中国激光
第11卷 第12期

# 横向自由电子激光放大器的发射条件*

王润文

(中国科学院上海光机所)

Heinrich Hora

(澳大利亚新洲大学理论物理系)

**提要**：应用高能电子来直接放大激光的条件，从理论上进行了深入分析。主要结果是：① 高能电子在高功率激光场中运动是一保守场运动，由此得到同位相耦合的条件；② 为保证电磁波从电子束获取能量要有合适的耦合角。指出这一新型自由电子激光的实现是可能的。

# Generation conditions for lateral free electron laser amplifiers

*Wang Runwen*

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

*Heinrich Hora*

(Department of Theoretical Physics, University of New South Wales, Sydney, Australia)

**Abstract**: Conditions for direct amplification of laser light by high energy e-beams are analysed theoretically in depth. The major results are: (1) the movement of high energy electrons in a powerful laser field is a conservative field movement, thus the condition for in-phase coupling is obtained; (2) proper coupling angles is necessary to insure the electro-magnetic wave to obtain energy from e-beams. It is pointed out that this new FEL is feasible.

## 一、高能电子从临界面发射的机理

在高功率激光与等离子体相互作用中，很多实验都观察到从临界面发射出高能电子，并且其发射方向垂直于光轴。从激光核聚变的观点看来，为了使更多的能量耦合进去使靶核压缩，这种现象最好设法避免。

但是Hora在1979年曾提议应用这现象的逆过程来建立一类新的横向自由电子激光放大器[2~4]，它与通常自由电子通过Wiggler场或逆切伦柯夫效应完全不同。这可能是建立新的高能激光器的途径。Hora曾计算过

收稿日期：1984年3月14日。

* 本工作于1983年在澳大利亚完成，部分内容曾在'83届国际激光会议上摘要发表(见[7])。

自由电子将沿激光场方向的移动量，同时指出在逆过程中要倾斜入射电子束，人为地引入这一移动量[3]。

本文将详细地研究这一问题。由于光的频率极高($10^{14}$ 赫)而光的电矢量能直接与自由电子耦合或产生作用，这些现象在研究微波行波放大时早已了解到若相互作用时间比波的 1/4 周期更长将使平均作用效应为零[1]。因此自由电子越过相互作用区域的渡越时间是个极重要的因素。同样自由电子若与光的相互作用时间接近或长于光的周期也将出现零效应。这实质上是相互作用的相位问题。

由于光压、等离子体的粘阻、内爆力……等等因素，在靶核与冕区之间将出现很薄的(<1 微米)的临界层。等离子体的折射率是：

$$n^2=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \tag{1}$$

这儿 $\omega_p$ 为等离子体频率，$\omega$ 为光的频率。若近似地认为光在等离子体中的传播速度为 $c$，则光穿过临界层的时间间隔为：

$$\frac{1\text{ 微米}}{c}=0.3\times10^{-14}\text{ 秒} \tag{2}$$

如果光波波长是 1.06 微米，则这一间隔已接近光波的周期。从另一方面来看，当高功率激光($10^{14}\sim10^{17}$ 瓦/厘米$^2$)辐照靶面将产生极高本征电场($10^{11}$ 伏/厘米)。于是电子能被加速到极高速度($10^7\sim10^8$ 厘米/秒)并从靶内沿垂直光轴方向向外发射。正如前述电子作用的时间必须在光的 1/4 周期之内。容易估算出电子通过激光束的长度是：

$$d=\frac{1}{4}TV_e\approx10^{-3}\text{ 微米} \tag{3}$$

在光频区域是不可能得到如此小的焦斑。这样只能认为电子与光的相互作用是在光束的外层薄片中进行，正如图 1 所示。图中画出两个薄片的剖面，$\chi_s$ 是 Hora 计算得的非线性力位移量：

