

# 全息光谱的超瑞利分辨率

单子娟 李正直 王定兴

(苏州大学)

**提要:** 本文描述了用 He-Ne 激光重现 Hg 和 Na 的全息光谱超瑞利分辨的实验。测量并计算了 Hg 和 Na 的黄双线超分辨的光强分布曲线。讨论了超分辨的某些特点以及超分辨条件下的波长测定问题。

## Infinite resolution of holographic Fourier-transform spectroscopy

Shan Zijuan, Li Zhenzhi, Wang Dingxing

(Suzhou University)

**Abstract:** The resolution limit of Hg and Na yellow doublets is studied theoretically and experimentally by holographic method. The intensity distribution of the above spectra is calculated and measured. Several characteristics of the infinite resolution and the measurement of the wavelength under this condition are discussed.

Stroke 首先提出傅里叶全息光谱学的概念<sup>[1]</sup>, 关于全息光谱技术的发展已有综述<sup>[2,3]</sup>。在讨论全息光谱分辨本领时, Stroke<sup>[1]</sup> 和 Островский<sup>[4]</sup> 都以瑞利判据为基础, 导出全息光谱分辨本领, 与普通的光栅分辨本领相同。然而, L. K. Su 等发现了汞的全息光谱的分辨本领, 在一定条件下, 可以超过光栅的分辨本领<sup>[5,6]</sup>。

本文介绍我们对 Hg 和 Na 的黄双线的超分辨实验与计算结果。

### 一、双谱线的超分辨率

如果限定在全息干板的  $t-E$  曲线的线性部分, 其振幅透射率  $t$  正比于曝光量  $E$ 。

若不计比例常数, 可用下式表示:

$$t(x) = t_0 + \sum_{i=1}^m t_i \cos(2\pi \xi_i x - \varphi_i) \quad (1)$$

式中  $m$  是光源分立谱线的数目,  $\xi_i$  是第  $i$  条光谱线形成的正弦光栅空间频率,  $\varphi_i$  是位相常数。因此,  $(\varphi_i - \varphi_k)$  是在  $x=0$  位置第  $i$  条光谱线和第  $k$  条光谱线所形成的复合正弦光栅之间的位相差; 任意两个空间频率不同的正弦光栅形成拍。

重现光谱时, 用振幅为  $A_0$  的准直单色相干光垂直照明全息光谱图。如照明光束宽度为  $W$ , 即遮盖范围从  $x = -\frac{W}{2}$  至  $x = \frac{W}{2}$ 。那

么, 透射光波在夫琅和费衍射场中的复振幅

收稿日期: 1982年8月24日。

分布可写成:

$$A(u) \propto A_0 \left\{ t_0 \operatorname{sinc}(u) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m t_i \times [e^{-i\varphi_i} \operatorname{sinc}(u - W\xi_i) + e^{i\varphi_i} \operatorname{sinc}(u + W\xi_i)] \right\} \quad (2)$$

上式中  $u = \frac{W \sin \theta'}{\lambda}$ ,  $\theta'$  是衍射角,  $\lambda$  为重现实光波的波长。

下面讨论傅里叶全息光谱双线超瑞利分辨率。在通常的全息光谱的实验条件下, 重现光束的宽度  $W$  总是比全息光栅空间周期  $d_i$  大得多, 即  $W \gg d_i$ 。此外, 如果  $W$  小于拍长  $L$  ( $L = \frac{d_1 d_2}{d_1 - d_2}$ ), 一级双线的光强分布为:

$$I \propto |t_1 \operatorname{sinc}(u - W\xi_1) + e^{-i(\varphi_2 - \varphi_1)} t_2 \operatorname{sinc}(u - W\xi_2)|^2 \quad (3)$$

由(3)式可见, 在  $W \gg d_i$ ,  $W < L$  的条件下, 双线光强分布在很大程度上依赖于  $(\varphi_2 - \varphi_1)$ 。

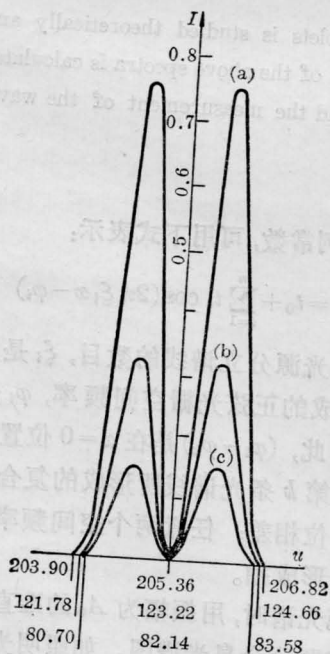


图1 对应于不同照明光束宽度  $W$  的光强分布曲线  
(a) —  $W = 5$  毫米; (b) —  $W = 3$  毫米; (c) —  $W = 2$  毫米  
横坐标  $u = \frac{W \sin \theta'}{\lambda}$

