中国激光

第 10 卷 第 7 期

非线性晶体的纵向光学不均匀性对倍频的影响

王廷福　　张纯玉

（西南技术物理所）

提要：研究了基波光强均匀分布情况下非线性晶体的纵向光学不均匀性对倍频的影响。利用耦合波方程求得晶体纵向光学不均匀性与倍频之间简明解析式和确定倍频晶体最佳长度的近似公式，并对晶体的纵向和横向光学不均匀性对倍频的影响进行了比较。

Influense of longitudinal optical inhomogeneity of a nonlinear crystal on frequency doubling

Wang Tingfu, Chang Chunyu

(Southwest Institute of Technical Physics)

Abstract: This paper describes the influence of the optical inhomogeneity of a nonlinear crystal on the frequency doubling for transversely homogeneous beams. Using coupled wave equations, the analytic expressions for the longitudinal optical inhomogeneity of a nonlinear crystal and the frequency doubling efficiency, and the approximate formula for determining the optimum crystal length have been found. The influences of longitudinal and transverse optical inhomogeneities on the frequency doubling have been compared.

一、引　言

非线性晶体（如 KDP、CDA、BNN、$LiNbO_3$ 等）在生长过程中，由于组分变化等原因，使得晶体内折射率发生变化。晶体用于激光倍频或参量振荡时，光学不均匀性会引起相位失配，使转换效率明显降低。关于晶体的横向（垂直于光束传播方向）光学不均匀性对倍频的影响，文献[1]已作了详细的分析和计算。晶体纵向（沿光束传播方向）光学不均匀性对倍频效率的影响，虽然 Mel'nik 等人进行了分析[2]，但倍频效率与晶体质量之间的关系曲线是用电子计算机进行数值计算求得的，不便于进一步分析和讨论。本文从耦合波方程出发，找到一个简明解析式和确定倍频晶体最佳长度的近似公式。

二、理论分析

激光束在非线性晶体中传播时，由于非

收稿日期：1982 年 9 月 23 日。

线性光学效应产生二次谐波，基波与二次谐波之间存在的相互耦合作用满足耦合波方程式[3]：

$$\frac{dA_1}{dz}=-\frac{4\pi\omega_1^2 d_{eff}}{k_1 c^2}A_1 A_2\sin\theta \tag{1}$$

$$\frac{dA_2}{dz}=\frac{4\pi\omega_1^2 d_{eff}}{k_1 c^2}A_1^2\sin\theta \tag{2}$$

$$\frac{d\theta}{dz}=\Delta k(z)+\frac{8\pi\omega_1^2 d_{eff}}{c^2}\times\left[\frac{A_1^2}{k_2 A_2}-\frac{A_2}{k_1}\right]\cos\theta \tag{3}$$

式中 A_1、A_2 分别为基波和二次谐波的振幅；θ 为它们之间的相位差，$\theta=\varphi_2-2\varphi_1+\Delta kz$；$k$ 为波矢模量 $\Delta k=k_2-2k_1$；d_{eff} 是有效非线性系数；ω_1 为基波频率，c 为真空中光速，z 是晶体通光方向的坐标。

令 $v=A_2/A_0$，$x=z/l_s$，$s(x)=\Delta kl_s$ 则

$$l_s=\left(\frac{4\pi\omega_1^2 d_{eff}}{k_1 c^2}A_0\right)^{-1}=\frac{\lambda_1 n_1}{8\pi^2 d_{eff}}\frac{1}{A_0} \tag{4}$$

式中 λ_1 为基波波长；n_1 为对基波的折射率；A_0 是基波在非线性晶体输入端 $(z=0)$ 的振幅。根据边界条件 $A_1(z=0)=A_0$，$A_2(z=0)=0$ 和 Manley-Rowe 关系 $A_1^2+A_2^2=A_0^2$，式(2)、(3)可写为：

$$\frac{dv}{dx}=(1-v^2)\sin\theta \tag{5}$$

$$\frac{d\theta}{dx}=s(x)+\left[\frac{1-v^2}{v}-2v\right]\cos\theta \tag{6}$$

由式(5)、(6)求得：

$$v(1-v^2)\cos\theta+\frac{1}{2}\int s(x)dv^2=C' \tag{7}$$

在上述边界条件下 $(C'=0)$，将式(7)代入式(5)求得：

$$\frac{dv}{dx}=(1-v^2)\left\{1-\frac{1}{4v^2(1-v^2)^2}\left[\int s(x)dv^2\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