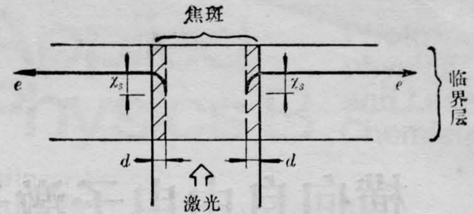


图 1

$$\chi_s=\frac{ze^2E_0^2\tau}{4m_em_ic\omega_0^2\tilde{n}} \tag{4}$$

$z$ 为靶的原子序数，$e$ 为电子电荷，$E_0$ 为光的电矢量，$\tau$ 为渡越时间，$m_e$、$m_i$ 为电子及离子质量，$\omega_0$ 为光频率，$\tilde{n}$ 为电子密度。当然激光等离子体中自聚焦及细丝效应将会形成极细的激光束，这种情况有可能保证电子与光的相互作用长度小于光的 1/4 周期。

## 二、耦合能的问题

自由电子束是带电荷的流体，光是电磁波，因此研究两者间的能量交换可以应用 Maxwell 方程、Stocks 方程及连续性方程。首先把相互作用空间看成是封闭的区域，这样在这区域内的总能量应该是守恒的，满足能量守恒原理。于是可建立描述此系统的一系列方程：

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mu_0\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{5}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\epsilon_0\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}+\boldsymbol{J} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{J}=ne\boldsymbol{v}=\rho\boldsymbol{v} \tag{7}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{J}+\frac{\partial\rho}{\partial t}=0 \tag{8}$$

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\eta(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H})=\frac{\partial\boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\times\nabla)\boldsymbol{v} \tag{9}$$

这儿 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{H}$ 分别是光的电矢量及磁矢量，$\boldsymbol{J}$ 是电子束的强度矢，$\rho$ 是电子束的电荷密度。方程(9)中 $\eta=e/m$ 为电子的荷质比，其中第二项代表 Lorantz 力。作为以下讨论的第一步先略去这一项非线性力。

从矢量运算关系可得如下方程：

$$\nabla\cdot(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})=(\nabla\times\boldsymbol{E})\cdot\boldsymbol{H}-(\nabla\times\boldsymbol{H}^{*})\cdot\boldsymbol{E}$$

$$=-\mu_0\boldsymbol{H}^{*}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t}-\epsilon_0\boldsymbol{E}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{E}^{*}}{\partial t}$$

$$-\boldsymbol{J}^{*}\cdot\boldsymbol{E}\qquad(10)$$

上式中已应用(5)～(6)各式之关系，再从(7)及(8)两式可得：

$$\boldsymbol{J}^{*}\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\eta}\left\{\boldsymbol{v}^{*}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{v}}{\partial t}+\boldsymbol{v}^{*}\cdot[(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}]\right\}$$

$$=\frac{\rho}{\eta}\left\{\frac{\partial v^{2}}{\partial t}+\boldsymbol{v}^{*}\cdot[(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}]\right\}\qquad(11)$$

至于激光的功率流可由 Poynting 矢量对区域表面积分而得：

$$P=\int_{s}\boldsymbol{s}\cdot ds=\frac{c}{4\pi}\int\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}\cdot ds$$

$$=\frac{c}{4\pi}\int_{\sigma}\nabla\cdot(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^{*})d\tau$$

$$=\frac{c}{4\pi}\int_{\sigma}\left\{-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}(\mu\cdot H^{2}+\epsilon_0E^{2})\right.$$

$$\left.-\boldsymbol{J}^{*}\cdot\boldsymbol{E}\right\}d\tau\qquad(12)$$

这儿 $P$ 即表示光场的功率流，而能流为

$$W=\int_{0}^{T/4}\rho dt。$$

显然它们由两部分组成，一部分是不参加与电子相互作用的激光能，另一部分即为光与电子相互作用能。当 $\boldsymbol{J}^{*}\cdot\boldsymbol{E}$ 为正功代表电子从光波中吸收能量，若为负功即表示电子将动能转移给激光。正功或负功决定于 $\boldsymbol{J}^{*}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 是同相或反相，若它们间相位关系是随机的，相互作用能为零。

方程(11)表明了电子存在两部分能量可转移给激光，一是电子的动能，另一部分属于电子速度在空间的非均匀分布产生的非线性贡献，速度分布梯度越大，这部分贡献也越大。

现在我们回过头来研究 Lorantz 力的贡献，这样方程(11)由此将附加因非线性电磁力引入的一项：

$$\boldsymbol{J}^{*}\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\eta}\left\{\frac{\partial v^{2}}{\partial t}+\boldsymbol{v}^{*}\cdot[(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}]\right\}$$

$$-\rho v^{*}\cdot(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H})\qquad(13)$$