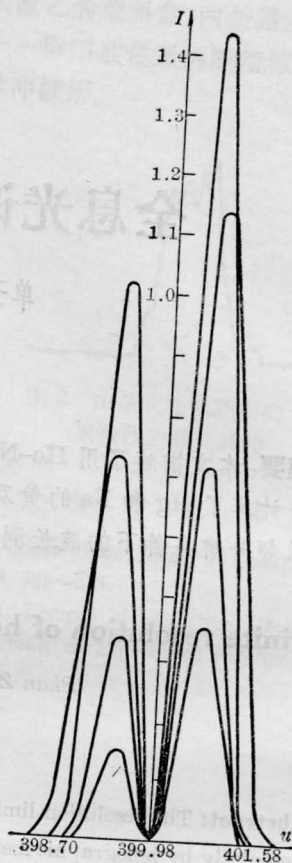


图 2

当  $W$  的中心线位于莫阿条纹的暗纹处, 即  $(\varphi_2 - \varphi_1) = \pi$ , (3)式变为:

$$I \propto |t_1 \operatorname{sinc}(u - W\xi_1) - t_2 \operatorname{sinc}(u - W\xi_2)|^2 \quad (4)$$

如果光源中的双线光强度相等, 那么  $t_1 = t_2$ 。这时, 不论双线靠得多近, 重现光谱的光强分布曲线总是出现零中心凹陷, 这种现象可称为全息光谱的超瑞利分辨。

图1是按(4)式计算的等强度双线光强分布曲线。对应于  $5790 \text{ \AA}$  ( $\lambda_1$ ) 谱线的  $\xi_1 = 41.00$  条/毫米, 对应于  $5770 \text{ \AA}$  ( $\lambda_2$ ) 谱线的  $\xi_2 = 41.14$  条/毫米,  $W = 2.00, 3.00, 5.00$  (毫米)。分布曲线的纵坐标表示相对光强  $I$ , 横坐标为  $u$ 。由电子计算机算出的数据画在坐标纸上。然后, 由照相缩小成如图1所示的曲线。该图表明, 双线的分布随  $W$  改变。当  $W$  变小时, 对应于双线光强峰

值变低,但零中心凹陷始终存在。这就是说,在超分辨条件下,双线总能分辨。而实际的分辨极限决定于整个全息光谱装置的噪声。

为了探讨双线的超分辨特点,我们计算了Na双线的光强分布曲线。假定相应于Na双线[5896 Å ( $\lambda_1$ ), 5890 Å ( $\lambda_2$ )]的  $t_1/t_2=0.75$ ,  $W=2$ (毫米), 对应于5896 Å 谱线的空间频率  $\xi$  分别为200、300、500、700(条/毫米), 图2即是按(4)式计算的理论曲线。图中横坐标仅注明相应于  $\xi$  为200(条/毫米)的  $u$  值。此外,还假定相应于Hg 5790 Å ( $\lambda_1$ )、5770 Å ( $\lambda_2$ ) 谱线的  $t_2/t_1$  为1、0.8、0.6、0.4、0.2时,经计算其双线的光强分布曲线如图3所示。图2、图3表明,当双线光强差增大时,如果限定在感光板的  $t-E$  曲线的线性部分,则零光强凹陷向弱谱线方向移动。其光强分布曲线的光强双峰的比值,与真实光强比不完全符合。

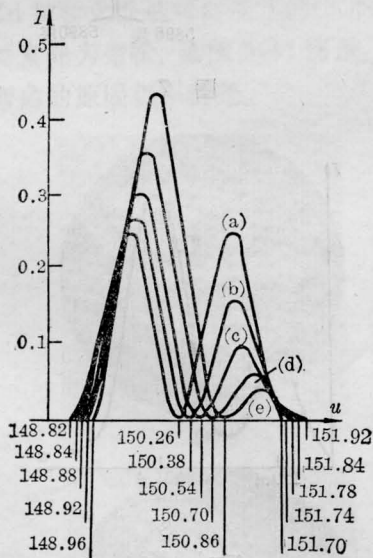


图 3

振幅透射率比值  $t_2/t_1$  分别为:

(a)—1.0; (b)—0.8; (c)—0.6; (d)—0.4; (e)—0.2

## 二、Hg 和 Na 的全息光谱超分辨实验

### 1. Hg 双谱线的超分辨

我们用迈克耳逊干涉仪将 Hg 灯的全息

光谱图拍摄在高分辨率感光板上,相对于 Hg 5790 Å 谱线所形成的光栅为 51 条/毫米,该 Hg 灯 5770 Å ( $\lambda_2$ )、5790 Å ( $\lambda_1$ ) 的光强比经测定为 0.77。拍摄时,只要使光谱全息图的宽度大于拍长  $L$ , 莫阿暗纹必定位于该光谱全息图中。拍摄好的 Hg 谱线全息光谱图被 He-Ne 6328 Å 激光的准直光束照明,可通过测微目镜观察。复合光栅置于微调支架上,调节复合光栅位置,使莫阿暗纹与照明狭缝中心重合。此时即满足超分辨条件。当  $W=3$ (毫米)至  $W=0.7$ (毫米)内,亦即光栅

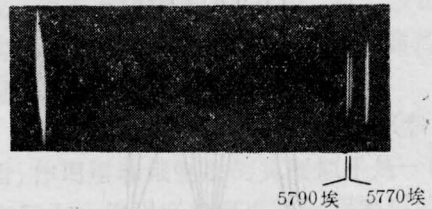


图 4

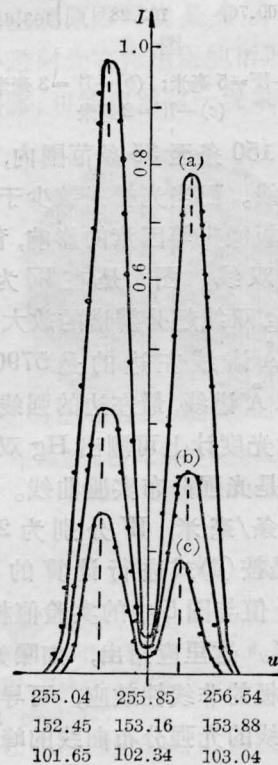


图 5

(a)— $W=5$  毫米; (b)— $W=3$  毫米;

(c)— $W=2$  毫米

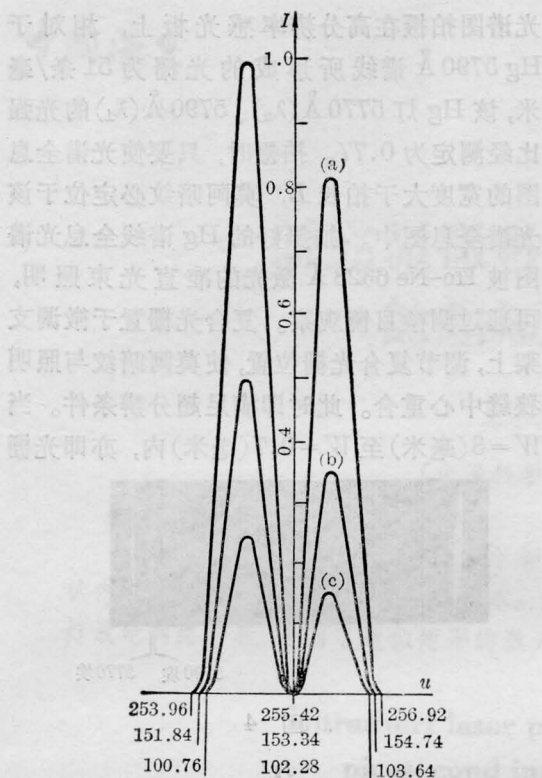


图 6

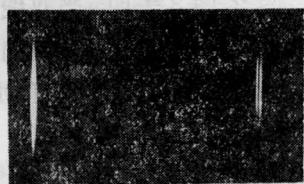
(a) —  $W=5$  毫米; (b) —  $W=3$  毫米;  
(c) —  $W=2$  毫米

