

在横流放电激光器中的热效应讨论

郑承恩

(中国科学院上海光机所)

提要: 求解了在横流放电激光器中的一维热转移方程。讨论了放电功率密度、气流速度对气体密度分布、温度分布以及光学传播特性的影响。

Thermal effects in transverse-flow discharge gas lasers

Zheng Chengen

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: One dimensional heat-transfer equation for transverse-flow discharge lasers has been solved taking into account the gas flow. Based on the results, effects of both discharge power density and gas flow velocity on gas temperature distribution, gas density distribution and propagation property of optical beam through the discharge region are discussed.

引言

使激光器工作气体垂直于光轴快速流过放电区的技术是排除激光活性区废热的有效方法,它使某些类型的气体激光器在相对来说比较小的尺寸上获得了比较高的功率输出。为设计这类横向流动器件遇到这样一个问题,即对于确定的放电功率而言,应当选择多大的流动速度,放电产生的热能以怎样的规律影响描述流动气体状态的某些参量。本文以此为出发点,从一个侧面研究了气体放电热能对气体温度、密度以及光学特性的某些影响。

方 程

图1是横流激光器放电截面示意图。座标原点 O 置于放电中心,并令 x 座标方向沿着气流方向, z 座标方向沿激光腔光轴方向,而 y 方向沿放电电场方向。我们所关心的问题是在一定的气体放电功率水平下,求出描述气体状态的有关参数,讨论时作下列的简化近似。

首先忽略管壁与气流的热交换,这在流速 $v \gg \frac{2\lambda\Delta}{\rho C_p l^2}$ 时成立,这里 ρ 是气体密度, λ

收稿日期:1984年1月9日。

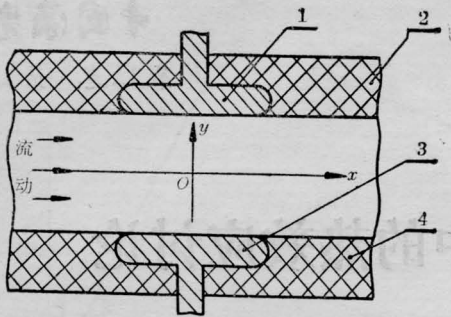


图1 放电区截面示意图

1, 3—放电电极; 2, 4—放电绝缘壁

与 C_p 分别是气体热导率与定压比热, 2Δ 是放电的典型宽度, $2h$ 是两电极间距。其次, 在实际的器件中总是设法使放电区内流场均匀, 因此可把问题作一维处理^[1]。第三作稳态情况处理, 即忽略各参量随时间的变化, 对连续放电泵浦这显然是正确的; 对重复率脉冲放电这意味着放电重复率 $f \gg \frac{v}{2\Delta}$ 。由此可写出方程^[2]:

$$v \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{W(x)}{\rho C_p}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \rho v S, \\ p &= \rho R T, \end{aligned}$$

式中 T 与 p 各为气体温度与压强; $W(x)$ 是转化为热能的气体放电功率密度; \dot{m} 是气体质量流速; S 是与流向垂直的流道截面积。由于横流器件内部总体积远大于放电体积, 故可认为 p 为常量; 另外也可认为 \dot{m} 是常量, 因为它完全由风机流量与器件内部充气压力决定。

由于放电功率的馈入, 热扩散效应与气体流动冷却效应, 气体温度在放电区附近按确定的规律分布。考虑到稳态运转条件, 可以认为在放电区上游充分远处, 气体温度近似与器件冷却器流出的气体温度 T_0 相同; 而在放电区下游充分远处, 气体应具有某一个大于 T_0 的恒定温度值, 亦即与流入冷却器的气体温度相同。由此可近似把方程组(1)的边值条件写为:

$$\begin{aligned} T|_{x \rightarrow -\infty} &= T_0, \\ T|_{x \rightarrow +\infty} &\text{有限。} \end{aligned} \quad (2)$$

方程的解与结果

定义特征长度

$$x_0 = \frac{2\lambda S}{m C_p}, \quad (3)$$

然后对方程组(1)作变换:

$$T = v(x) e^{x/x_0}, \quad (4)$$

得到:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{1}{x_0^2} v = \frac{-1}{\lambda} W(x) e^{-x/x_0}, \quad (5)$$