则倍频效率 η 为

$$\eta=v^2=\mathrm{tgh}^2\int_0^x\left[1+\left(\int_0^x s(x)dx\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}dx, \tag{8}$$

现作如下分析：

(1) $s(x)=0$，即晶体纵向光学均匀性优良，光束在晶体内传播满足相位匹配。由式(8)得：

$$\eta=\mathrm{tgh}^2(l/l_s) \tag{9}$$

式中 l 为晶体通光长度；l_s 为特征相互作用长度。式(9)就是不考虑晶体光学不均匀性影响时的倍频公式[4]。当 $l=2l_s$ 时，基波绝大部分转换为二次谐波，故 l_s 大体上指出了倍频晶体应采用的长度。

(2) $s(x)\neq 0$。在这种情况下，对于与光束传播方向垂直、折射率呈准周期性变化的生长条纹，它对二次谐波输出功率的影响 Smith 已作过理论分析[5]，结果表明双折射率变化幅值小和条纹宽度窄的生长层对倍频的影响很小，可以不予考虑。因此，我们仅研究沿通光方向晶体双折射率为线性变化的情况。引入无量纲参数：

$$\xi=\frac{4\pi}{\lambda_1}\frac{\partial(n_2^e-n_1^0)}{\partial z}l_s^2 \tag{10}$$

则

$$s(x)=\xi x \tag{11}$$

假定基波光束在晶体入射端面满足相位匹配条件，由于晶体双折射率的空间不均匀性，在晶体内传播的基波与二次谐波的相位失配逐渐增大，故 ξ 对二次谐波的影响用平均值计算。由式(8)求得：

$$\eta=\mathrm{tgh}^2\int_0^x\left[1+\left(\frac{1}{4}\xi x^2\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}dx \tag{12}$$

其近似解为：

$$\eta\approx\begin{cases}\mathrm{tgh}^2(x)\left[1-\frac{1}{10}\left(\frac{1}{4}\xi x^2\right)^2\right], & \frac{\xi}{4}x^2\leqslant 1\\[2ex] \mathrm{tgh}^2(x)\left\{\frac{4}{\xi x^2}\left[1-\frac{1}{10}\left(\frac{4}{\xi x^2}\right)^2\right]\right\}, & \frac{\xi}{4}x^2\geqslant 1\end{cases} \tag{13}$$