上式中 $\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H}$ 可证明能推导成如下形式[6]：

$$\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H}=\frac{-\eta^{2}\nabla E\cdot E^{*}}{\omega^{2}}=-\nabla\psi\qquad(14)$$

因此(13)式最后一项可表示成

$$-\rho\boldsymbol{v}^{*}\cdot(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H})=\rho\boldsymbol{v}^{*}\cdot\nabla\psi\qquad(15)$$

类似于电子速度空间的非均匀分布，这一项的出现是由于光波电场的空间非均匀分布。在极高功率激光与等离子体的相互作用中这一项的贡献将占主导地位，因而是诱导电子运动的主要因素。由于激光的高斯形空间分布，特别是高功率激光在介质中传播将引入很多严重的非均匀因素，因此这一项将贡献最大。

从(14)式可知，由于准势“$\psi$”的出现，自由电子在高功率激光场的传播就如经典粒子运动于势场之中。有质动力产生了电子运动的势场的发现，使我们易于研究自由电子在高功率激光场中之运动规律。

对于一高功率激光场 $|\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H}|\gg|\boldsymbol{E}|$，由(9)式可得：

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\approx\eta(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H})$$

$$=-\nabla\frac{e^{2}}{m^{2}\omega^{2}}\boldsymbol{E}^{*}\cdot\boldsymbol{E}=-\nabla\psi\qquad(16)$$

若记电子从自由空间(用注脚“0”代表)进入高功率激光场(用注脚“1”)，我们可得到下面方程式：

$$\int_{E_0=0}^{E_1=E}\frac{dv}{dt}dr=\int_{E_0=0}^{E_1=E}-\nabla\psi\,dr$$

积分后便得

$$\frac{1}{2}(v_1^{2}-v_0^{2})=\psi_0-\psi_1=-\frac{e^{2}}{m^{2}\omega^{2}}\boldsymbol{E}^{*}\cdot\boldsymbol{E}\qquad(17)$$

下节我们将应用这一重要结果进一步研究电子在光场中的运动。

## 三、电子在高功率场中的传播

上节得到自由电子与高功率激光相互作用出现准势 $\psi$，若令折射率 $n=v_0/v_1$ 及

$\boldsymbol{E}^{*}\boldsymbol{E}=\frac{1}{2}\langle E^{2}\rangle$，于是便有如下关系式：

$$\psi=-\frac{1}{2}\mu^{2}c^{2} \tag{18}$$

$$n^{2}=1-\frac{\mu^{2}c^{2}}{v^{2}} \tag{19}$$

$$\mu^{2}=\left(\frac{e}{mc\omega}\right)^{2}\langle\widetilde{E}\rangle \tag{20}$$

(18)、(19)式表明了电磁波对于自由电子而言正如折射率为$\left(1-\frac{\mu^{2}c^{2}}{v^{2}}\right)^{1/2}$的介质，而$v$为电子速度，$\mu^{2}$是与光强$\langle\vec{E}\rangle$成比例的参量，$\omega$是光的圆频率，这些表示式与T.W.B.Kibble从不同观点推导得的结果完全一样[5]。

于是我们可以应用几何光学的观点来研究电子在高功率场中的传播问题。显然若电子具有不同的速度就会具备不同的折射率，若电子速度很低，折射率就会出现负值，电子的传播将被截止。这十分类似于光在等离子体中的传播。