由此用待定系数法得方程(5)的解为:

$$\begin{aligned} v(x) &= A \operatorname{ch} \frac{x}{x_0} + B \operatorname{sh} \frac{x}{x_0} - \frac{x_0}{\lambda} \\ &\times \int_{-\infty}^x W(y) e^{-y/x_0} \operatorname{sh} \frac{x-y}{x_0} dy, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 A 与 B 为积分常数; 积分号内 y 为积分变量。把上式代入变换(4), 并应用边值条件(2), 可以得到方程解为:

$$\begin{aligned} T &= T_0 + \frac{x_0}{2\lambda} \int_{-\infty}^x W(y) dy + \frac{x_0}{2\lambda} e^{2x/x_0} \\ &\times \int_x^{\infty} W(y) e^{-2y/x_0} dy. \end{aligned} \quad (7)$$

为了进一步使上述结果具体化, 设放电功率密度为下列形式,

$$W(x) = \frac{W}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2/\Delta^2}, \quad (8)$$

式中 W 与 Δ 皆为常数。将(8)式代入(7)式, 最后可得:

$$\begin{aligned} T &= T_0 + \frac{x_0 W \Delta}{4\lambda} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\Delta} \right) \right] \\ &+ \frac{x_0 W \Delta}{4\lambda} e^{x^2/x_0^2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\Delta} + \frac{\Delta}{x_0} \right) \right] e^{2x/x_0}, \end{aligned} \quad (9)$$

式中

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy \quad (10)$$

是误差函数。定义函数:

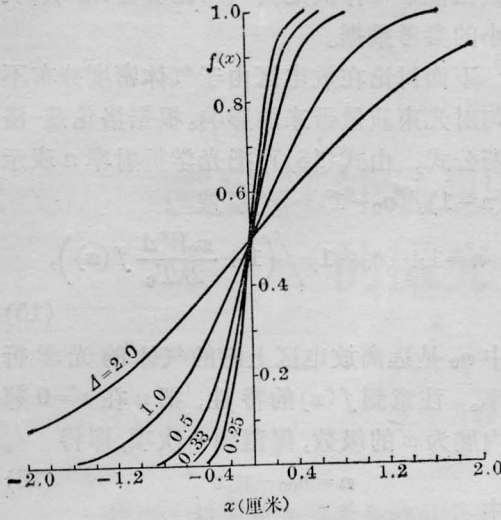


图2 在不同的参变量 Δ 的数值下, 函数 $f(x)$ 随 x 的变化
 $x_0 < 0.02$ 厘米

$$f(x) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\Delta} + \frac{\Delta}{x_0} \right) \right] \times e^{2x/x_0 + \Delta^2/x_0^2} + \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\Delta} \right) \right] \quad (11)$$

则式(9)可简单表示为:

$$T = T_0 + \frac{x_0 W \Delta}{2\lambda} f(x) \quad (12)$$

为方便起见, 图2列出了在 Δ 分别取值 0.25、0.33、0.5、1.0 以及 2.0 厘米时函数 $f(x)$ 随 x 的变化。计算表明, 在 $x_0 \leq 2 \times 10^{-2}$ 厘米的范围内, $f(x)$ 随 x_0 的变化极不敏感, 在这个 x_0 变化范围内, 皆用图2所示曲线表示。对于典型的 $\text{CO}_2/\text{N}_2/\text{He}$ 横流器件或者典型的 $\text{HCl}/\text{Xe}/\text{Ne}$ 器件而言, 由式(3)可知 x_0 的取值范围均小于 0.02 厘米。

由方程(1)与(12)可写出

$$v/v_0 = \rho_0/\rho = 1 + \frac{x_0 W \Delta}{2\lambda T_0} f(x) \quad (13)$$

式中 ρ_0 与 v_0 分别是远离放电区上游的气体密度与速度。

由式(12)与(13)可以求出在确定的放电功率密度水平时的温度、密度与速度的变化。图3分别是对于典型横流 CO_2 激光器与

XeCl 激光器的计算结果。计算中设放电功率密度参量 $W = 50$ 瓦/厘米³(见式(8)), 这分别相应于 CO_2 (10.6 微米, 千瓦级激光输出功率情况与 XeCl (3080 Å) 几十瓦激光输出功率平均情况*。由图3显见, 在离开放电区的下游, 气体的 T 、 ρ 、 v 均趋于确定的数值。实际上从式(12)与(13)以及函数 $f(x)$ 的渐近特性(见图2)亦可看出这种特点。即在 $x \gg \Delta$ 时, 分别有:

$$T \approx T_0 + \frac{x_0 W \Delta}{2\lambda}, \quad (14)$$

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\rho_0}{\rho} \approx 1 + \frac{x_0 W \Delta}{2\lambda T_0}.$$

