中国激光
第 11 卷　第 12 期

超短光脉冲产生和传输问题的时空类比

梁 培 辉

（中国科学院上海光机所）

提要：运用时空类比的方法讨论了超短光脉冲的产生和传输的问题。将光栅衍射类比超短脉冲的形成，讨论了脉冲形状和伴脉冲的出现；用光束横截面在自由空间传播的衍射扩散类比超短脉冲在群速度色散介质的传输效应，分析了脉冲加宽、啁啾以及用位相共轭镜进行补偿的可能性。

Space-time analogy in the generation and propogation of ultrashort pulses

Liang Peihui

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: Space-time analogy relation was applied to discuss the generation and propogation of ultrashort laser pulses. By the analogy between the diffraction of gratings and the generation of pulses, the results of pulse shape and satellite lines have been derived directly and in terms of the analogy between the diffractive spread in free space and propogation effects of ultrashort pulses in medium with group velocity dispersion, pulse width broadening, chirp and their compensation with phase conjugated mirrors are discussed.

在短脉冲的产生与应用中，均需对影响脉宽和脉冲形状的因素和窄脉冲通过介质后的畸变等问题有比较清楚的理解，但是这些涉及波动的时间理论对不少人来说比较陌生，因为一般光学教科书和激光物理大都偏重介绍波动的空间理论——干涉与衍射。由于存在着时空类比的关系，只要建立起正确的类比，就不难从熟知的波动空间问题的研究结果中导出相应的波动时间问题的答案。

为了获得超短激光脉冲序列，需要使腔内许多阶纵向模式同步振荡。设激光器腔内介质增益带宽为 $\Delta\nu$，腔长为 L，并设各模式相位相同，幅度相等。则归一化的输出电场为[1]：

$$E(t)=\sum_{n=0}^{N}\exp(i2\pi\, n\,\delta\nu\, t) \tag{1}$$

其中 $\delta\nu=c/2L$ 为纵模间距，c 为光速。

和这个问题相类似的是一维光栅理论。设光栅由 N 个间距 d 的针孔组成，光束垂直入射光栅后经单位长度焦距的透镜聚焦于一

收稿日期：1983 年 12 月 13 日。

平面上。如以对称中心为原点，焦面上的强度分布可表示为[2]：

$$\psi(x)=\sum_{n=0}^{N-1}\exp(-ikxnd) \tag{2}$$

与(1)式一样，(2)式也采用归一化处理，其中k为入射光束的波数，x为焦面上某点与原点的距离。

比较(1)式与(2)式得

$$t\leftrightarrow x$$
$$\delta\omega\leftrightarrow kd$$

的类比关系，前者为时空坐标，后者为时间频率间隔与空间周期。空间周期是傅里叶光学中的一个常用参变量[3]。有了这种类比关系，很容易导出锁模脉冲的一系列结果。例如，从光栅的分辨本领可导出脉冲的宽度

$$\tau=(\Delta\nu)^{-1}。$$

作为一个应用，我们运用衍射光栅的一般结论来考察影响超短脉冲形状的因素。

光栅周期d如果出现周期性误差，就会使谱面上出现Rowland鬼线和Lyman鬼线。

在锁模激光器中，与d对应的是纵模间距。如果谐振腔反射镜有机械振动，或者主动锁模的声光调制器频率不稳定，其结果是$\delta\nu$出现误差。这种情况下，脉冲序列中会呈现伴脉冲。如果在谐振腔内有反馈元件形成子腔，子腔腔长为l，则会类似于Rowland鬼线，在主脉冲的两侧呈现对称的伴脉冲，伴脉冲的周期与主脉冲的周期之比为l/L。激光介质的增益都有一定的光谱分布函数，因此，超短脉冲的形状不会是理想的$\left(\frac{\sin N_x}{\sin x}\right)^2$型，从而比$\tau=(\Delta\nu)^{-1}$所定义的要宽些。修正因子视介质增益光谱分布而定。

脉冲愈短，光谱谱宽愈大，因此在介质中传输时群速度的色散作用必须考虑。作用的结果一是脉宽加宽，二是脉冲的频率随时间变化，即所谓啁啾[4]。这些效应属于波动中的时间问题，不像波的空间问题那样熟知和形象。高斯光束在真空中自由传播，由于衍射的原因，光斑大小和曲率半径随传播距离加大而变大。Ахманов等人已经指出，光束在自由空间传播的衍射扩展与短脉冲在色散介质中的传输具有相同的数学描述(抛物线方程)[5]：

$$\left(\nabla-\frac{i}{2}g_n\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)A=0 \tag{3}$$

$$\left[\nabla+\frac{i}{2k}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\right]A=0 \tag{4}$$

其中$g_n=\partial^2k/\partial\omega^2$为群速度色散，

$$\eta=t-\frac{z}{u},$$

u为群速度。方程(3)描写波的时间行为，(4)描写空间行为。由这两式可得下面的时空对应关系：

$$\eta\leftrightarrow x,\ y$$
$$g_n\leftrightarrow -k^{-1}$$

Kogelnik和Li很早就得出方程式(4)的解[6]。利用上面的对应关系和方程式(4)的解，可以得到方程式(3)的解为：

$$A_t=\exp\left\{-i\left[p_t-\frac{\eta^2}{2q_tg_n}\right]\right\} \tag{5}$$

$$\frac{1}{q_t}=\frac{1}{B_t}+i\frac{2g_n}{\alpha^2} \tag{6}$$

$$B_t(z)=z\left[1+\left(\frac{\alpha_0^2}{2g_nz}\right)^2\right] \tag{7}$$

$$\alpha^2(z)=\alpha_0^2\left[1+\left(\frac{2g_nz}{\alpha_0^2}\right)^2\right] \tag{8}$$

$$ip_t(z)=\ln\sqrt{1+\left(\frac{2g_nz}{\alpha_0^2}\right)^2}-i\,\mathrm{arc\,tg}\left(-\frac{2g_nz}{\alpha_0^2}\right) \tag{9}$$