当自由电子在空气或者是很弱的光场中传播时，则折射率$n\approx1$。这说明高能电子束将在高功率激光场的界面产生反射，其能量反射率为：

$$R=\left[\frac{1-n}{1+n}\right]^{2} \tag{21}$$

将(19)式代入(21)便得如下关系：

$$\frac{\mu^{2}}{v^{2}/c^{2}}=\frac{4\sqrt{R}}{1+2\sqrt{R}} \tag{22}$$

为了保证自由电子能在激光场中传播，则折射率$n^{2}>0$的条件必须满足，亦即要求

$$\frac{\mu^{2}}{v^{2}/c^{2}}<1,$$

于是有

$$R<\frac{1}{4}=25\% \tag{23}$$

方程(23)表明了在最不利条件下电子在进入激光场之前将损失25%的能量。

正如第一节所述电子渡越时间不应长于光波的1/4周期，应用(18)式可得渡越时间为：

$$t=\frac{\pi}{2}\mu\frac{mc}{e\sqrt{\langle E^{2}\rangle}} \tag{24}$$

设激光束的直径为$a$，则电子在垂直于激光轴方向的渡越时间为$t=\frac{na}{v}$。应用方程(19)、(22)及(24)可得如下方程：

$$a^{2}=\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2}\frac{v^{2}}{\omega^{2}}\left(1-\frac{4\sqrt{R}}{1+2\sqrt{R}}\right)^{-1}=K^{2}\frac{v^{2}}{\omega^{2}}$$

或者

$$a=K\frac{v}{\omega} \tag{25}$$

$$K=\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{4\sqrt{R}}{1+2\sqrt{R}}\right)^{-1/2}\quad\left(\text{当 } R<\frac{1}{4}\right) \tag{26}$$

(25)式表明了为保证光与电子同位相相互作用，激光束的截面直径要与电子速度成正比而与光的频率成反比。由(22)式可得

$$v^{2}\geqslant\mu^{2}c^{2}\frac{1+2\sqrt{R}}{4\sqrt{R}} \tag{27}$$

应用(25)～(27)各式可以计算光与电子同位相作用的几何参数。例如，若$CO_2$激光作用子电子，则波长$\lambda=10.6$微米，$\nu=3\times10^{13}$赫。设电子速度为$5\times10^{8}$厘米/秒，令

$$\left(1-\frac{4\sqrt{R}}{1+2\sqrt{R}}\right)=10^{-5},$$

则$a=12$微米，显然这样的激光束直径是不难获得的。虽然调节这些参数有严格的技术要求，但分析表明横向自由电子激光放大器原则上是可行的[7]。

## 四、电磁波的增益

本节将研究电子束与激光传播方向近于垂直相互作用时电磁波获得放大增益的条件。设电磁波传播方向为$\boldsymbol{k}$略偏离于$z$轴，则电矢量$\boldsymbol{E}$也将略偏离$x$轴方向，而磁矢量$\boldsymbol{H}$靠近于$y$轴。又设电子束传播方向为近垂直于电磁波传播的$z$轴方向，沿$x$方向与电矢量发生耦合。应用算子$\nabla_{X}$到方程(5)并代入方程(6)便得：

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mu_{0}\epsilon_{0}\frac{\partial^{2}\boldsymbol{E}}{\partial t^{2}}-\mu_{0}\frac{\partial\boldsymbol{J}}{\partial t} \tag{28}$$

应用矢量运算关系

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E})-\nabla^2\boldsymbol{E}^2,$$

于是方程(28)可变换成以下形式：

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E})-\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}-\mu_0\frac{\partial\boldsymbol{J}}{\partial t}=0 \tag{29}$$

静电学的高斯定律为：

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho/\epsilon_0 \tag{30}$$

设激光为一束单色光，而电子速度是不均匀的，则电场 $\boldsymbol{E}$ 及电子速度 $\boldsymbol{v}$ 可用如下关系表示：

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}e^{-i\omega t+ikr} \tag{31}$$

$$\boldsymbol{v}=\sum_1^n v_n e^{-i\omega_n t+ik_n r} \tag{32}$$

从方程(7)及(9)式可得：

$$\begin{aligned}\frac{\partial\boldsymbol{J}}{\partial t}&=\boldsymbol{v}\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho\frac{\partial\boldsymbol{v}}{\partial t}\\&=\boldsymbol{v}\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho[\eta(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H})\\&\quad-(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}]\end{aligned} \tag{33}$$