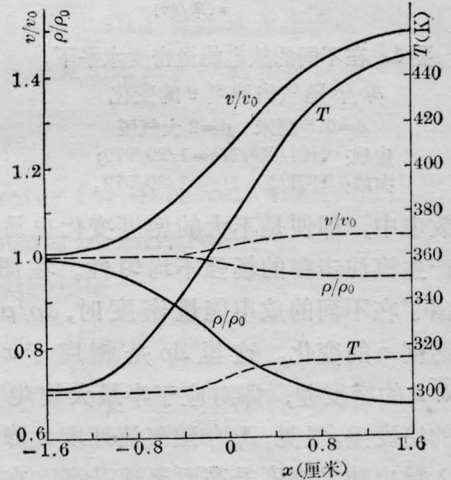


图3 气体的 v/v_0 、 ρ/ρ_0 以及温度 T 随 x 的变化

$W = 50$ 瓦/厘米³; $T_0 = 300\text{K}$
实线: $\text{CO}_2/\text{N}_2/\text{He} = 0.05/0.4/0.55$,
 $v_0 = 20$ 米/秒, $\Delta = 1$ 厘米, $P = 60$ 托;
虚线: $\text{HCl}/\text{Xe}/\text{Ne} = 1/20/979$,
 $v_0 = 10$ 米/秒, $\Delta = 0.5$ 厘米, $P = 2$ 大气压

在图3所示的数值例子中, 显见在放电区中心 XeCl^* 工作气体的温度、密度与速度的变化比 CO_2 工作气体小得多, 这主要是 XeCl^* 工作气压比 CO_2 的高一个数量级所致。由这些结果可以知道, 对 CO_2 横流激光器在选择气动等参数时, 首先注意的是不能使放电区温度过高, 而对准分子激光器则必须特别注意放电引起的密度变化, 因为在高

* 分别取激光效率 η 与有效放电体积 V 为 $\eta_{\text{XeCl}} = 1\%$, $\eta_{\text{CO}_2} = 10\%$, $V_{\text{XeCl}} = 10^2$ 厘米³, $V_{\text{CO}_2} = 400$ 厘米³。

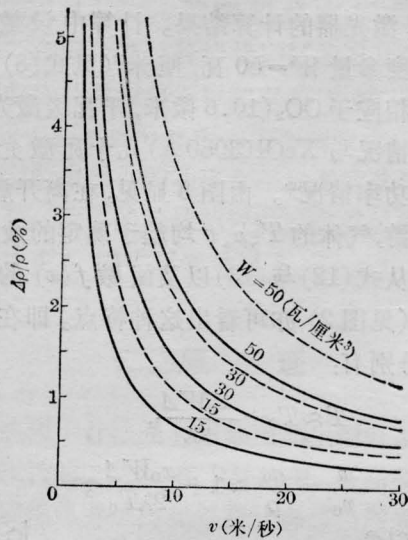


图4 在不同的放电能量密度水平下
 $\Delta\rho/\rho$ 随气流速度 v 的变化
 $\Delta=0.5$ 厘米 $p=2$ 大气压
 虚线: $\text{HCl}/\text{Xe}/\text{Ne}=1/20/979$;
 实线: $\text{HCl}/\text{Xe}/\text{He}=1/20/979$ 。