在这里与高斯光束光斑相对应的是脉冲宽度α，α_0为脉冲的初始宽度。(8)式给出了超短脉冲在群速度色散介质中传播时的加宽公式。脉冲的相对加宽量：

$$\chi=\frac{\alpha-\alpha_0}{\alpha_0}=\sqrt{1+\left(\frac{2g_nz}{\alpha_0^2}\right)^2}-1\approx\frac{g_nz}{\alpha_0^2} \tag{10}$$

它正比于群速度色散和传输的距离，反比于脉宽的平方。这个关系在毫微微秒技术中必

须随时注意。

将(6)代入(5)，出现 $\eta/B(z)g_n$ 项，其量纲为 $[1/T]$ 属频率项。故(7)式实际上描写局部地方上光脉冲频率随时间的变化，即啁啾过程。脉冲宽度窄，色散大，介质长，频率扫描也严重。

加宽与啁啾造成信号的失真，在大多数情况这些效应要设法克服。位相共轭镜能否用来补偿脉冲的加宽和啁啾呢？利用上述的时空类比理论可以知道，光束横向截面的扩大类比于脉冲宽度在色散介质中的加宽，而光束波前的曲率半径的变化类比于脉冲的啁啾效应。显然，既然位相共轭镜技术可以补偿空间上的畸变，也当然能够补偿时间分布上的畸变。

在(3)、(4)式中主要是处理高斯型的光束和脉冲。但是，已经证明，任何单色波的空间分布可以分解为许多传播模，它们形成一组完全正交的函数满足空间方程(4)[7]，同理，任意的脉冲形状也可以分解为许多满足方程(3)的模式。因此，实验已经证明空间分布的畸变可以用位相共轭术补偿，任何形状的脉冲的加宽与啁啾原则上也应该为位相共轭术所补偿。Yariv 等采用传播波的理论，提出并在理论上证明用非线性共轭术补偿超短脉冲的加宽[7]，这与上述时空类比的推论基本上是一致的。

理论上也已经证明，在非线性介质中光束波面会畸变，若采用位相共轭镜，就可以补偿这种畸变。从时空类比来看，这一结果对于短脉冲在非线性介质传输中出现的脉冲调制也应该适用。现在已经清楚，介质吸收、散射和自聚焦等因素造成的光束畸变，是不能用位相共轭术恢原的。同理，这些因素造成的脉冲变形和频率调制，也是不能用位相共轭术来克服的。

参考文献

[1] A. Yariv; Quantum Electronics, 2nd ed. Wiley, New York, 1975, p. 256.

[2] M. Born, E. Wolf; "光学原理"(中译本)上册，科学出版社，1978.

[3] J. W. Goodman; "傅里叶光学导论"(中译本)，科学出版社，1976.

[4] A. Yariv; Introduction to Optical Electronics, 2nd ed. Holt, New York, 1976.

[5] S. A.Akhmanov *et al.*; *Sov. Phys., JETP*, 1969, **28**, 748.

[6] H. Kogelnik, T. Li; *Proc. IEEE*, 1966, **54**, 1312.

[7] A. Yariv *et al.*; *Opt. Lett.*, 1979, **4**, 52.

(上接第 724 页)

改变 f、d_1、Ω、r 等实验条件，对理论值 $\omega_2'=52.5$ 微米的聚焦光束进行测量，测得 $\omega_{测}'=52.9$ 微米。相对误差为 -0.8%。

重复测量表明，系统的精度为 $\pm1\%$。

五、讨　论

本系统用刀口扫描，故需考虑衍射影响。

由于聚焦后高斯光束的束腰位置不与聚焦透镜的焦点重合[4]，因此，刀口所产生的衍射图样应是一种非涅尔衍射。对于刀口的非涅尔衍射已有很详尽的讨论[5]，这里不再赘述，而只讨论为消除其影响而采取的措施。

在本文所述的实验条件下，可以计算得前四级衍射亮纹最大光强的点距刀口的几何影界的距离(在接收平面上)分别为 0.0069、0.0132、0.0178 和 0.0213 厘米。可见衍射图样的宽度要比光斑本身尺寸(0.0012 厘米)要宽得多。为了保证测量的准确性，系统中采用了接收面积为 2 厘米^2 的大面积硅光电池作为光电接收器。实验证明这样是可行的。另一方面，使接收器尽量靠近刀口，也有利于提高测量的准确性。

参考文献

[1] 邱锦辉等;《应用激光》1981, **1**, No. 1, 42.

[2] Y. Suzaki *et al.*; *Appl. Opt.*, 1975, **14**, No. 12, 2809.

[3] Y. C. Kiang, R. W. Lang; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, No. 9, 1296.

[4] H. Kogelnik; *BSTJ*, 1965, **44**, 445.

[5] F. A. Jenkins, H. E. White; "Fundanmentals of Optics", Fourth Edition, McGraw-Hill Kogakusha, LTD, 1976, p. 378.