应用方程(30)～(33)，为简化计算略去展开式(32)中高于一阶的各项，经过计算(27)式各项可列出如下：

$$\begin{aligned}(\nabla^2\boldsymbol{E})_x&=\nabla_\perp^2E_x+\frac{\partial^2E_x}{\partial z^2}\\&=-k_x^2E_x-k_y^2E_x+\frac{\partial^2E_x}{\partial z^2}\end{aligned} \tag{34}$$

$$(k^2\boldsymbol{E})_x=k^2E_x \tag{35}$$

$$\begin{aligned}-[\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E})]_x&=-[\nabla(-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{E})]_x\\&=-[-i\boldsymbol{k}(-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{E})]_x\\&=k_x^2E_x+k_xk_yE_y+k_xk_zE_z\end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}&\left[-\mu_0\boldsymbol{v}\frac{\partial\rho}{\partial t}\right]_x\\&=-\mu_0\epsilon_0\omega(k_xE_x+k_yE_y+k_zE_z)v_x\\&=\frac{-\omega}{c^2}k_xv_xE_x-\frac{\omega}{c^2}k_yv_xE_y\\&\quad-\frac{\omega}{c^2}k_zv_xE_z\\&=-kk_x\frac{v_x}{c}E_x-kk_y\frac{v_x}{c}E_y\\&\quad-kk_y\frac{v_x}{c}E_z\end{aligned} \tag{37}$$

$$[-\mu_0\rho\eta\boldsymbol{E}]_x\simeq-\mu_0\rho_0\eta E_x=-\frac{\omega_p^2}{c^2}E_x \tag{38}$$

$$\begin{aligned}[-\mu_0\rho\eta(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H})]_x&\simeq[-\mu_0\rho_0\eta(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H})]_x\\&=-\frac{\omega_p^2}{c^2}(v_yH_z-v_zH_y)\end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}H_z&=\frac{i(k_xE_y-k_yE_x)}{-i\omega\mu_0}\\&=\frac{-k_x}{\omega\mu_0}E_y+\frac{k_y}{\omega\mu_2}E_x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}H_y&=\frac{i(k_zE_x-k_xE_z)}{-i\omega\mu_0}\\&=\frac{-k_z}{\omega\mu_0}E_x+\frac{k_x}{\omega\mu_0}E_z\end{aligned}$$

所以 $[-\mu_0\rho\eta(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H})]_x$

$$\begin{aligned}&\simeq\frac{\omega_p^2}{c^2}\left(\frac{-k_xv_yE_y}{\omega\mu_0}+\frac{k_yv_yE_x}{\omega\mu_0}\right)\\&\quad+\frac{\omega_p^2}{c^2}\left(\frac{-v_zk_zE_x}{\omega\mu_0}+\frac{v_zk_xE_z}{\omega\mu_0}\right)\end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned}&[-\mu_0\rho(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}]_x\\&=[-\mu_0\epsilon_0\nabla\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}]_x\\&=-\frac{i}{c^2}(k_xE_x+k_yE_y+k_zE_z)\\&\quad\times\left\{\left[v_x\frac{\partial}{\partial x}+v_y\frac{\partial}{\partial y}+v_z\frac{\partial}{\partial z}\right]v\right\}_x\\&=\frac{1}{c^2}(k_xE_x+k_yE_y+k_zE_z)\\&\quad\times(k_{1x}v_x^2+k_{1y}v_xv_y+k_{1z}v_xv_z),\end{aligned} \tag{41}$$

正如前述电子束沿 $x$ 轴传播，则 $v_y\simeq v_z\simeq0$。由于波矢 $\boldsymbol{k}$ 与 $z$ 轴夹角很小，而且电矢量 $\boldsymbol{E}$ 亦与 $x$ 轴夹很小角度，于是近似地有 $E_z\simeq E_y\simeq0$。在上面一系列计算中，为了使方程(38)及(39)线性化曾用电子束平均密度 $\rho_0$ 来代替 $\rho$。最后便得如下线性微分方程：

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2E_x}{\partial z^2}+\left(k^2-k_y^2-kk_x\frac{v_x}{c}-\frac{\omega_p^2}{c^2}\right.\\&\quad\left.+k_1k_x\frac{v_x^2}{c^2}\right)E_x=0\end{aligned} \tag{42}$$