气压放电中, 即便是小的密度变化也易于导致产生流注击穿的场强不均匀性。在图4中给出了在不同的放电能量密度时, $\Delta\rho/\rho$ 随气流速度 v 的变化。这里 $\Delta\rho$ 是相应于 $x = \pm\sqrt{2}\Delta$ 的密度差, 即对应于半最大放电功率点的密度差。显然, $\Delta\rho/\rho$ 随气流速度 v 降低或输入放电功率密度升高而迅速升高。在同样的 v 与 W 的条件下, 用 He 稀释比用 Ne 稀释具有低得多的 $\Delta\rho/\rho$ 。过高的 $\Delta\rho/\rho$ 所引起的一个直接结果是使放电电极两侧的放电场强 E/N 不同, 这里 N 是气体粒子数密度, E 是两电极间的电场强度。近似有

$$\Delta\rho/\rho \simeq \Delta(E/N)/(E/N)。$$

这就使放电沿流向不均匀, 甚至引起气体放电击穿。确定造成流注击穿的临界密度差 ($\Delta\rho/\rho$) 是非常困难的, 因为它与多种因素有关, 特别是预电离程度、气体密度与成分、场强以及放电脉宽等。从静态高压准分子放电激光器所获得的经验表明, 当距离 ~ 2 厘米的两放电电极平行度失调超过范围 (0.5~1) 毫米时就难于获得均匀的放电*, 这相应于 $\Delta(E/N)/(E/N) \sim (2.5\sim 5)\%$ 。这

个数据似乎可作决定高压流动器件 ($\Delta\rho/\rho$) 大小的参考数据。

下面讨论在放电区由于气体密度分布不均匀对光束质量带来的影响。根据洛伦兹-洛伦斯公式, 由式(13)可把光学折射率 n 表示为 $(n-1)/(n_0-1) = \rho/\rho_0$, 或

$$n = 1 + (n_0 - 1) / \left(1 + \frac{x_0 W \Delta}{2\lambda T_0} f(x) \right), \quad (15)$$

式中 n_0 是远离放电区上游的气体的光学折射率。注意到 $f(x)$ 的特性, 把 n 在 $x=0$ 邻域内展为 x 的级数, 保留到一次项, 即得

$$n = n_{00} - n_x x \quad (16)$$

式中

$$n_{00} = \frac{\left(\frac{x_0 W \Delta}{4\sqrt{\pi} \lambda T_0} + n_0 \right)}{\left(1 + \frac{x_0 W \Delta}{4\sqrt{\pi} \lambda T_0} \right)} \approx 1, \quad (17)$$

$$n_x = \frac{(n_0 - 1) x_0 W}{2\lambda T_0 \sqrt{\pi} \left(1 + \frac{x_0 W \Delta}{4\sqrt{\pi} \lambda T_0} \right)^2}。$$

实际上式(16)在放电区内一个较大的范围内具有较好的近似性。根据式(16), 应用光线方程^[4]可以解出从放电区一端出发且离光腔轴 z 距离为 x_0 , 斜率为 x'_0 (即 dx/dz) 的光线, 在穿过放电区后偏离 z 轴的距离 x 以及斜率 x' , 即为

$$x = -\frac{1}{2} \frac{n_x}{n_{00}} L^2 + x'_0 L + x_0, \quad (18)$$

$$x' = -\frac{n_x}{n_{00}} L + x'_0,$$

式中 L 是放电区沿 z 轴方向的长度。式(18)的导出参阅附录。图5给出在光线沿 z 轴方向穿过放电区中心时, 光线偏折 x 与光线斜率 x' 随放电长度 L 的变化, 这里设初始位置 x_0 与斜率 x'_0 均为 0。在 1 米长的放电长度上, 光线斜率的变化已达 10^{-1} 毫弧度数量级, 在 $\text{HCl}/\text{Xe}/\text{Ne}$ 情况, 这已大大超过了其

* 此器件有关参数如下: 预电离电子密度 $10^9 \sim 10^{10}$ 个/厘米³; 工作气压 (2~5) 大气压; 放电长度 70 厘米; 放电宽度 1.5 厘米; 电极间距 2 厘米; 放电脉宽 ~ 100 毫微秒; 输出激光能量 (0.4~1) 焦耳 ($\text{XeCl}^* 3080 \text{ \AA}$)。其它参数见 [3]。