式(13)中 η 与 x 的关系曲线如图1所示。

由图1可知，晶体倍频的最大转换效率随参数 ξ 的增大而下降。对给定的 ξ 值，存在着最佳无量纲晶体长度：

$$x_{opt}=\frac{2}{\sqrt{\xi}} \tag{14}$$

由上式可知，长度 x_{opt} 随晶体的光学均匀性

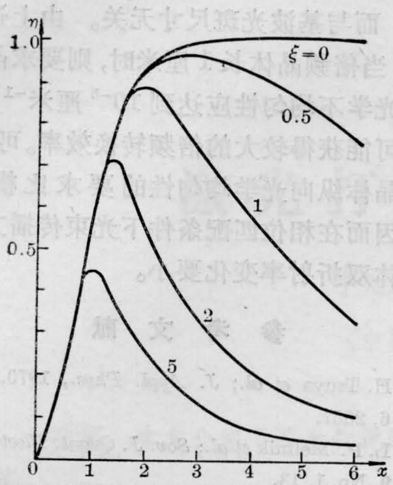

图 1　倍频效率 η 与无量纲晶体长度 x 的关系

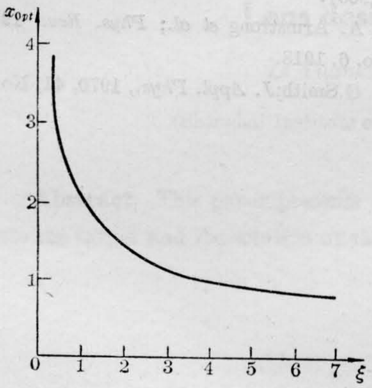

图 2　最佳无量纲晶体长度 x_{opt} 与 ξ 值的关系

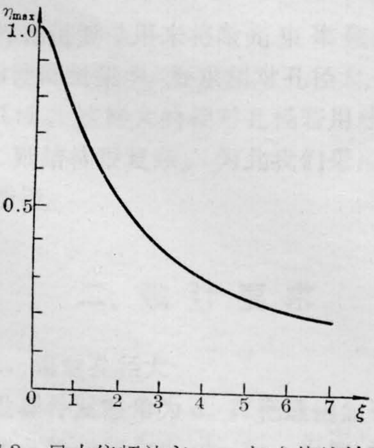

图 3　最大倍频效率 $\eta_{\max}$ 与 ξ 值的关系

（在 x_{opt} 条件下）

变差而减小，其关系如图 2 所示。

在最佳无量纲晶体长度条件下，可能的最大倍频效率 $\eta_{\max}$ 与 ξ 值有如下关系式：

$$\eta_{\max}=\mathrm{tgh}^2\, 1.8/\sqrt{\xi} \tag{15}$$

即晶体的可能最大的倍频效率随 ξ 值增大而下降，如图 3 所示。

晶体倍频时，产生二次谐波的效率开始随晶体长度的加长而迅速提高，但由于晶体纵向光学不均匀性，使基波与二次谐波之间的相位失配随晶体长度加长而增大，使倍频效率达到某一最大值后反而下降，故非线性晶体长度有一最佳选择问题。虽然晶体的倍频效率受各种因素（如热光效应、束散、晶体质量等）的影响，但仅就晶体纵向不均匀性对倍频的影响而论，由(14)式可得最佳晶体长度与光学不均匀性的近似关系为：

$$l_{opt}\approx\left(\frac{4}{\xi}\right)^{\frac{1}{2}} l_s=\left[\frac{\lambda_1}{\pi\dfrac{\partial(n_2^e-n_1^0)}{\partial z}}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

在表 1 中列出了一个计算实例。

表 1　最佳晶体长度与纵向双折射率梯度的关系（$\lambda_1=1.06$ 微米）

$\frac{\partial(n_2^e-n_1^0)}{\partial z}$（厘米$^{-1}$）	5×10^{-4}	1×10^{-4}	5×10^{-5}
l_{opt}（厘米）	0.3	0.6	0.8
$\frac{\partial(n_2^e-n_1^0)}{\partial z}$（厘米$^{-1}$）	1×10^{-5}	5×10^{-6}	1×10^{-6}
l_{opt}（厘米）	1.8	2.6	5.8

三、结果及讨论

综上分析可知，非线性晶体产生二次谐波时，为了获得尽可能大的倍频效率，应使 ξ 值尽可能小。它要求：(1)特征相互作用长度 l_s 要小，除选用有效非线性系数大的晶体外，增大基波功率是行之有效的方法。(2)晶体的光学质量要优良，尤其是晶体的双折射率梯度要小。

在研究晶体横向光学不均匀性对倍频的影响时，文献[1]计算得二次谐波输出功率为：

$$P_2=K\left(\frac{P_1 l}{r}\right)^2\left\{1-\frac{1}{6}\left[\frac{\pi r l}{\lambda_1}\frac{\partial(n_2^e-n_1^0)}{\partial y}\right]^2\right\} \tag{17}$$

上式表明：晶体横向光学不均匀性对倍频的影响不但取决于晶体的双折射率梯度，还与基波光束半径 r 密切相关。因而采取压缩基波光斑尺寸，不仅可增大基波的功率密度，而且还可降低对晶体横向光学均匀性的要求。例如：晶体长度 $l=1$ 厘米，对光斑尺寸 $r\leqslant 0.1$ 厘米的 1.06 微米的激光束倍频时，由式(17)可知，只要晶体横向光学不均匀性达到 $\partial(n_2^e-n_1^0)/\partial y\approx 10^{-4}$ 厘米$^{-1}$ 量级即满足要求，此时光照区内双折射率不均匀性对倍频效率的影响很小。

但纵向的影响与横向的不同，因晶体有一最佳长度，该值取决于晶体纵向光学不均匀性，而与基波光斑尺寸无关。由上述分析可知，当倍频晶体长 1 厘米时，则要求晶体的纵向光学不均匀性应达到 10^{-5} 厘米$^{-1}$ 量级，才有可能获得较大的倍频转换效率。可见，倍频对晶体纵向光学均匀性的要求比横向的高，因而在相位匹配条件下光束传播方向上的晶体双折射率变化要小。

参 考 文 献

[1] H. Tsuya *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1970, **41**, No. 6, 2557.

[2] L. P. Mellnik *et al.*; *Sov. J. Quant. Electr.*, 1979, **9**, No. 1, 13.

[3] N. Bloembergen; "Nonlinear Optics", Benjammn (1965).

[4] J. A. Armstrong *et al.*; *Phys. Rev.*, 1962, **127**, No. 6, 1918.

[5] R. G.Smith;*J. Appl. Phys.*, 1970, **41**, No.7, 3014