 G_1)$$
 (附 3)

由 dR_c/dx=0 并利用(附 2)、(附 3)式,得到:

$$\frac{g}{g^2-1} = \frac{1}{B} \frac{\eta_3 G_2 + \eta_2 B_0}{\eta_1 G_2 + \eta_2 G_1}$$
$$= \frac{1}{2G_1 G_2} \frac{\eta_3 / B_0 + \eta_2 / G_2}{\eta_1 / G_1 + \eta_2 / G_2};$$
$$\frac{g}{g-1} = \frac{\eta_3 / B_0 + \eta_2 / G_2}{\eta_1 / G_1 + \eta_2 / G_2};$$
$$\frac{1}{g} = \frac{\eta_3 / B_0 - \eta_1 / G_1}{\eta_3 / B_0 + \eta_2 / G_2}$$

令 $K = \eta_3 G_2 / \eta_1 B_0$, $\eta = \eta_2 / \eta_1$, $\beta = G_2 / G_1$, 由上式得 到不灵敏方程:

$$g = -\frac{\eta + K}{\beta - K}$$

参考文献

- [1] H. Kogelnik; BSTJ 1965, 44, 455.
- [2] D. Abdreou; UKAEA Rev. of Sci. Inst., 1978, 49 No. 5; 586.
- [3] A. E. Siegmen; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1976, QE-12, No. 1, 35.
- [4] J. Steffen et al.; IEEF J. Quant. Electr., 1972, QE-8, No. 2, 239.
- [5] J. Steffen; Opt. and Quant. Electr., 1975, No 1, 505.
- [6] 金德运; 《四川激光》, 1982, 3, No. 1, 39.
- [7] 金德运等;《激光》, 1980, 7, No. 11, 55.

(上接第169页)

我们用二个图 4 所给出的曝光点在 L₃ 和 L₄ 的后焦面上滤波,测得二块用 扫描曝 光法制备的三角相位光栅^[12] 的相关相干条 纹见图 11。其条纹的笔直程度直接反映二 个光栅的相位差异。

测量中二个光栅像之间的夹角必须精确 调节以保证其严格重合,否则将出现莫尔条 纹。相关相干条纹与莫尔条纹的区别在于前 者是由干涉的二束光的夹角决定而后者由二 个像的方位夹角决定。

参考文献

- [1] 王玉堂等; 《物理》1982, 11, No-1, 13.
- [2] Olof Bryngdahl; I. Opt. Sci. Ame., 63, 1098.
- [3] B. J. Thompson; Proc. SPIE, 1974, 46, 27.
- [4] J. W. 顾德门; «傅里叶光学导论», 科学出版社, 1976年 p. 98.
- [5] 明海等; 《激光》, 1981, 8, No. 7, 35.
- [6] 同[4], p. 165.
- [7] 郑师海等; 《激光》, 1981, 8, No. 2, 55.
- [8] 同[4], P. 166.
- [9] 王玉堂等;《激光》, 1981, 8, No. 1, 30
- [10] D. Casasent; Topics in Applied Physics, 23, Belin Heidelberg NeW York, 1978, p. 133.
- [11] L. P. Boivin; Appl. Opt., 1972, 11, 1782.
- [12] 王玉堂等; 《中国激光》, 1984, 11, No. 2, 78。

的完成了师仪派不能除任的。子教星教授 制定以可能。由于法教多其能是任而希望。 全面目前元件会成旨也是国家的。来用 考虑资源常的马利·马斯会成者和干涉的别。