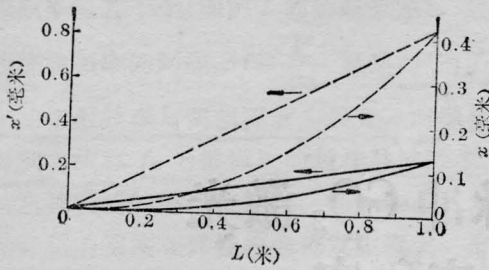


图5 在光线沿 z 轴穿过放电区时， x 与 x' 随放电长度的变化

实线: $\text{CO}_2/\text{N}_2/\text{He}$, 虚线: $\text{HCl}/\text{Xe}/\text{Ne}$ 。
其余参数与图3说明同。

衍射极限。光线偏折的距离是很小的，仅 10^{-1} 毫米数量级，但因为偏折距离与放电长度平方成正比，因此在使用或设计多折腔时，应考虑到这种效应，例如当光线穿越5米距离时，对 $\text{CO}_2/\text{N}_2/\text{He}$ 与 $\text{HCl}/\text{Xe}/\text{Ne}$ 两种情况，偏折距离分别达到0.35厘米与1厘米。

结 束 语

1. 为使激光腔区保持较低的温度数值，低气压 (~ 0.1 大气压) 横流放电器件比高压横流放电器件需要高得多的腔区气体流速，但从放电角度考虑，高压脉冲放电比低气压情况更易于产生击穿，尤其是流注击穿，因此在高压情况的流速又不能太低，以避免在腔区产生过于大的密度梯度或 E/N 的梯度(式(13))。

2. 在横流重复率放电高压激光器中，影响放电均匀性的因素很多，我们只考虑气体在重复率馈入放电热能后所产生的热膨胀的平均效应，只考虑此效应对器件正常放电可能带来的一些影响。

3. 考虑放电功率密度 $W(x)$ 关于 $x=0$ 轴对称的公式(8)，是一个初级近似的形式。实际上，由于在腔区放电后引起气体密度不均匀分布，这反过来又导致放电场强 E/N 或放电功率密度 $W(x)$ 的不均匀分布，这样反

复叠代会达到某种稳态分布情况，这使问题复杂得多。因此代入式(8)可以认为是零级近似的结果，它能得到一些解析表达式，在某种意义上给人一种清晰的图象。

附 录

设 l 是从某光线经过的某一个固定点 A 开始计起的沿此光线的距离， r 是点 l 的位置矢量。可在座标系 xyz 中表示 r 为：

$$r = xi + yj + zk,$$

式中 i, j 与 k 分别是沿 x, y 与 z 轴的单位矢量，则上述光线方程可以写为^[4]：

$$\frac{d}{dl} \left(n(x) \frac{dr}{dl} \right) = \nabla n(x), \quad (\text{A1})$$

式中 n 是此光线穿过介质的光学折射率。如[6]，采用傍轴光束近似，故可用 $\frac{d}{dz}$ 代替 $\frac{d}{dl}$ 。把 $n(x)$ 表示式(16)代入(A1)式，并忽略(A1)左边的高阶小量，即可得到：

$$\frac{d^2x}{dz^2} + \frac{n_x}{n_{00}} = 0. \quad (\text{A2})$$

另外，沿 j 与 k 方向的关于 y 与 z 的方程，仅表示直线传播的光线，故略去。由(A2)解得：

$$x = \frac{-1}{2} \frac{n_x}{n_{00}} L^2 + x'_0 L + x_0, \\ x' = -\frac{n_x}{n_{00}} L + x'_0, \quad (\text{A3})$$

式中 L 是放电区沿 z 轴的长度。此即为式(18)。

参 考 文 献

- [1] A. H. 夏皮罗;《可压缩流的动力学与热力学》，上册，陈立子等译，科学出版社出版，1966年，第4章，p. 70.
- [2] J. D. 朗道, E. M. 栗弗席兹;《连续介质力学》，第一册，彭旭麟译，人民教育出版社出版，1958年，第五章，p. 233.
- [3] 郑承恩;《电子学报》，1983, 11, No. 2, 110.
- [4] M. 恩波, E. 沃耳夫;《光学原理(光的传播、干涉和衍射的电磁理论)》，上册，杨葭荪等译校，科学出版社出版，1978年，第三章。
- [5] B. Ю. Баранов и др.; Квант. электр., 1981, 8, No. 9, 1909.
- [6] A. Yariv; Quantum Electronics, Jhon Wiley & Sons. Inc., New York, 1975, 2nd Edition, ch. 6, p. 99.