条纹数目在 150 条至 35 条范围内, 均能清晰地分辨出双线。而当光栅条纹少于 35 条时, 由于感光底板噪声等因素的影响, 背景较亮, 不能辨别出双线。图 4 是在  $W$  为 3(毫米) 拍摄好的 Hg 双线超分辨谱的放大照片。位于 Hg 5770 Å 谱线左边的是 5790 Å 谱线, 右边是 5461 Å 谱线, 最左边的强线是零级光谱。在测微光度计上可测出 Hg 双线的光强分布。图 5 是光强分布实验曲线。实验条件是:  $\xi_1=51$  条/毫米,  $W$  分别为 2、3、5(毫米)。图 6 是按(4)式进行计算的曲线。图 6 中的  $\xi$ 、 $W$  值与图 5 中的实验值相同,  $t_2/t_1$  值取为 0.77。这里应指出, 如曝光不适当, 由于感光底板的非线性效应, 可导致在重现光谱中, 双线的光强分布曲线的峰值之比发生较大的变化。

## 2. Na 双线的超分辨

我们仍用迈克耳逊干涉仪拍摄 Na 双黄

线的全息光谱图。相对于 Na 5896 Å 谱线所形成的光栅为 27 条/毫米。在  $W$  为 2 毫米的条件下, 仍能观察到 Na 双谱线的超分辨。图 7 是 Na 双谱线的超分辨照片。实验条件是: 钠光灯 5890 Å ( $\lambda_2$ ) 与 5896 Å ( $\lambda_1$ ) 的双谱线光强比  $I_2/I_1$  的测定值为 10:6,  $\xi_1=27$  条/毫米,  $W=4.5$  毫米。由焦距为 1200 毫米物镜拍摄, 并放大 1.9 倍。图 7 中左边很强的谱线是零级光谱。右边双线中离零级光谱较近的为 5896 Å ( $\lambda_1$ ), 最右边的是 5890 Å ( $\lambda_2$ ) 谱线。图 8 是相应的 5890 Å、5896 Å 在超分辨条件下的光强分布实验曲线。



5896 埃 5890 埃

图 7

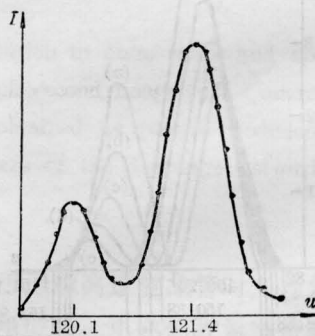


图 8

$w=4.5$  毫米

## 三、全息光谱谱线的波长测定

在非超分辨条件下, 全息光谱的谱线位置可由下述方法求出。若用波数  $\nu_r$  的单色相干光进行重现, 对全息光谱图的光谱组分  $\nu$  而言, 便在傅氏变换面

上,即透镜(焦距为 $f$ )的焦平面上,离光轴两侧 $X(\nu)$ 对称处,获得重现光谱,其表示式如下:

$$X(\nu) = \frac{2\nu}{\nu_r} f \sin \theta \quad (5)$$

式中 $\theta$ 是拍摄全息图时,两束相干光的交角之半。由上式可见,光谱线的位置坐标正比于 $\nu$ 。这里有两个特点:一是所有重现光谱线的颜色均与重现光束 $\nu_r$ 的颜色相同;二是波长较大的谱线对应于重现时较小的衍射角位置。

然而,在超分辨条件下,由光强分布公式(4)所表明的光谱分布双峰位置,与由光栅方程导出的公式(5)不相符合。我们根据(5)式,以 $5461 \text{ \AA}$ 谱线位置相比较,求出的Hg黄双线波长位置随重现照明光束宽度 $W$ 变化而变化。由改装的 $2''$ 测角仪测出的Hg黄双线的相应波长如表1所示,波长的测量误差为 $\pm 2.5 \text{ \AA}$ 。

表 1

$W$ (毫米)	$\lambda_1(\text{\AA})$	$\lambda_2(\text{\AA})$
1.52	5831.3	5729.0
2.00	5819.1	5740.8
2.50	5812.1	5748.5
3.00	5806.9	5753.1
4.00	5797.7	5761.8
5.00	5796.8	5763.1

### 参 考 文 献

- [1] G. W. Stroke; "An Introduction to Coherent Optics and Holography", 1969.
- [2] H. J. Caulfield; Holographic Spectroscopy. In "Advances in Holography", (N. Farhat, ed), 1976, 2.
- [3] 单子娟,李正直;《光学与光谱技术》,1983, No.1, 57.
- [4] Ю. И. Островский, В. С. Чащин; ЖТФ, 1980, 50, 1431.
- [5] L. K. Su et. al.; Phys. Lett., 1975, 53A, 177.
- [6] H. M. Lai, S. Y. Feng; Phys. Lett., 1975, 54A, 88.