令

$$\alpha^2=\frac{\omega_p^2}{c^2}+k_y^2+kk_x\frac{v_x}{c}-k_1k_x\frac{v_x^2}{c^2}-k^2>0 \tag{43}$$

则方程(42)便可变换成如下形式：

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \alpha^2 E_x = 0 \tag{44}$$

方程(44)之解容易获得，即

$$E_x = E_0 \operatorname{ch} \alpha z \cdot e^{i\omega t} \tag{45}$$

这儿我们应用了初始条件

$$z=0,\ E_x=E_0,\ \frac{\partial E_x}{\partial z}=0,$$

其中 $E_0$ 是电磁波的原始振幅，而 $\alpha$ 是电磁波的增益。这样电磁波沿 $z$ 方向传播中电矢量 $E$ 存在放大。而方程(43)是激光被电子束放大所必需满足的条件。$\omega_p$ 是电子等离子体频率，它表明在相互作用区内电子密度必须足够高。但是如果电子密度过高以致 $\omega_p > \omega$，则激光就无法穿越电子束。方程(43)也显示了高能电子束与激光束要不完全垂直，而略有倾斜地入射，否则 $k_x = k_y = 0$ 使方程(42)变成 $k^2 < \frac{\omega_p^2}{c^2}$。这样我们与 Hora 以前唯象地得出结论相同，但导出电子束必须倾斜入射的观点是极为不同的。

从增益方程(43)也可看出相互作用的相位关系。若 $\boldsymbol{v}_x$ 与 $\boldsymbol{k}_x$ 存在反位相，则 $kk_x \frac{v_x}{c}$ 的贡献是负值。又因为 $k_x$ 与 $k_y$ 同一量级为小量，当 $\frac{kv_x}{c} > k_y$ 存在(这在高能电子束情况下能被满足)，则 $k_y^2$ 与 $kk_x \frac{v_x}{c}$ 将相消或得到一个负值，于是整个放大效应将全被破坏。

现在再研究增益条件(43)，由于 $k_y$ 很小令它等于零，作这样简化后便得

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2 \tag{46}$$

$$0 < \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} < k_x \frac{v_x}{c}\left(k - k_1 \frac{v_x}{c}\right) \tag{47}$$

为了避免激光从电子束的反射效应，由(47)式可知要满足如下条件

$$k > k_1 \frac{v_x}{c} \tag{48}$$

假定激光频率与电子等离子体频率的频差为：

$$\omega_p = \omega - \Delta\omega \tag{49}$$

当 $\Delta\omega \ll \omega$ 则有：

$$\omega_p^2 = \omega^2 - 2\omega\Delta\omega \tag{50}$$

令

$$k_x \equiv \frac{1}{M} k = \frac{1}{M} \frac{\omega}{c} \tag{51}$$

这儿 $M$ 是一比例常数。将(50)、(51)代入到(47)式便得

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega} < \frac{1}{M} \frac{v_x}{\omega}\left(k - k_1 \frac{v_x}{c}\right) \tag{52}$$

方程(52)是增益条件(42)的另一种形式，可以看出 $\Delta\omega \neq 0$，否则条件将不成立，因此(50)仍是激光被电子束放大的必要条件。

## 参 考 文 献


[1] Chodorow, Susskind; "Fundamentals of Microwave Electronics", McGraw-Hill Book Company, New York (1964).

[2] Borcham, B. W., H. Hora; *Ppys. Rev. Lett.*, 1979, **42**, 776.

[3] H. Hora, G. Viera; The Leteral Injection Free Electron Laser, "Laser Interaction and Related Plasma Phenomena", Paper Presented at the 6th International Workshop Dct. (1982).

[4] H. Hora; "Physics of Laser Drioen Plasmas", A Wiley-Intersecence Publication New York.

[5] T. W. B. Kibble; *Phys. Rev. Lett.*, 1966, **16**, 1054.

[6] Motz H., "The Physics of Laser Fusion", Academic Press London (1979).

[7] Wang Runwen, H. Hora; 83′ International Conference on Laser, Digest (Supplement), 1983, p. 30.